

1º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 18

Matemática



Inicio

En esta clase aplicaremos nuestros conocimientos para resolver **situaciones problemáticas relacionadas con las potencias y con el crecimiento y decrecimiento exponencial.**

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Para cumplir con el objetivo de esta clase, trabajaremos en las **páginas 65 y 66** de tu texto de estudio y así terminar con la “Evaluación final” que ahí aparece.

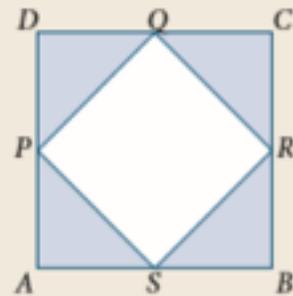


Para comenzar a desarrollar el **ítem 11** de la **página 65** observa cómo resolvemos el **ejercicio a**:

Los lados del cuadrado $ABCD$ miden 4 cm. Los puntos medios P, Q, R, S de los lados se han unido formando un segundo cuadrado. (1 punto cada uno)

- a. Calcula el área de $PSRQ$. Usa el teorema de Pitágoras y recuerda que $(\sqrt{2})^2 = 2$.

Al unir los puntos medios W, X, Y, Z de los lados del cuadrado $PSRQ$ se forma otro cuadrado.

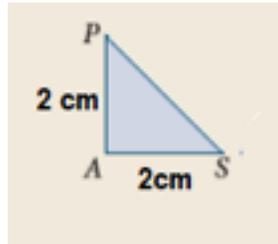


Para determinar el área del cuadrado $PSRQ$, necesitamos conocer la medida de uno de sus lados, ya que para obtener el área de un cuadrado de lado “ a ”, tenemos que elevar al cuadrado esa medida obteniendo a^2 .

Entonces como necesitamos conocer un solo lado usaremos uno de los triángulos rectángulos que se forman en las esquinas del cuadrado $ABCD$:



Luego se tiene que la medida de PA es la mitad de DA, por lo que será de 2 cm, obteniendo así:



Como ABCD es cuadrado, este tiene sus cuatro ángulos interiores rectángulos, por lo que podemos usar el teorema de Pitágoras para obtener PS que es el lado del cuadrado que estamos buscando:

$$(PS)^2 = 2^2 + 2^2$$

$$(PS)^2 = 4 + 4$$

$$(PS)^2 = 8$$

$$PS = \sqrt{8}$$

Finalmente, para calcular el área elevamos al cuadrado la medida de PS

$$A = (\sqrt{8})^2 = 8\text{cm}^2$$



Actividad 1

Ahora continua con los **ejercicios b y c**.



Es importante que para las siguientes actividades recordemos el cuadro conceptual que aparece en la **página 57** de tu texto de estudio:

Conceptos

Cuando se modela una situación de **crecimiento exponencial**, la base de la potencia es **mayor que 1**. Por otra parte, cuando la base de la potencia es **menor que 1** y **mayor que cero**, se está modelando un **decrecimiento exponencial**.



Para resolver el **ítem 12** de la **página 66**, es necesario que recuerdes los pasos mencionados en la clase anterior:

- ✓ Los datos que se presentan.
- ✓ Plantear una estrategia para resolver.
- ✓ Resolver la estrategia planteada.
- ✓ Responder a la pregunta del problema.

Ahora analicemos la situación y respondamos la primera pregunta:

En una laguna de 4 m de profundidad la intensidad de la luz (I) que entra al agua disminuye cada metro el equivalente a $\frac{3}{5}$ de la intensidad anterior. (0,5 puntos cada uno)

a. ¿En qué porcentaje ha disminuido la intensidad a los 4 m?

✓ Los datos que se presentan.

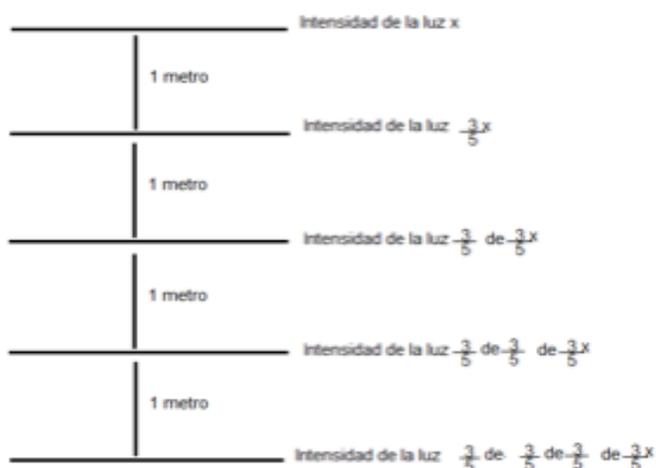
- Profundidad de la laguna: 4m
- Intensidad de disminución de la luz: cada 1 metro, $\frac{3}{5}$ de la intensidad anterior.

