

4º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 40

Matemática



UNIDAD DE
CURRÍCULO Y
EVALUACIÓN **UCE**



Inicio

El objetivo de esta clase es calcular e interpretar la media o valor esperado de una variable aleatoria.

OA3

Para resolver esta guía necesitarás el texto del estudiante y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Para iniciar esta clase, utilizaremos el **Texto del Estudiante** y nos situaremos en la **página 166**, para realizar algunas de las actividades que allí aparecen propuestas.

Para el desarrollo, se propondrán actividades complementarias que guíen tus procedimientos.

Recordemos:

Se llama **variable aleatoria (X)** al resultado numérico de un experimento aleatorio. Existen dos tipos de variables aleatorias: discretas y continuas.

Las variables aleatorias **discretas**, pueden tomar solo un número limitado de valores. Estas variables están asociadas a la cuantificación (contar) y están relacionadas con los números enteros.

En cambio, las variables aleatorias **continuas**, puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo de valores dados. Estas variables están asociadas a la medición (**medir**) y están relacionadas con los números reales.

Además, es importante recordar que la probabilidad asociada a cada uno de los valores de una variable aleatoria X se denomina **función de probabilidad o distribución de probabilidad** $p(X_i)$, la cual corresponde a la distribución de las probabilidades asociadas a cada uno de los valores X_i de la variable aleatoria X , es decir:

Donde:
$$p(X_i) = P(X = X_i) = P_i$$

$$p(X_1) + \dots + p(X_i) = 1 \quad ; \quad \text{con } i \in \mathbb{N}$$



Actividad 1

Realicemos una actividad complementaria a la que aparece en la **página 165** del texto del estudiante.

1. Analiza la siguiente situación:

Rafael quiere armar un mueble que requiere dos tornillos distintos por repisa.

Las proporciones de cada tipo de tornillo en sus bolsas son:



Se extrae al azar tres tornillos de una de las bolsas:

Si quisiéramos determinar el número de tornillos defectuosos extraídos en este experimento, tenemos la posibilidad de definir dos variables aleatorias X asociadas a este **experimento**. Una de ellas, podría ser, se define la variable aleatoria X como: “El número de tornillos defectuosos extraídos de la bolsa A”.

En esta variable aleatoria X , los valores que puede tomar son 0 y 1, ya que se explica que al sacar un tornillo de esta bolsa “A”, puedo sacar un tornillo en buenas condiciones, por lo tanto, **ningún** tornillo defectuoso o bien, el tornillo extraído sea defectuoso, por lo tanto, hemos extraído un tornillo defectuoso.

Por esta razón, si se define la variable aleatoria X como “el número de tornillos defectuosos extraídos de la bolsa A”, el recorrido de esta variable aleatoria X es el conjunto formado por los elementos 0 y 1. En términos matemáticos, el recorrido de la variable aleatoria X es el conjunto $\{0,1\}$.

Si quisiéramos determinar la probabilidad de ambos elementos de este conjunto, podemos establecer lo siguiente:

La probabilidad de extraer ningún tornillo defectuoso de la bolsa A es 0,8.

En lenguaje matemático, se denota como:

Si se define $p(x)$ la función probabilidad, entonces $p(0) = P(X = 0) = 0,8$.

Por consiguiente: $p(1) = P(X = 1) = 0,2$. esto significa que, la probabilidad de que al extraer un tornillo de la bolsa A y este sea defectuoso es de 0,2.

Valor esperado o media (μ).

Una variable aleatoria X , cuya función de probabilidad es $p(x)$ de recorrido x_1, x_2, \dots, x_n , tendrá una **media** o **valor esperado (μ)** dado por:

$$\mu = x_1 \cdot p(x_1) + x_2 \cdot p(x_2) + \dots + x_n \cdot p(x_n)$$

Por ejemplo, si retomamos el caso anterior, en donde el experimento consiste en extraer un tornillo de una de las bolsas, y se define la variable aleatoria X , como el **número de tornillos defectuosos extraídos de la bolsa A**, al determinar la media o valor esperado (μ) de esta variable aleatoria X , obtendremos lo siguiente:

$$\mu = 0 \cdot 0,8 + 1 \cdot 0,2$$

$$\mu = 0,2$$



Actividad 2

Realiza en tu cuaderno la actividad propuesta en la **página 165** del **Texto del Estudiante**.

