

1º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 30

Matemática



Inicio

En esta clase conoceremos y aplicaremos la factorización **productos notables Trinomios**.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Para comenzar a aplicar la factorización por trinomio, analicemos el cuadro concepto de la **página 94** de tu texto de estudio:

Conceptos

Factorizar un trinomio es el proceso inverso a encontrar el desarrollo del cuadrado de la suma o diferencia de dos términos. La factorización de un trinomio utilizando el cuadrado de un binomio es:

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

Ejemplo 1

En la expresión $9x^2 - 6xy + y^2$, ¿cuál es su factorización?

Respecto del primer término, tenemos que $(3x)^2 = 9x^2$; en el caso del tercer término, tenemos que $(y)^2 = y^2$, y luego en el caso del segundo término, tenemos que $2 \cdot 3x \cdot y = 6xy$, por lo que tendríamos la siguiente factorización:

$$9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$$



Tomaremos como ejemplo el **ejercicio c** del **ítem 4** de la **página 32** de tu cuadernillo.

Factoriza los siguientes trinomios.

a. $x^2 - 6xy + 9y^2 =$ _____

b. $a^2b^2 - 10ab + 25 =$ _____

c. $81a^2 - 36ab + 4b^2 =$ _____

d. $4m^2 + 20m + 25 =$ _____

e. $9m^2 + 16n^{10} + 24mn^5 =$ _____

f. $25a^2c^2 + 4b^2 - 20abc =$ _____

g. $289a^2 + 68abc + 4b^2c^2 =$ _____

h. $p^{12} + 16p^6q^4 + 64q^8 =$ _____

Como dice el cuadro concepto la factorización de trinomios es el **proceso inverso** del producto notable **cuadrado de binomio**, por lo que debemos encontrar los términos para formar dicho binomio.

Entonces analicemos el trinomio del **ejercicio c**

$$81a^2 - 36ab + 4b^2$$

Como el trinomio es el resultado del producto notable cuadrado de binomio analizaremos los extremos del trinomio, ya que ellos nos permitirán conocer los términos que formarán nuestra factorización.

✓ **Primer término:** $81a^2 = (9a)^2$

✓ **Tercer término:** $4b^2 = (2b)^2$

Ya conocemos los términos que formarán nuestra suma o diferencia de binomio que elevaremos al cuadrado, estos son $9a$ y $2b$.

Ahora nos falta conocer si será una suma o una diferencia, y eso lo dirá el signo del segundo término del trinomio dado:

$$81a^2 \ominus 36ab + 4b^2 \quad \longrightarrow \quad \text{Negativo}$$

Como el signo es negativo corresponde al cuadrado de una **diferencia** de binomio resultando:

$$81a^2 - 36ab + 4b^2 = (9a - 2b)^2$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio**, **página 91**.



Actividad 1:

Resuelve los ejercicios **a, b, d, e, g, h** del ítem 4 de la **página 32** de tu **cuaderno de ejercicios**.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio**, **página 91**.



Existen trinomios que podemos factorizar los cuales no corresponden al proceso inverso de un cuadrado de binomio. Observemos el cuadro concepto de la **página 95** de tu **texto de estudio**.

Conceptos

El trinomio de la forma $x^{2n} + bx^n + a$, con $n \in \mathbb{N}$, se puede factorizar como $(x^n + p)(x^n + q)$, si existen valores p y q tal que $p + q = b$ y $p \cdot q = a$:

$$x^{2n} + bx^n + a = (x^n + p)(x^n + q) \text{ con } p + q = b \text{ y } p \cdot q = a.$$

Ejemplo 3

¿Cuál es la factorización de $y^2 + 8y - 20$?

1

Respecto del primer término, se tiene, $(y)^2 = y^2$.

2

Determinas dos números p y q , con la condición de que $p + q = 8$ y $p \cdot q = -20$.

3

Los números son 10 y -2 , ya que $10 + (-2) = 8$ y $10 \cdot (-2) = -20$.

PASO A PASO

Respuesta: La factorización de $y^2 + 8y - 20$ es $(y + 10)(y - 2)$.

Analicemos el **ejemplo 4** de la **página 95**

Ejemplo 4

El área del rectángulo $DEFG$ es $(z^2 + 12z + 35) \text{ m}^2$. ¿Qué expresión representa la medida del lado \overline{FG} ?



En el contexto del problema se tiene la igualdad:

$$(z^2 + 12z + 35) = (z + a)(z + 5)$$

La expresión $(z + a)$ corresponde a la medida del otro lado, el valor de a debe ser 7, ya que es el único número que cumple la igualdad. Por lo tanto, la medida del otro lado es $(z + 7) \text{ m}$.

