

Matemática

**Programa de Estudio para la Educación
de Personas Jóvenes y Adultas**

FORMACIÓN GENERAL

Nivel 2
Educación Básica



Matemática

**Programa de Estudio para la Educación
de Personas Jóvenes y Adultas**

FORMACIÓN GENERAL

Nivel 2
Educación Básica

Estimados profesores, profesoras y equipos directivos:

Me complace presentar esta nueva versión de los Programas de Estudio para la Educación de Personas Jóvenes y Adultas (EPJA), que busca actualizar y enriquecer la experiencia de aprendizaje de quienes, bajo esta modalidad, buscan retomar sus trayectorias educativas y finalizar la escolaridad.

Los programas que a continuación se presentan ofrecen un marco de acción claro para la gestión pedagógica de docentes y equipos directivos, permitiéndoles orientar su trabajo según las circunstancias específicas en que se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje, así como las características, necesidades e intereses de los y las estudiantes.

Bajo dicha perspectiva, continuar fortaleciendo la cobertura y abogar por la mejora continua de la EPJA contribuye significativamente a cumplir con la importante misión que tenemos como país de avanzar hacia una educación más pertinente, inclusiva y flexible, que confiera herramientas apropiadas para los desafíos actuales, y promueva el desarrollo de capacidades conducentes a un mayor bienestar y una mejor calidad de vida en nuestra sociedad.

Los Programas están organizados según los Objetivos de Aprendizaje estipulados en las Bases Curriculares de la EPJA, en línea con los aprendizajes significativos que demandan las Habilidades del Siglo XXI. En este esfuerzo, se potencia la formación integral, permitiendo el desenvolvimiento efectivo de cada estudiante en contextos cada vez más exigentes, observando la perspectiva de ciclo vital y de trayectoria educativa.

En esa clave, estos Programas de Estudio no solo ayudan a concretar el anhelo de las personas jóvenes y adultas de finalizar su etapa escolar, sino que también les forma en oficios para el trabajo, y los alienta para que prosigan estudios superiores y enriquezcan su quehacer. Todo esto está mediado por un proceso pedagógico virtuoso, que reconoce las experiencias y proyecto de vida de cada joven y persona adulta como referencias significativas para el trabajo con los contenidos.

Como todo nuestro sistema, la educación para personas jóvenes y adultas afronta desafíos importantes que requieren rigurosidad y empatía. Les invito a seguir orientando su acción pedagógica en esos términos, que quizás son todavía más críticos tratándose de esta modalidad de enseñanza. La EPJA desarrolla una contribución invaluable en el propósito de garantizar e incluso actualizar el derecho a la educación en nuestro país y, de este modo, brindar nuevas oportunidades a quienes desean aportar con sus conocimientos y habilidades al desarrollo de un país donde nadie quede atrás.



Nicolás Eduardo Cataldo Astorga
Ministro de Educación de Chile

Matemática

Programa de Estudio para la Educación
de Personas Jóvenes y Adultas

FORMACIÓN GENERAL

Nivel 2 de Educación Básica

Resolución Exenta del Ministerio de Educación
N° 12882/2025

Unidad de Currículum y Evaluación
Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

Primera edición: 2026



Contenidos

PRESENTACIÓN

- 8** Nociones básicas
- 10** Habilidades y Actitudes para el siglo XXI

CONSIDERACIONES GENERALES

- 16** Perfil de Egreso
- 18** Contextualización Curricular
- 19** Inclusión y Diversidad

ORIENTACIONES PEDAGÓGICAS PROGRAMAS DE ESTUDIO EPJA

- 22** Organización Modular del Programa de Estudio
- 22** Módulos Obligatorios
- 25** Módulos Electivos
- 26** Aprendizaje Basado en Proyectos
- 29** Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas
- 30** Orientaciones para Evaluar los Aprendizajes
- 32** Referencias

PROPÓSITOS FORMATIVOS DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA

- 36** Enfoque de la Asignatura
- 36** Estructura Curricular
- 41** Objetivos de Aprendizaje
- 41** Conocimientos Esenciales

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y PEDAGÓGICAS

- 44** Orientaciones Didácticas y Pedagógicas
- 48** Referencias
- 49** Visión panorámica de los Módulos del Nivel 2 de Educación Básica
- 50** Visión panorámica de los Objetivos de Aprendizaje y Conocimientos Esenciales

MÓDULOS OBLIGATORIOS DE LA ASIGNATURA

- 56** Módulo Obligatorio 1
- 56** Visión panorámica
- 58** Actividad de desempeño 1
- 66** Actividad de desempeño 2
- 72** Actividad de desempeño 3
- 79** Actividad de desempeño 4
- 88** Módulo Obligatorio 2
- 88** Visión panorámica
- 90** Actividad de desempeño 1
- 96** Actividad de desempeño 2
- 102** Actividad de desempeño 3
- 110** Actividad de desempeño 4
- 116** Módulo Obligatorio 3
- 116** Visión panorámica
- 118** Actividad de desempeño 1
- 129** Actividad de desempeño 2
- 139** Actividad de desempeño 3
- 146** Actividad de desempeño 4
- 152** Módulo Obligatorio 4
- 152** Visión panorámica
- 154** Actividad de desempeño 1
- 163** Actividad de desempeño 2
- 170** Actividad de desempeño 3
- 177** Actividad de desempeño 4

