

1º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 29

Matemática



Inicio

En esta clase conoceremos y aplicaremos la factorización **productos notables binomios**.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Así como está la diferencia de cuadrados que vimos en la clase anterior, existen otros binomios que podemos factorizar, como la suma y diferencia de cubos: Observemos el cuadro concepto de la [página 91](#) de tu texto de estudio

Conceptos

La suma y la diferencia de cubos se pueden factorizar como el producto de un binomio y de un trinomio de la siguiente manera:

Suma de cubos

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

Diferencia de cubos

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$



En esta oportunidad tomaremos un ejemplo del mismo ítem anterior, en este caso, el **ejercicio a**.

3. Factoriza cada binomio.

a. $1 - 8w^3$

d. $27x^3 + 8y^6x^9$

b. $343m^3 + 64$

e. $125m^6 - 512a^3$

c. $1 + q^9$

f. $1\,000b^6 - 729a^9b^{12}$

$1 - 8w^3$ corresponde a una diferencia de cubos y para obtener su factorización seguiremos los siguientes pasos:

1º Determinar los términos que fueron elevados al cubo:

- **Primer término:** $1=1^3$

- **Segundo término:** $8w^3 = (2w)^3$

2º Ahora debemos comenzar a armar nuestro producto:

✓ Paréntesis 1: está formado por la diferencia de los términos que se elevaron al cubo
(1 - 2w)

✓ Paréntesis 2: está formado por un trinomio el cual se forma por:

- Primer término: cuadrado del primer término inicial $1^2 = 1$

- Segundo término corresponde al producto entre el primer y segundo término inicial:
 $1 \cdot 2w = 2w$

- Tercer término: cuadrado del segundo término inicial: $(2w)^2 = 4w^2$

3º Formamos el producto de paréntesis:

Paréntesis 1 · Paréntesis 2

$$(1 - 2w)(1 + 2w + 4w^2)$$

Entonces tenemos como resultado:

$$1 - 8w^3 = (1 - 2w)(1 + 2w + 4w^2)$$

Para el caso de la suma de cubos, el procedimiento es el mismo, solo que en el primer paréntesis va una suma y en el segundo paréntesis el signo del segundo término es negativo.

El trinomio que está en el segundo paréntesis, siempre tendrá los dos signos positivos para la diferencia de cubos.

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio**, **página 291**.

**Actividad 1:**

Resuelve los ejercicios **c, f, g, h y i** del ítem 3 de la **página 92** de tu texto de estudio.

**Actividad 2:**

Resuelve los ejercicios **a, d y f** del ítem 2 de la **página 92** de tu texto de estudio.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio, página 291.**



Para Resolver la siguiente actividad tomaremos como ejemplo el **ejercicio d** del ítem 4 de la **página 92**

4. Dada la factorización, determina el binomio que lo genera.

a. $(3m - 10n)(9m^2 + 30mn + 100n^2)$

b. $(9x + 8)(9x - 8)$

c. $(13z + 11w)(169z^2 - 143zw + 121w^2)$

d. $(7b^4 + 1)(49b^8 - 7b^4 + 1)$

e. $(5a^3 - 4b)(25a^6 + 20a^3b + 16b^2)$

f. $(15x^3 - 4y^2)(15x^3 + 4y^2)$

Como debemos determinar cuál fue el binomio factorizado tenemos que analizar el producto de paréntesis.

En el caso del **ejercicio d**, tenemos un paréntesis con un binomio y el otro con un trinomio, por lo que estamos frente a una **suma de cubos o diferencia de cubos**.

Ahora analicemos los signos que tienen los paréntesis, en el caso del primero tenemos un signo positivo y en el segundo uno negativo y positivo, por lo que podemos asegurar que corresponde a una **suma de cubos**.

Como ya sabemos qué tipo de binomio es, solo queda encontrarlo.

El primer paréntesis nos indica los términos que debemos elevar al cubo:

$$(7b^4)^3 = 343b^{12}$$

$$1^3 = 1$$

Por lo que:

$$(7b^4 + 1)(49b^8 - 7b^4 + 1) = 343b^{12} + 1$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio, página 291.**

**Actividad 3:**

Resuelve los **ejercicios a, c, e** del ítem 4 de la **página 92** de tu texto de estudio.