Como ya hemos visto en las clases anteriores, para determinar el área de un rectángulo debemos multiplicar dos lados no paralelos del rectángulo. En este ejemplo el área del rectángulo es un trinomio el cual factorizaremos de acuerdo a lo que se menciona en el cuadro concepto.

$$z^2 + 12z + 35$$

Para factorizar un trinomio de esta forma, debemos seguir las siguientes condiciones:

1º Determinar dos números que sumado dé como resultado el segundo término del trinomio, es decir:

$$p + q = 12$$

2º El producto de los dos números que buscamos da como resultado el tercer término del trinomio, es decir:

$$p \cdot q = 35$$

Entonces debemos pensar en parejas de números que cumplan con esas condiciones. El dilema es como encontrarlos, por lo que se recomienda comenzar a buscar parejas de números que cumplan con la segunda condición:

$$1 \cdot 35 = 35$$

$$5 \cdot 7 = 35$$

Ahora debemos coincidir una de estas parejas con la primera condición que dice que los números deben sumar 12, por lo que la pareja de números que cumple con las dos condiciones es: 5 y 7 resultando de esta manera que la factorización buscada es:

$$z^2 + 12z + 35 = (z + 5)(z + 7)$$



Actividad 2:

Factoriza los siguientes trinomios siguiendo el ejemplo anterior.

a) $x^2 - x - 6$

b) $a^2 + 13a + 40$

c) $y^2 + y - 42$

d) $h^2 - 9h + 20$

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál es la factorización de $x^2 + 18x + 81$?

- a) $(x - 9)^2$
- b) $(x + 9)^2$
- c) $(x + 18)^2$
- d) $(x - 18)^2$

2

El producto $(x - 6)(x + 5)$, ¿a qué trinomio corresponde?

- a) $x^2 - x + 11$
- b) $x^2 - 11x - 1$
- c) $x^2 - x - 30$
- d) $x^2 - 30x - 1$

3

¿Cuál es el trinomio equivalente a $(3x + 2)^2$?

- a) $3x^2 + 6x + 2$
- b) $3x^2 + 12x + 2$
- c) $9x^2 + 6x + 4$
- d) $9x^2 + 12x + 4$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

| | |
|-------------------------|-----------------------|
| 3 respuestas correctas: | Logrado. |
| 2 respuestas correctas: | Medianamente logrado. |
| 1 respuesta correcta: | Por lograr. |

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

| |
|---|
| Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____. |
|---|

1º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

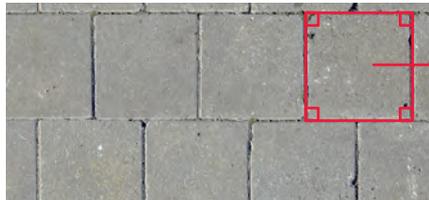
A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Factorización mediante productos notables: trinomios

Objetivo

- Comprender la factorización de un trinomio utilizando los productos notables.

En algunas calles, pasos peatonales o plazas se han utilizado rocas cuya forma se asimila a la de un cubo. En particular, el adoquín que se remarca tiene dicha forma. En la imagen la expresión algebraica propuesta representa el área de una de sus caras.



$$A = (x^2 + 2xy + y^2) \text{ cm}^2$$

¿Qué expresión algebraica representa la medida de cada lado?

- Remarca el nombre del producto notable con el que relacionas el área (A) mostrada en la imagen anterior.

Cuadrado de binomio.
 Suma de cubos.
 Cubo de un binomio.

- Completa con = o \neq según corresponda y luego argumenta tu elección.

$$(a + b)^2 \quad \bigcirc \quad 2a + 2ab + 2b$$

$$(p + q)^2 \quad \bigcirc \quad p^2 + 2pq + q^2$$

- Responde la pregunta planteada.

Conceptos

Factorizar un trinomio es el proceso inverso a encontrar el desarrollo del cuadrado de la suma o diferencia de dos términos. La factorización de un trinomio utilizando el cuadrado de un binomio es:

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

Ejemplo 1

En la expresión $9x^2 - 6xy + y^2$, ¿cuál es su factorización?

Respecto del primer término, tenemos que $(3x)^2 = 9x^2$; en el caso del tercer término, tenemos que $(y)^2 = y^2$, y luego en el caso del segundo término, tenemos que $2 \cdot 3x \cdot y = 6xy$, por lo que tendríamos la siguiente factorización:

$$9x^2 - 6xy + y^2 = (3x - y)^2$$

Ejemplo 2 ¿Qué término se debe agregar al binomio $4x^2 + y^4$ para factorizarlo?

- 1 En ambos términos tienes que: $4x^2 = (2x)^2$, $y^4 = (y^2)^2$.
- 2 El otro término corresponde al doble producto de lo considerado anteriormente, es decir: $2 \cdot 2x \cdot y^2 = 4xy^2$.