MÓDULOS ELECTIVOS DE LA ASIGNATURA

- 186** Módulo Electivo 1
- 186** Visión panorámica
- 196** Módulo Electivo 2
- 196** Visión panorámica

Presentación

Las Bases Curriculares para la Educación de Personas Jóvenes y Adultas (EPJA) establecen Objetivos de Aprendizaje (OA) de habilidades y actitudes que se integran con conocimientos esenciales, para la comprensión de grandes ideas consideradas relevantes en cada asignatura. El presente programa de estudio es una propuesta de organización curricular que define y desarrolla actividades de desempeño para que los y las estudiantes construyan los aprendizajes establecidos para cada nivel de enseñanza.

Al Ministerio de Educación le corresponde la tarea de elaborar programas de estudio que orienten la implementación de las Bases Curriculares en aquellos establecimientos que no han optado por la elaboración de programas propios. Estos instrumentos constituyen un complemento coherente y alineado con las Bases Curriculares. Además, son una herramienta para apoyar a los y las docentes en el logro de los Objetivos de Aprendizaje y propósitos formativos declarados en cada asignatura y nivel.

Los programas de estudio corresponden a una propuesta que los establecimientos pueden implementar. También pueden ser un referente para aquellas instituciones educativas que deseen elaborar programas de estudio propios, pues son instrumentos que responden a las múltiples realidades educativas provenientes de distintos contextos y que dan origen a una diversidad de aproximaciones didácticas, metodológicas y organizacionales. Estas se expresan en el desarrollo de distintos proyectos educativos, todos válidos mientras permitan el logro de los Objetivos de Aprendizaje.

Los programas de estudio proponen al docente una organización de los Objetivos de Aprendizaje, conocimientos esenciales y grandes ideas de acuerdo con el tiempo disponible dentro del año escolar. Además, son una orientación acerca de cómo desarrollar una comprensión profunda y significativa. Se trata de una estimación temporal aproximada y de carácter propositivo, por lo tanto, puede ser adaptada por las y los docentes de acuerdo con la realidad de sus estudiantes y de su establecimiento.

Para apoyar la implementación de las Bases Curriculares, los programas proporcionan orientaciones disciplinares, didácticas y criterios de evaluación formativa que pueden utilizarse como apoyo para las actividades de desempeño sugeridas. Estas actividades permiten a los y las estudiantes poner en “uso” el conocimiento esencial. Para ello, aplican los procedimientos que definen a las habilidades y actitudes declaradas en los Objetivos de Aprendizaje. En consecuencia, las actividades de desempeño permiten construir aprendizajes y recoger evidencias de comprensión. Además, se enriquecen con recomendaciones de recursos didácticos complementarios y bibliografía para docentes y estudiantes. Se enmarcan en un modelo pedagógico cuyo enfoque es el de la comprensión, lo que implica establecer conexiones desde la experiencia de los y las estudiantes al interior de cada disciplina y también con otras áreas del conocimiento. Las actividades de desempeño de los programas ilustran un modelo para que cada docente, en su establecimiento, pueda construir nuevas actividades acordes con las diversas realidades.

Nociones básicas

Objetivos de Aprendizaje de Habilidades y Actitudes Nucleares

Los **Objetivos de Aprendizaje** de estas Bases Curriculares establecen los desempeños terminales esperables para una asignatura determinada en cada nivel escolar y evidencian, de forma clara y precisa, cuál es el aprendizaje que la o el estudiante debe lograr. Se refieren a las habilidades y actitudes fundamentales de cada asignatura, y se constituyen en el núcleo del aprendizaje.

Las **habilidades** son definidas como procesos estratégicos centrales para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad. Favorecen la transferencia educativa, es decir, la capacidad para utilizar el conocimiento y aplicarlo a nuevos contextos.

Las **actitudes** son disposiciones frente a objetos, ideas o personas, que incluyen componentes afectivos, cognitivos y valorativos que inclinan a las personas a determinados tipos de acciones. Las actitudes que conforman los Objetivos de Aprendizaje se desprenden de los cuatro ámbitos del marco de Habilidades para el siglo XXI, y su inclusión responde a criterios de pertinencia para ser trabajadas integradamente con las habilidades. En los niveles de Enseñanza Básica, se prioriza el desarrollo de actitudes que fomentan la autonomía y la proactividad, mientras que en los niveles de Enseñanza Media predominan aquellas que fomentan la responsabilidad personal y social de los y las estudiantes.

Las actitudes y habilidades se integran en la construcción de los Objetivos de Aprendizaje nucleares, lo que evidencia su interdependencia y su importancia para una formación integral, que permita a las y los estudiantes contar con una combinación de valores, disposiciones, habilidades y conocimientos para enfrentar los desafíos del futuro¹.