✓ Plantear una estrategia para resolver.

- Analizamos la intensidad de la luz cada vez que se avanza 1 metro de profundidad.
- Obtenemos el porcentaje aplicando regla de tres.

✓ Resolver la estrategia planteada.

Si cada vez que avanza un metro de profundidad, significa que la potencia se relaciona de la siguiente manera:



Por lo que, al llegar a los 4 metros de profundidad, la intensidad de la luz es: $\left(\frac{3}{5}\right)^4 x$

Entonces, para poder calcular el porcentaje de disminución, hacemos lo siguiente:

$$\begin{array}{l} x \quad \longrightarrow \quad 100\% \\ \left(\frac{3}{5}\right)^4 x \quad \longrightarrow \quad ? \end{array}$$

$$? = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^4 x \cdot 100}{x}$$

$$? = \frac{3^4}{5^4} \cdot 100$$

$$? = \frac{8100}{625}$$

$$? = 12,96\%$$

Luego, como nos piden el porcentaje de disminución, al 100% le restamos el resultado obtenido:

$$100\% - 12,96\% = 87,04\%$$

✓ Responder a la pregunta del problema.

El porcentaje de disminución de la intensidad de la luz al llegar a los 4 metros de profundidad es de 87%, aproximadamente.



Actividad 2

Ahora continua con los **ejercicios b y c**.



Actividad 3

Para resolver los **ítems 13 y 14** de la **página 66**, guíate por el ejemplo anterior.



Para terminar tu evaluación final, puedes evaluarte con la tabla que aparece al final de la **página 66**.

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

En una población de 5 000 conejos se detectó que una extraña enfermedad los está exterminando a través de la razón $5\,000 \cdot 5^{-t}$, en la que t es el tiempo expresado en meses. Después de 3 meses, ¿cuántos conejos quedan?

- A. 40
- B. 625
- C. 2 500
- D. 4 875

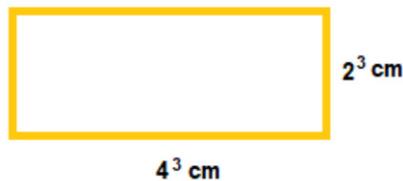
2

Amelia abre una cuenta de ahorro en un banco con \$200 000. Todos los meses el banco le da un interés del 2% mensual, lo que significa que el monto que tiene cada mes lo multiplica por 0,02. ¿Cuál de las siguientes expresiones permite saber el monto que tendrá Amelia al finalizar el quinto mes?

- A. $200\ 000 \cdot 0,02 \cdot 5$
- B. $200\ 000 \cdot (0,02)^5$
- C. $200\ 000 \cdot 0,02 \cdot 4$
- D. $200\ 000 \cdot (0,02)^4$

3

Observa el siguiente rectángulo:



¿Cuál es su área?

- A. 8^6 cm^2
- B. 8^3 cm^2
- C. 6^6 cm^2
- D. 6^3 cm^2

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

1º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Potencias

7. Usa las propiedades de las potencias para reducir la siguiente expresión: (1 punto)

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{81}{16}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2 \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^3}$$

8. Completa usando algunas de las cuatro operaciones de modo que el resultado de cada una de las expresiones numéricas sea igual a 1. (1 punto cada uno)

a. $4^3 \square 2^3 \square 2^3$

c. $(-6)^2 \square (-6)^4 \square \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$

b. $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \square \left(\frac{25}{16}\right)^{-1}$

d. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \square \left(\frac{1}{6}\right)^{-4} \square 4^4 \square (-5,23)^0$

9. Desarrolla cada potencia y calcula su valor. (1 punto cada uno)

a. $\left(\frac{4^{-4}}{7}\right)^2$

b. $\left[(-0,02)^{-1}\right]^2$

c. $\left[\left(\frac{6}{5}\right)^3\right]^2$

10. Determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, explícala usando argumentos matemáticos; y si es falsa, muestra un ejemplo que no la cumpla. (1 punto cada uno)

a. La propiedad $\frac{a^m}{b^n} = a^{m+n}$, con $a, b \neq 0$, y $a, b, n, m \in \mathbb{Z}$ siempre es verdadera.

b. La propiedad $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, y $n \in \mathbb{Z}$ es siempre verdadera.