**Actividad 4:**

Resuelve los **ejercicios a, c y f** del ítem 5 de la **página 92** considerando lo visto en los ejemplos anteriores.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio, página 291.**

**Actividad 5:**

Resuelve el **ítem 7** de la **página 93** de tu texto de estudio. Recuerda que el volumen de un prisma es $V = \text{Área basal} \cdot \text{altura}$

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio, página 291.**

Cierre**Evaluación**

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál es la factorización de $64x^3 - y^3$?

a) $(4x - y)(16x^2 + 4xy + y^2)$

b) $(4x + y)(4x^2 - 4xy + y^2)$

c) $(4x - y)(16x^2 + 8xy + y^2)$

d) $(4x + y)(4x^2 - 8xy + y^2)$

2

El producto $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$, ¿a qué binomio corresponde?

a) $x^2 - y^2$

b) $x^2 + y^2$

c) $x^3 - y^3$

d) $x^3 + y^3$

3

¿Cuál es la factorización de $27c^3 + d^9$?

a) $(3c - d^3)(9c^2 + 3cd^3 + d^6)$

b) $(3c + d^3)(9c^2 - 3cd^3 + d^6)$

c) $(9c + d^3)(81c^2 + 9cd^3 + d^5)$

d) $(9c + d^3)(81c^2 - 9cd^3 + d^5)$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

1º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Ejemplo 2

Factoriza la expresión $16a^2b^6 - 9x^2y^4$.

Como $16a^2b^6 = (4ab^3)^2$ y $9x^2y^4 = (3xy^2)^2$

Luego, se tiene la siguiente igualdad: $16a^2b^6 - 9x^2y^4 = (4ab^3 + 3xy^2)(4ab^3 - 3xy^2)$.

¿Crees que se puede factorizar $x^2 + 1$? Explica.

Conceptos

La suma y la diferencia de cubos se pueden factorizar como el producto de un binomio y de un trinomio de la siguiente manera:

Suma de cubos
 $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

Diferencia de cubos
 $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

Ejemplo 3

¿Cómo factorizarías $64 + b^3$?

- 1 $64 + b^3 = (4)^3 + (b)^3$ > Expresas cada término al cubo.
- 2 $= (4 + b)(4^2 - 4 \cdot b + b^2)$ > Factorizas la suma de cubos.
- 3 $= (4 + b)(16 - 4b + b^2)$ > Calculas las potencias y productos.

Respuesta: Al factorizar $64 + b^3$, se obtiene $(4 + b)(16 - 4b + b^2)$.

Ejemplo 4

Factoriza el binomio $512a^{12} - 8b^{15}$.

- 1 $512a^{12} - 8b^{15} = (8a^4)^3 - (2b^5)^3$ > Expresas cada término al cubo.
- 2 $= (8a^4 - 2b^5)((8a^4)^2 + 8a^4 \cdot 2b^5 + (2b^5)^2)$ > Factorizas la diferencia de cubos.
- 3 $= (8a^4 - 2b^5)(64a^8 + 16a^4b^5 + 4b^{10})$ > Calculas.

Respuesta: La factorización es $(8a^4 - 2b^5)(64a^8 + 16a^4b^5 + 4b^{10})$.

Ejemplo 5

Para que se cumpla la igualdad, ¿qué término falta?

$$27a^3 - b^3 = (3a - b)(9a^2 + \boxed{} + b^2)$$

Se tiene que $27a^3 = (3a)^3$ y $b^3 = (b)^3$. El término que debe ir en el recuadro corresponde al producto entre $3a$ y b , es decir, $3ab$.

Atención

Utilizando propiedades de potencia se tiene:

$$b^6 = (b^3)^2$$

Además, se cumple que:

$$\sqrt{b^6} = \sqrt{(b^3)^2} = |b^3|$$

Srinivāsa Rāmānujan

1887 -1920



Una vez, en un taxi de Londres, a Hardy le llamó la atención su número: 1 729. Cuando llegó a visitar a Rāmānujan en el hospital, Hardy le manifestó que tal número era aburrido, obteniendo una respuesta inmediata de Rāmānujan: es un número muy interesante, ya que es el número más pequeño que se puede expresar como suma de dos cubos de dos formas diferentes. Matemáticamente, si 1 729 es igual a 13 por 133 y 19 por 91, ¿cómo se puede expresar 1 729 por suma de cubos?

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Completa con el término que falta para que se cumpla la igualdad.

a. $(\quad)^2 = 9w^2$

c. $(\quad)^2 = 4q^2p^8$

e. $(\quad)^2 = 121a^4w^2$

b. $(\quad)^2 = \frac{1}{36}p^8$

d. $(\quad)^2 = 169q^6r^2s^4$

f. $(\quad)^2 = 16w^{10}x^4y^8$

2. Identifica el tipo de factorización que se puede realizar en cada binomio. Para ello encierra la clasificación correspondiente.

a. $8p^3 + q^3$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

c. $225a^2 - 1$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

e. $100b^8 - 1$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

b. $x^4 - y^4$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

d. $z^9 + q^{12}$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

f. $125r^9 - 1$

Suma de cubos.