¹ OECD (2020). Op. Cit., pág. 5.

Conocimientos esenciales

Los conocimientos esenciales refieren a una red conceptual coherente y rica en conexiones, que permite construir la comprensión sobre los fenómenos y el mundo. El conocimiento entendido como comprensión, permite a los y las estudiantes refinar, transformar o reemplazar ideas preexistentes que han adquirido en su experiencia cotidiana, y moverse con flexibilidad entre visiones generales, detalles, generalizaciones y ejemplos sobre los fenómenos que estudian.

Los conocimientos esenciales son prioritarios e imprescindibles, pues constituyen una base que permite avanzar de manera progresiva en el aprendizaje de cada asignatura, y construir nuevos conocimientos.

Propósito formativo

Los propósitos formativos de cada asignatura definen las finalidades educativas que se busca desarrollar a partir de los Objetivos de Aprendizaje y conocimientos esenciales en cada nivel. Entregan el para qué del aprendizaje y buscan evidenciar cómo cada área contribuye al logro de los objetivos generales de la Educación Media, definidos en la Ley General de Educación.

En estas Bases Curriculares, las **grandes ideas** operan como propósito formativo de cada nivel y orientan la comprensión y la articulación de los Objetivos de Aprendizaje y los conocimientos esenciales.

Enfoque de la asignatura

Explica los principios, teorías y conceptos disciplinares desde los cuales se han construido los aprendizajes de la asignatura. Se presenta una visión actualizada de dichos elementos de acuerdo con el desarrollo de las disciplinas. Se explicitan también los énfasis teóricos y las perspectivas desde las cuales se espera que los y las docentes y estudiantes aborden los conocimientos, habilidades y actitudes incluidos en los Objetivos de Aprendizaje. Asimismo, en esta sección se explican los enfoques didácticos que permiten orientar la implementación de la asignatura en el aula. Esto último se sustenta en los conceptos, teorías y principios pedagógicos de la enseñanza de cada disciplina.

Habilidades y Actitudes para el siglo XXI

La existencia y el uso de la tecnología en el mundo global, multicultural y en constante cambio ha determinado nuevos modos de acceso al conocimiento, de aplicación de los aprendizajes y de participación en la sociedad. Estas necesidades exigen competencias particulares, las que internacionalmente se conocen como **Habilidades para el siglo XXI** y que responden a los diversos requerimientos del mundo actual, como el aprendizaje de nuevas maneras de pensar, aprender, relacionarse con los demás, comunicarse, usar la tecnología, trabajar, participar en la sociedad, desarrollarse como persona y desarrollar la creatividad, entre otras².

Las Habilidades para el siglo XXI son el foco formativo central que propende a la formación integral de los y las estudiantes. Corresponden a un marco de habilidades y actitudes transversales a todas las asignaturas y a partir de las cuales cada una define sus propios aprendizajes disciplinares. Se presentan organizadas en torno a cuatro ámbitos: Maneras de pensar, Maneras de trabajar, Herramientas para trabajar y Maneras para vivir en el mundo.

DESARROLLO DE ACTITUDES

- ▶ Pensar con **perseverancia** y **proactividad** para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.
- ▶ Pensar con **apertura** a distintas perspectivas y contextos, asumiendo riesgos y responsabilidades.
- ▶ Pensar con **consciencia**, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

Continúa →

Maneras de pensar

Desarrollo de la creatividad y la innovación

Las personas creativas poseen habilidades de pensamiento divergente, producción de ideas, fluidez, flexibilidad y originalidad. El pensamiento creativo implica abrirse a diferentes ideas, perspectivas y puntos de vista, ya sea en la exploración personal o en el trabajo en equipo. En este ámbito, la enseñanza implica asumir que este tipo de pensamiento puede desarrollarse en todas las instancias de aprendizaje y en varios niveles: imitación, variación, combinación, transformación y creación original. Para lograr esta última, es importante que las y los docentes consideren que es necesario haber desarrollado varias habilidades y que la creatividad también puede enseñarse mediante actividades más acotadas según los distintos niveles.

2 El conjunto de habilidades seleccionadas para las Bases Curriculares de EPJA corresponden a una adaptación de distintos modelos (Binkley et al., 2012; Fadel et al., 2016). Se han organizado en cuatro categorías: Maneras de pensar, Maneras de trabajar, Herramientas para trabajar y Maneras para vivir en el mundo.

- ▶ Pensar con **flexibilidad** para reelaborar las propias ideas, puntos de vista y creencias.
- ▶ Pensar con **reflexión propia y autonomía** para gestionar el propio aprendizaje, identificando capacidades, fortalezas y aspectos por mejorar.
- ▶ Pensar con consciencia de **que los aprendizajes se desarrollan a lo largo de la vida** y enriquecen la experiencia.
- ▶ Pensar con **apertura hacia otros** para valorar la comunicación como una forma de relacionarse con diversas personas y culturas, compartiendo ideas que favorezcan el desarrollo de la vida en sociedad.