1. Analiza la situación y responde:

Rafael quiere armar un mueble que requiere dos tornillos distintos por repisa.

Las proporciones de cada tipo de tornillo en sus bolsas son:

Tornillos	Bolsa A	Bolsa B
Buenos	80%	70%
Malos	20%	30%

Se extrae al azar un tornillo de cada bolsa:

a) Si quisieras determinar el número de tornillos defectuosos extraídos en este experimento, ¿cómo definirías la variable aleatoria X asociada?

b) ¿Cuáles son los elementos del recorrido de la variable?, ¿cuál es la probabilidad de cada uno?

c) Determina la función de probabilidad asociada a la variable aleatoria.



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

De acuerdo a la siguiente situación, responde las preguntas que se enumerarán a continuación del 1 al 3.

“En el marco de la contingencia sanitaria generada por el COVID 19, los colegios del país han tenido que paralizar sus procesos educativos en orma presencial. Pero existen proesores que no han cesado sus funciones de apoyo a las familias de los estudiantes que requieren de ayuda en alimentación. Este es el caso del profesor Panchito, quien es el encargado de recibir los insumos para poder generar las canastas de alimentos que se han repartidos a los estudiantes de un liceo de la región de Aysén. En su primera entrega de canastas de víveres, tuvo inconvenientes con la cantidad de huevos que debía entregar por cada estudiante, lo cual generó que tuviera que hacer un recuento y estadística de los huevos entregados por dos proveedores, un proveedor de huevos de color y otro proveedor exclusivo de huevos blancos y realizar un conteo de los huevos en buen estado y aquellos que venían trizados”.

El proesor al contabilizar la cantidad de huevos totales, calculó que cada estudiante recibiría al azar un huevo blanco y un huevo de color, independiente de su estado, considerando que estos se encontraban aptos para el consumo.

Además, género la siguiente información, que resumió en la tabla que aparece a la derecha y definió una variable aleatoria T , como la cantidad de huevos trizados entregados a cada estudiante.

Huevos	color	Blanco
En buen estado	90%	80%
En regular estado	10%	20%

1 ¿Qué elementos componen el recorrido de la variable aleatoria T ?

- a) 0
- b) 1
- c) 0 y 1
- d) 1 y 2
- e) 0, 1 y 2

2 ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante reciba los dos huevos trizados?

- a) 0,02
- b) 0,08
- c) 0,18
- d) 0,26
- e) 0,72

3

¿Cuál es el valor esperado o media asociada a la variable aleatoria T?

- a) 0,76
- b) 0,30
- c) 0,26
- d) 0,04
- e) 0,03

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

4^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Valor esperado y varianza de una variable aleatoria

Objetivo: Calcular e interpretar la media y la desviación estándar de una variable aleatoria.

¿A qué corresponde una variable aleatoria?

¿En qué consiste una función de probabilidad?

1. Analiza la situación y responde:

Rafael quiere armar un mueble que requiere dos tornillos distintos por repisa. Las proporciones de cada tipo de tornillo en sus bolsas son:



Se extrae al azar un tornillo de cada bolsa:

- Si quisieras determinar el número de tornillos defectuosos extraídos en este experimento, ¿cómo definirías la variable aleatoria X asociada?
- ¿Cuáles son los elementos del recorrido de la variable?, ¿cuál es la probabilidad de cada uno?
- Determina la función de probabilidad asociada a la variable aleatoria.
- Discutan en parejas: ¿cómo se podría obtener el promedio de tornillos defectuosos al extraer uno de cada bolsa?

Una variable aleatoria X , cuya función de probabilidad es $p(x)$ de dominio x_1, x_2, \dots, x_n , tendrá una media o valor esperado (μ) dado por:

$$\mu = x_1 \cdot p(x_1) + x_2 \cdot p(x_2) + \dots + x_n \cdot p(x_n)$$

Por ejemplo, para el caso anterior, tendremos que:

$$\mu = 0 \cdot 0,56 + 1 \cdot 0,38 + 2 \cdot 0,06$$

$$\mu = 0,5$$

Cada valor del recorrido de la variable aleatoria se multiplica por la probabilidad correspondiente.

- En este caso, ¿el valor de la media pertenece al recorrido de la variable?, ¿cómo lo interpretarías?