Diferencia de cubos.

Diferencia de cuadrados.

3. Factoriza cada binomio.

a. $1 - 8w^3$

d. $81w^4z^6 - 121q^4$

g. $27x^3 + 8y^6x^9$

b. $4w^2 - 9$

e. $w^4n^6 - 4z^8$

h. $125m^6 - 512a^3$

c. $1 + q^9$

f. $343m^3 + 64$

i. $1\,000b^6 - 729a^9b^{12}$

4. Dada la factorización, determina el binomio que lo genera.

a. $(3m - 10n)(9m^2 + 30mn + 100n^2)$

d. $(7b^4 + 1)(49b^8 - 7b^4 + 1)$

b. $(9x + 8)(9x - 8)$

e. $(5a^3 - 4b)(25a^6 + 20a^3b + 16b^2)$

c. $(13z + 11w)(169z^2 - 143zw + 121w^2)$

f. $(15x^3 - 4y^2)(15x^3 + 4y^2)$

5. Encierra el error cometido en cada factorización y luego corrígelo.

a. $1 - 512m^3 = (1 - 8m)(1 - 8m - 64m^2)$

d. $16c^4 - 4 = (4c^2 - 4)(4c^2 + 4)$

b. $4a^2 - 9b^4 = (2a - 3b)(2a + 3b)$

e. $64 - 125n^6 = (5n^2 - 4)(25n^4 + 20n^2 + 16)$

c. $y^3 + 1\,728 = (y + 12)(y^2 + 243 + 144)$

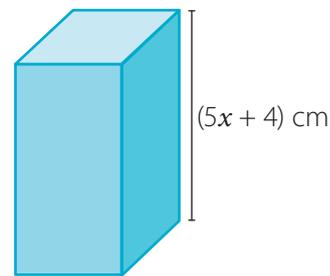
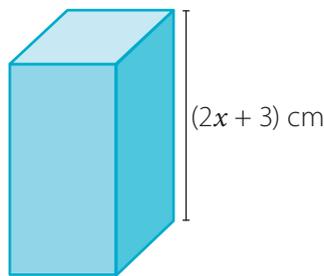
f. $216m^3 + 1\,331 = (6m - 11)(36m^2 + 66m + 121)$

6. Resuelve los siguientes problemas.

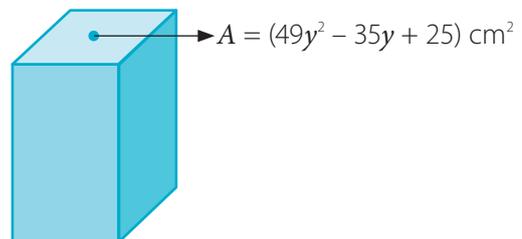
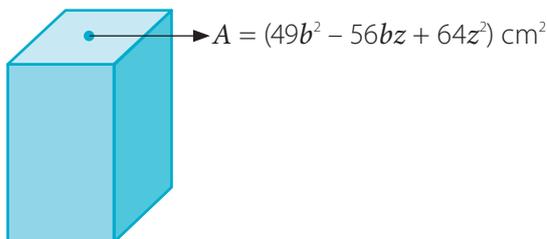
- a. Una arquitecta diseñó ventanas rectangulares con un área de $(16x^2 - 81)$ cm². Una de las dimensiones de cada ventana es del tipo $(ax + b)$ cm, donde a y b son números enteros. Determina el valor de $a^2 + b^2$.
- b. Luego de realizar diferentes mediciones, Alejandro determinó que la expresión que corresponde al área de su jardín que tiene forma rectangular está dada por $(729 - 64z^2)$ m². ¿Cuáles son las posibles medidas de sus lados?

7. **Geometría** Calcula lo pedido en cada paralelepípedo recto.

- a. Si el volumen es $(8x^3 + 27)$ cm³, ¿qué expresión corresponde al área de su base?
- c. Si el volumen es $(125x^3 + 64)$ cm³, ¿qué expresión corresponde al área de su base?



- b. Si el volumen es $(343b^3 + 512z^3)$ cm³, ¿qué expresión corresponde a la altura?
- d. Si el volumen es $(343y^3 + 125)$ cm³, ¿qué expresión corresponde a la altura?



Reflexiona sobre tu trabajo

- Al resolver las actividades propuestas, ¿qué factorizaciones utilizaste? Explica.

- ¿Qué actividad te fue de mayor dificultad? Explica.