DESARROLLO DE ACTITUDES

- ▶ Trabajar **colaborativamente** en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.
- ▶ Trabajar con **responsabilidad y liderazgo** en la realización de las tareas colaborativas y en función del logro de metas comunes.
- ▶ Trabajar con **empatía y respeto** en el contexto de la diversidad, eliminando toda expresión de prejuicio y discriminación.
- ▶ Trabajar con **autonomía y proactividad** en trabajos colaborativos e individuales para llevar a cabo eficazmente proyectos de diversa índole.

Desarrollo del pensamiento crítico

El pensamiento crítico permite discriminar entre informaciones, declaraciones o argumentos, mediante la evaluación de su contenido y pertinencia; cuestionar la información, tomar decisiones y emitir juicios; y reflexionar críticamente acerca de diferentes puntos de vista, tanto de los propios como de los demás, ya sea para defenderlos o contradecirlos sobre la base de evidencias. Contribuye así, además, a la autorreflexión y corrección de errores, además de favorecer la capacidad de estar abierto a los cambios y de tomar decisiones razonadas. El principal desafío en la enseñanza del pensamiento crítico es la aplicación exitosa de estas habilidades en contextos diferentes de aquellos en que fueron aprendidas.

Desarrollo de la metacognición

Corresponde al concepto de “aprender a aprender”. Se refiere a ser consciente del propio aprendizaje y de los procesos para lograrlo, lo que permite auto-gestionarlo con autonomía, adaptabilidad y flexibilidad. El proceso de pensar acerca del pensar involucra la reflexión propia sobre la posición actual, fijar los objetivos a futuro, diseñar acciones y estrategias potenciales, monitorear el proceso de aprendizaje y evaluar los resultados. Incluye tanto el conocimiento que se tiene sobre sí mismo como estudiante o pensador, como los factores que influyen en el rendimiento. La reflexión acerca del propio aprendizaje favorece su comunicación, por una parte, y la toma de conciencia de las propias capacidades y debilidades, por otra. Desde esta perspectiva, favorece el desarrollo de autoestima, disciplina, capacidad de perseverar y tolerancia a la frustración.

Maneras de trabajar

Desarrollo de la comunicación

La comunicación, ya sea escrita, oral o multimodal, requiere crear estrategias y herramientas que se adecuen a diversas situaciones, propósitos y contextos socioculturales, con el fin de transmitir lo que se desea de manera efectiva. La comunicación permite desarrollar empatía, autoconfianza, valoración de la interculturalidad, así como adaptabilidad, creatividad y rechazo a la discriminación.

Desarrollo de la colaboración

La colaboración entre personas con diferentes habilidades y perspectivas faculta al grupo para tomar mejores decisiones que las que se adoptarían individualmente. Además, el trabajo colaborativo entre pares determina nuevas formas de aprender y de evaluarse a sí mismo y a los demás, lo que permite visibilizar los modos en que se aprende. Esto conlleva nuevas maneras de relacionarse en torno al aprendizaje.

La colaboración compromete, a su vez, actitudes clave para el aprendizaje en el siglo XXI, como el liderazgo, la responsabilidad, perseverancia, apertura de mente hacia lo distinto, aceptación y valoración de las diferencias, autoestima, tolerancia a la frustración y empatía.

DESARROLLO DE ACTITUDES

- ▶ **Aprovechar las herramientas** disponibles para aprender y resolver problemas.
- ▶ **Interesarse** por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.
- ▶ **Valorar las TIC** como una oportunidad para informarse, investigar, socializar, comunicarse y participar como ciudadano.
- ▶ **Actuar responsablemente** al gestionar el tiempo para llevar a cabo eficazmente los proyectos personales, académicos y laborales.
- ▶ **Actuar de acuerdo con los principios de la ética** en el uso de la información y de la tecnología, respetando la propiedad intelectual y la privacidad de las personas.

Herramientas para trabajar

Desarrollo de la alfabetización digital

Promueve el desarrollo del pensamiento computacional, la autonomía y el trabajo en equipo, la creatividad, la participación en redes de diversa índole, y el interés por ampliar los propios intereses y horizontes culturales, mediante el uso responsable de la tecnología para hacer frente a nuevos desafíos, como la ciberseguridad y el autocuidado. La utilización de esta como herramienta de trabajo supone dominar las posibilidades que ofrece, así como darle un uso creativo e innovador que, a la vez, promueva el pensamiento crítico. La alfabetización digital apunta también a la resolución de problemas en el marco de la cultura digital que caracteriza al siglo XXI. Para ello, son útiles las herramientas que entrega la programación, el pensamiento computacional, la robótica e internet, entre otros, para desarrollar habilidades que permitan crear contenidos digitales, informarnos y vincularnos con los demás utilizando la tecnología.

Desarrollo del uso de la información

Dice relación con la eficacia y eficiencia en la búsqueda, el acceso, el procesamiento, la clasificación, la integración, la gestión, la evaluación crítica, el uso creativo y ético, y la comunicación de la información. Implica formular preguntas, indagar y generar estrategias para seleccionar, organizar y comunicar. Tiene además siempre en cuenta tanto los aspectos éticos y legales que la regulan, como el respeto a los demás y a su privacidad. Promueve también el acceso, uso responsable, aplicación eficaz y evaluación crítica de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), y su uso creativo de acuerdo con distintos propósitos, atendiendo a las características y convenciones de diversos contextos multiculturales.