PASO A PASO

Respuesta: Al sumar $4xy^2$ al binomio se tiene el trinomio $4x^2 + 4xy^2 + y^4$ y su factorización es $(2x + y^2)^2$.

➤ ¿Existe otro término para que cumpla con lo solicitado? Explica.

Conceptos

El trinomio de la forma $x^{2n} + bx^n + a$, con $n \in \mathbb{N}$, se puede **factorizar** como $(x^n + p)(x^n + q)$, si existen valores p y q tal que $p + q = b$ y $p \cdot q = a$:

$$x^{2n} + bx^n + a = (x^n + p)(x^n + q) \text{ con } p + q = b \text{ y } p \cdot q = a.$$

Ejemplo 3 ¿Cuál es la factorización de $y^2 + 8y - 20$?

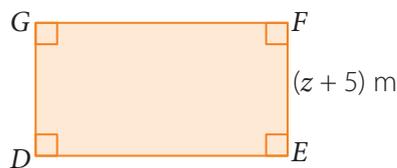
- 1 Respecto del primer término, se tiene, $(y)^2 = y^2$.
- 2 Determinas dos números p y q , con la condición de que $p + q = 8$ y $p \cdot q = -20$.
- 3 Los números son 10 y -2 , ya que $10 + (-2) = 8$ y $10 \cdot (-2) = -20$.

PASO A PASO

Respuesta: La factorización de $y^2 + 8y - 20$ es $(y + 10)(y - 2)$.

➤ ¿Qué propiedad permitiría justificar que la factorización $(y - 2)(y + 10)$ también es correcta?

Ejemplo 4 El área del rectángulo $DEFG$ es $(z^2 + 12z + 35) \text{ m}^2$. ¿Qué expresión representa la medida del lado \overline{FG} ?



En el contexto del problema se tiene la igualdad:

$$(z^2 + 12z + 35) = (z + a)(z + 5)$$

La expresión $(z + a)$ corresponde a la medida del otro lado, el valor de a debe ser 7, ya que es el único número que cumple la igualdad. Por lo tanto, la medida del otro lado es $(z + 7) \text{ m}$.

Factorización mediante productos notables: trinomios

1. Marca con las expresiones que son factorizaciones de cada expresión dada.

a. $24x^2y^4 + 10x^2y + 100x$

$24(x^2y^4 + 10x^2y + 100x)$

$2(12x^2y^4 + 5x^2y + 50x)$

$x(24xy^4 + 10xy + 100)$

$xy(24xy^3 + 10x + 100)$

b. $36a^3b^4 + 18a^3b^2 - 72a^4b^5$

$18a^3b^2(2b^2 + 1 - 4ab^3)$

$a^3b^2(36b^2 + 18 - 72ab^3)$

$36a^3b^4(1 + 2a^3b^2 - 2ab^2)$

$2ab(18a^2b^3 + 9a^2b - 36a^3b^4)$

2. Relaciona cada trinomio con su respectiva factorización.

a. $3x^2 + 19x + 6$

(A) $(4x - 3)(3x + 5)$

b. $5x^2 - 23x + 12$

(B) $(5x - 3)(x - 4)$

c. $11x^2 - 8x - 3$

(C) $(3x + 1)(x + 6)$

d. $12x^2 + 11x - 15$

(D) $(11x + 3)(x - 1)$

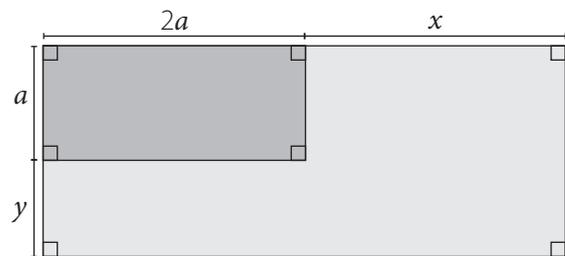
e. $12x^2 + 29x + 15$

(E) $(5x - 3)(x + 4)$

f. $5x^2 + 17x - 12$

(F) $(4x + 3)(3x + 5)$

3. El largo del jardín rectangular de Adriana medía dos veces el ancho a . Si Adriana aumentó el largo y el ancho del jardín para que la nueva área mida $(2a^2 + 7a + 6)$ m², ¿en cuánto aumentó el ancho del jardín?



4. Factoriza los siguientes trinomios.

a. $x^2 - 6xy + 9y^2 =$ _____

b. $a^2b^2 - 10ab + 25 =$ _____

c. $81a^2 - 36ab + 4b^2 =$ _____

d. $4m^2 + 20m + 25 =$ _____

e. $9m^2 + 16n^{10} + 24mn^5 =$ _____

f. $25a^2c^2 + 4b^2 - 20abc =$ _____

g. $289a^2 + 68abc + 4b^2c^2 =$ _____

h. $p^{12} + 16p^6q^4 + 64q^8 =$ _____