11. Los lados del cuadrado $ABCD$ miden 4 cm. Los puntos medios P, Q, R, S de los lados se han unido formando un segundo cuadrado. (1 punto cada uno)

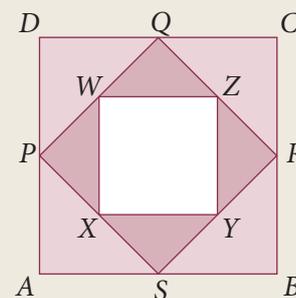
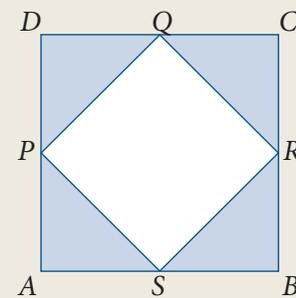
a. Calcula el área de $PSRQ$. Usa el teorema de Pitágoras y recuerda que $(\sqrt{2})^2 = 2$.

Al unir los puntos medios W, X, Y, Z de los lados del cuadrado $PSRQ$ se forma otro cuadrado.

b. Muestra que las áreas de los cuadrados $ABCD, PSRQ$ y $WXYZ$ pueden ser escritas de la forma:

$$16 \text{ cm}^2, 16 \cdot \frac{1}{2} \text{ cm}^2, 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ cm}^2$$

c. Si el proceso de formar cuadrados más pequeños continúa con las mismas características anteriores, ¿cuál es el área del sexto y décimo cuadrado formado?



- 12.** En una laguna de 4 m de profundidad la intensidad de la luz (I) que entra al agua disminuye cada metro el equivalente a $\frac{3}{5}$ de la intensidad anterior. (0,5 puntos cada uno)
- ¿En qué porcentaje ha disminuido la intensidad a los 4 m?
 - Escribe una expresión, con potencias, para determinar la intensidad de la luz según la profundidad p .
 - En otra laguna, la intensidad de la luz (I) baja cada metro a la mitad del valor anterior. Determina qué parte de la intensidad original hay a los 6 m de profundidad y exprésalo como potencia.

- 13.** Es muy difícil doblar un papel más de 7 veces, haciéndolo siempre en sentido contrario al paso anterior y duplicando su espesor. Supongamos que esto fuera posible y que el espesor del papel es de $\frac{13}{256}$ mm. (0,5 puntos cada uno)



- ¿Cuál es la potencia que representa el espesor de una hoja doblada 9 veces?
- ¿Cuántas veces será necesario doblar la hoja para que supere 1 cm de espesor?
- Formula una expresión para el espesor luego de n dobleces (con $n \in \mathbb{N}$).

- 14.** Lee y responde. (1 punto cada uno)

Andrea y Cristian juegan de la siguiente manera: trazan un segmento de recta de 50 cm; Andrea borra la mitad; Cristian borra la mitad del segmento sin borrar; y así sucesivamente. El juego termina cuando el segmento alcanza una longitud inferior a 1 cm. Vence el jugador que ha hecho la última jugada.

- ¿Quién es el vencedor de este juego? Justifica tu respuesta.
- Muestra que, después de la quinta jugada, la longitud del segmento es $50 \cdot 2^{-5}$ cm.



Verifica tus respuestas en el solucionario y con ayuda de tu profesor o profesora completa la tabla.

Ítems	Conocimientos y habilidades	Tu puntaje	Tu desempeño
1, 2, 3, 4, 5 y 6	Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.		
7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14	Realizar operaciones con potencias de base racional y exponente entero. Relacionar el crecimiento o decrecimiento exponencial con potencias de base racional y exponente entero. Resolver problemas de la vida diaria o de otras asignaturas con potencias de base racional y exponente entero.		Logrado: 21 puntos o más. Medianamente logrado: 18 a 20 puntos. Por lograr: 17 puntos o menos.
	Total		