DESARROLLO DE ACTITUDES

- ▶ **Perseverar** en torno a metas con miras a la construcción de proyectos de vida y al aporte a la sociedad y al país con autodeterminación, autoconfianza y respeto por uno mismo y por los demás.
- ▶ **Participar** asumiendo posturas razonadas en distintos ámbitos: cultural, social, político, medioambiental, entre otros.
- ▶ **Tomar decisiones razonadas** y que contribuyan al bien común, respetando los derechos humanos, la diversidad y la multiculturalidad.
- ▶ **Actuar con honestidad**, responsabilizándose por las propias acciones y decisiones con conciencia de las implicancias que estas tienen sobre uno mismo y los otros.

Maneras de vivir en el mundo

Desarrollo de la ciudadanía local y global

La ciudadanía se refiere a la participación del individuo en su contexto desde una perspectiva política, social, territorial, cultural, económica, medioambiental, entre otras dimensiones. Por ello, es necesaria la interacción eficaz con las instituciones públicas y con iniciativas que apoyen la cohesión social. La participación también implica reflexionar y tener un juicio crítico acerca de los mensajes de los medios de comunicación masiva, de modo de adoptar una postura razonada ante ellos. La conciencia de ser ciudadano promueve el sentido de pertenencia, la valoración y el ejercicio de los principios democráticos, como los derechos humanos y la igualdad, así como asumir sus responsabilidades como tal. En este sentido, el respeto a los demás, a su privacidad, y a las diferencias valóricas, religiosas y étnicas cobra gran relevancia y se relaciona directamente con una actitud empática, de mentalidad abierta y de adaptabilidad.

Desarrollo del plan de vida y carrera

La construcción y consolidación de un proyecto de vida y de una carrera, oficio u ocupación, requiere la capacidad de adaptarse a los cambios para poder desenvolverse en distintos roles y contextos. Para el logro de objetivos personales, es necesario establecer metas, crear estrategias para conseguirlas, desarrollar la autogestión, actuar con iniciativa y compromiso, tener autonomía para ampliar los aprendizajes, poseer autocritica, reflexionar críticamente y disponerse a integrar las retroalimentaciones recibidas. Por otra parte, para lograr estas metas se requiere interactuar con los demás de manera flexible, con la capacidad de trabajar en equipo y negociar para la búsqueda de soluciones. Esto permite el desarrollo de liderazgo, responsabilidad, ejercicio ético del poder y el respeto a las diferencias en ideas y valores.

Desarrollo de responsabilidad personal y social

La responsabilidad personal y social se interrelacionan constantemente. En lo personal, el respeto por los demás y el rechazo a la discriminación, la conciencia acerca de la propia cultura y las relaciones de esta con las del mundo, el compromiso con la propia vida y el contexto inmediato, y el control de la agresión, la violencia y la autodestrucción permiten que las personas se desarrollen de una manera integral. Por otra parte, el compromiso con la propia persona se traduce, a su vez, en una manera sana y activa de relacionarse con los demás, lo que entrega confianza a los otros y permite comunicarse de una manera asertiva, empática, libre de prejuicios, que acepte los distintos puntos de vista y contribuya a mejorar la sociedad en la que vive. Estas habilidades apuntan a ser consciente de sí mismo y de los otros, además de realizar acciones concretas que den cuenta de la responsabilidad que tiene el individuo con su vida y con su entorno.

Consideraciones Generales

Las consideraciones que se presentan a continuación son relevantes para una óptima implementación de los Programas de Estudio. Se vinculan estrechamente con los enfoques curriculares, y permiten abordar de mejor manera los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares.

Perfil de Egreso

La formación habilita al estudiante para conducir su propia vida en forma autónoma, plena y responsable, de modo que pueda desarrollar planes de vida y proyectos personales, continuar su proceso educativo formal mediante la educación superior o incorporarse a la vida laboral.

Los y las estudiantes que egresan de la modalidad de Educación de Personas Jóvenes y Adultas han desarrollado los conocimientos, habilidades y actitudes definidas en el currículum nacional y transfieren sus aprendizajes a distintos ámbitos: social, cultural, cívico, laboral, intelectual y personal. A partir de dichos aprendizajes, son capaces de alcanzar sus metas académicas y laborales; además de construir un proyecto de vida de acuerdo con sus necesidades e intereses, actuando con autonomía y responsabilidad.

El marco de Habilidades para el siglo XXI, los Objetivos Generales de la Ley General de Educación y las Bases Curriculares para la EPJA definen un conjunto de diez competencias que reúnen habilidades, actitudes y conocimientos que los y las estudiantes han adquirido al finalizar el Segundo Nivel de Educación Media de la modalidad. Estas competencias se organizan según los ámbitos de las Habilidades para el siglo XXI, y su relación de tributación con las habilidades y actitudes nucleares de los Objetivos de Aprendizaje. La competencia 1 se refiere al dominio disciplinar de las asignaturas que los estudiantes deberán alcanzar al finalizar la Educación Media.

Dominio disciplinar

1. Aplica conocimientos y habilidades disciplinares de las áreas de lenguaje, matemáticas, ciencias, historia, geografía y ciencias sociales e idioma extranjero inglés en contextos que impliquen aprendizaje y desarrollo personal.

Maneras de pensar

2. Gestiona el proceso de aprendizaje personal por medio de habilidades de metacognición, reflexión y comunicación, demostrando autonomía, motivación y una sólida autoestima y confianza en las propias capacidades para mejorar y enriquecer su desarrollo personal y cognitivo.
3. Identifica problemas, elabora argumentos, considera nuevas ideas, y propone soluciones creativas e innovadoras ante los desafíos que enfrenta.
4. Piensa de manera crítica y elabora puntos de vista y opiniones propias, utilizando evidencia y con una actitud abierta, dispuesta a cuestionar los supuestos y a reconsiderar las propias visiones.

Maneras de trabajar

5. Trabaja de manera colaborativa con otras personas en la resolución de problemas y en el desarrollo de proyectos. Demuestra habilidades interpersonales de comunicación, gestión y monitoreo del trabajo, la capacidad para asumir roles, reconocer fortalezas y aceptar debilidades, y una actitud perseverante para alcanzar los objetivos propuestos.
6. Se comunica efectivamente con otras personas en lengua materna y en una lengua extranjera, con diferentes propósitos y en diversos contextos, por medio de habilidades de comunicación oral, escrita y no verbal, demostrando capacidad de escuchar y comprender distintos mensajes, y una valoración positiva del lenguaje como fuente de enriquecimiento cultural y personal.

Herramientas para trabajar

7. Utiliza Internet y las herramientas digitales de manera efectiva y eficiente. Demuestra habilidades de búsqueda, selección, manejo y producción de información, y capacidad para resolver tareas, además de reconocer los aspectos éticos y legales involucrados en el acceso y uso de la información en ambientes digitales.
8. Demuestra compromiso y capacidad de autogestionar el aprendizaje en las diversas instancias de formación que enfrenta, por medio de habilidades que le permitan desenvolverse en distintos roles y contextos y planificar un proyecto de vida personal y laboral en el tiempo. Desarrolla una disposición favorable al aprendizaje a lo largo de la vida.

Maneras de vivir en el mundo

9. Se relaciona de manera respetuosa, empática y constructiva con otras personas en las diversas instancias de intercambio y colaboración que enfrenta. Demuestra conciencia y reconocimiento de la propia cultura y la de los demás, y una actitud de rechazo a la violencia, la agresión y la discriminación.
10. Demuestra conciencia de los derechos y responsabilidades ciudadanas al relacionarse con sus pares, con la comunidad y con las instituciones públicas, mediante habilidades de interacción eficaz, de participación y toma de decisiones. Muestra un compromiso con el bien común, la cohesión social, los derechos humanos y los principios de la democracia, a nivel local y global.

Contextualización Curricular

La contextualización curricular es el proceso de apropiación y desarrollo del currículum en una realidad educativa concreta. Este se lleva a cabo considerando las características particulares del contexto escolar, por ejemplo, el medio en que se sitúa el establecimiento educativo, la cultura, el proyecto educativo institucional de la escuela y la comunidad escolar, el tipo de formación diferenciada que se imparte (Humanístico-Científica o Técnico-Profesional), lo que posibilita que el proceso educativo adquiera significatividad para los y las estudiantes desde sus propias realidades y facilita, así, el logro de los Objetivos de Aprendizaje.

El marco de habilidades y actitudes que define esta propuesta permite desarrollar aquellas que facilitan formas de pensar, de vivir en el mundo y de trabajar. Además, entrega herramientas para trabajar que definen el perfil de los y las estudiantes EPJA y que pueden ser utilizadas como estrategias para atender a las necesidades de contextualización de las diferencias que se presentan en las aulas. Los programas de estudio son una propuesta de diseño de clases, de actividades y de evaluaciones flexible, que puede modificarse, ajustarse y transferirse a diferentes realidades y contextos, entre otros:

- ▶ **DIVERSIDAD ETARIA.** Debido a que la edad de los y las estudiantes de Educación de Personas Jóvenes y Adultas puede variar de los 15 a más de 50 años, las actividades propuestas se han diseñado desde un principio de flexibilidad que permita en las aulas ajustarse a las distintas necesidades y posibilidades de estudiantes que no han iniciado o han interrumpido su trayectoria formativa por un corto o un largo periodo de tiempo.
- ▶ **TIPOS DE ESTABLECIMIENTOS.** De acuerdo con las distintas posibilidades originadas por el tipo de establecimiento en las que se implementa la modalidad, como Tercera jornada, Centros de Educación Integrada de Adultos, Establecimientos Educacionales al interior de Recintos Penitenciarios y al interior de Unidades Militares, la implementación didáctica de las actividades propuestas en el programa sugiere el uso de recursos y procedimientos tanto análogos como virtuales.
- ▶ **TRAYECTORIAS FORMATIVAS.** Por diversas razones las trayectorias formativas de los estudiantes EPJA se interrumpen. En consecuencia, la progresión de aprendizajes de las asignaturas que forman parte del Plan de Formación General en sus distintos Niveles de Educación Básica y Educación Media: Lenguaje y Comunicación / Lengua y Literatura, Matemática, Ciencias e Historia, Geografía, Ciencias Sociales y Educación Ciudadana, pueden estar afectadas. Por lo tanto, puede ocurrir que la implementación de los programas de estudio se necesite realizar procesos previos de nivelación, que permitan a las y los estudiantes avanzar en su trayectoria formativa. La implementación del programa se ha diseñado en un tiempo estimativo que, de acuerdo con el plan de estudio, puede ajustarse a las necesidades formativas de los y las estudiantes.

Inclusión y Diversidad

En el trabajo pedagógico, es importante comprender que la diversidad se entiende en términos culturales, sociales, étnicos, religiosos, de género, de estilos de aprendizaje y de niveles de conocimiento y/o de trayectorias escolares. Esta diversidad enriquece los escenarios de aprendizaje y está asociada a los siguientes desafíos:

- Desarrollar aprendizajes significativos que se relacionen con el contexto y la realidad de los estudiantes.
- Crear oportunidades inclusivas para desarrollar el aprendizaje en todos y todas.
- Favorecer y potenciar metodologías integradoras y colaborativas tales como Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) y Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas (ABRP).

Atender a la diversidad de estudiantes en sus contextos implica reconocer las necesidades educativas que poseen para así diseñar experiencias de aprendizaje a partir de tiempos, recursos y estrategias que permitan que cada estudiante logre un aprendizaje de calidad. La experiencia y conocimiento que tengan las y los docentes sobre su asignatura y las estrategias que promuevan un aprendizaje profundo, son herramientas para tomar decisiones pertinentes y oportunas respecto de las necesidades de los y las estudiantes.

Para las y los estudiantes con necesidades educativas especiales, el conocimiento de sus profesores y profesoras, así como el apoyo y las recomendaciones de los especialistas, contribuyen a que todos desarrollen al máximo sus capacidades. Algunas orientaciones para considerar:

- Promover ambientes de aprendizaje inclusivos, donde cada estudiante sienta seguridad para participar, experimentar y contribuir de forma significativa a la clase. Se recomienda destacar positivamente las características particulares y rechazar toda forma de discriminación, agresividad o violencia.
- Proveer igualdad de oportunidades y asegurar que los y las estudiantes puedan participar por igual en todas las actividades. Evitar relacionar el trabajo de aula con estereotipos asociados a género, características físicas o cualquier otro tipo de sesgo que provoque discriminación.
- Utilizar diversos materiales, estrategias didácticas y actividades que se adecuen a las singularidades de los y las estudiantes y sus intereses.
- Promover un trabajo sistemático, con actividades variadas para diferentes estilos de aprendizaje y con ejercitación abundante, procurando que todos tengan acceso a oportunidades de aprendizaje enriquecidas.

Orientaciones Pedagógicas Programas de Estudio EPJA

Todas las actividades siguen los pasos que caracterizan el proceso de aprendizaje para la Educación de Personas Jóvenes y Adultas: identificar la necesidad del aprendizaje; crear una estrategia y recursos para alcanzarlos; desarrollar la estrategia y evaluarla. Para aprender, necesitan saber cuál es el propósito de su aprendizaje, aplicar lo aprendido en la vida y ser agentes de su propio aprendizaje, por medio de su experiencia.

La etapa inicial del aprendizaje es de gran importancia. Si bien el o la estudiante puede no estar siempre consciente de lo que necesita aprender, la motivación y el compromiso por el aprendizaje, como un medio para adquirir autonomía y aprender a aprender, pueden operar como incentivos poderosos para encontrar un sentido al aprendizaje escolar. Asimismo, es relevante que participen en el proceso de diseño del aprendizaje. La literatura señala que, en el estudiantado adulto, compartir el control de las estrategias de aprendizaje lo hace más eficaz³. Hacerlos partícipes como agentes de su aprendizaje, satisface su necesidad de conocer y estimula su autoconcepto como los estudiantes independientes⁴.

3 Knowles, M. S., Holton III, E. F., & Swanson, R. A. (2014). *The adult learner: The definitive classic in adult education and human resource development*. London: Routledge, pág. 148.

4 Ibídem.

Organización Modular del Programa de Estudio

Los programas de estudio correspondientes a las Bases Curriculares de la Educación de Personas Jóvenes y Adultas, proponen una estructura modular que organiza los Objetivos de Aprendizaje de habilidades y actitudes, los conocimientos esenciales y las grandes ideas de cada asignatura de acuerdo con las Bases Curriculares aprobadas para la modalidad.

Los módulos se definen como bloques unitarios de aprendizaje que integran habilidades, actitudes y conocimientos requeridos para adquirir desempeños flexibles en una determinada área o asignatura.

Todas las asignaturas, tanto del plan de Formación General como de Formación Instrumental cuentan con programas de estudio modulares para su implementación. En cuanto a la estructura, cada asignatura se organiza por nivel en cuatro módulos obligatorios y dos módulos electivos. Los primeros organizan los Objetivos de Aprendizaje, conocimientos esenciales y grandes ideas de cada nivel, mientras que los segundos ofrecen oportunidades de profundizar en el desarrollo del OA y en la comprensión de las grandes ideas del nivel, por medio del desarrollo de proyectos o la resolución de problemas.

Módulos Obligatorios

En coherencia con las Bases Curriculares, los módulos obligatorios organizan los Objetivos de Aprendizaje, los conocimientos esenciales y las grandes ideas del nivel. Cada módulo presenta cuatro actividades de aprendizaje y evaluación que desarrollan, como foco principal, las habilidades y actitudes de los Objetivos de Aprendizaje del nivel. En las Bases Curriculares para EPJA, las habilidades son entendidas como conocimientos procedimentales que desarrollan destrezas de pensamiento y hábitos de mente que permiten pensar los contenidos en profundidad. Como señala David Perkins (2017)⁵, desarrollar habilidades permite a las y los estudiantes aprender a pensar sobre el conocimiento, ponerlo “en movimiento para hacer conexiones y predicciones”, además de darle forma “para crear nuevos productos y resultados creativos”.

5 Perkins, D. Prólogo a Swartz, R. et al. (2017). Op. Cit., pág. 8.

Organización del Aprendizaje en los Módulos Obligatorios

Los módulos obligatorios organizan el aprendizaje en torno al desarrollo de una actividad de desempeño y actividades de evaluación que se integran. Los elementos que componen estos módulos son:

Visión panorámica del módulo

La visión panorámica de cada módulo presenta la gran idea, los objetivos de aprendizaje y conocimientos esenciales que se necesitan desarrollar para cumplir el propósito formativo del módulo. Por último, se identifica el tiempo semanal y las horas de clase propuestas para abarcar su implementación.

Propósito del módulo

El propósito del módulo responde a tres interrogantes: ¿qué se espera que los y las estudiantes comprendan?, ¿cómo se evidenciará que han comprendido? y ¿cómo tributa el módulo al marco formativo de las Habilidades y Actitudes para el siglo XXI? Para responder a la primera interrogante se explica brevemente la gran idea que se pretende construir en el módulo. Luego, se relacionan explicativamente habilidades, actitudes y conocimientos esenciales que pondrá en uso el o la estudiante para finalmente detallar cómo estos se integran y tributan al marco de Habilidades y actitudes para el siglo XXI.

Ruta de aprendizaje

Secuencia de cuatro actividades de desempeño que describen sintéticamente qué habilidades –procedimientos estratégicos– y actitudes desarrollará el o la estudiante para poner en uso los conocimientos esenciales declarados en el módulo. Cada desempeño se construye identificando qué hace el estudiante –habilidad o procedimiento aplicado– y el conocimiento esencial que se moviliza. El conjunto de actividades de desempeño se integra coherentemente para dar cuenta del propósito formativo general declarado en el módulo.

Actividades de desempeño

Para organizar el desarrollo de las actividades propuestas se utilizan criterios didácticos transversales que guíen flexiblemente a las y los docentes, de modo que puedan transferir la propuesta a sus diferentes contextos. Los criterios utilizados se distinguen por su función didáctica, es decir, la finalidad formativa que se persigue a través de ellos:

- ▶ **SITUACIÓN EXPERIENCIAL.** Permite enmarcar de forma situada un determinado aprendizaje. Activa y engancha el conocimiento previo con el nuevo conocimiento para desarrollar un aprendizaje significativo.
- ▶ **CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO.** Permite ilustrar cómo mediar, a través de una propuesta de selección de recursos y estrategias la adquisición y organización de nuevos conocimientos.
- ▶ **PRÁCTICA GUIADA.** Modela paso a paso la mediación que realiza el o la docente, a través de actividades individuales, plenarias o colaborativas que desarrollan los y las estudiantes, para profundizar en la comprensión de un determinado conocimiento.
- ▶ **PRÁCTICA INDEPENDIENTE.** Detalla las actividades individuales y/o colaborativas que desarrollan los y las estudiantes para realizar desempeños flexibles que permitan profundizar y evidenciar su comprensión. Permite monitorear el proceso de aprendizaje.
- ▶ **INTEGRACIÓN.** Corresponde a una actividad de síntesis que realiza el o la estudiante individualmente para evidenciar la comprensión del propósito declarado para la actividad. Por ejemplo, mediante el uso de ticket de salida.
- ▶ **ORIENTACIONES AL DOCENTE.** En esta sección se aclaran y precisan conceptos disciplinares que se han movilizado a lo largo del módulo. Se realizan sugerencias complementarias sobre el trabajo con adultos y/o estrategias didácticas que puedan facilitar su labor. Se sugieren estrategias para guiar la retroalimentación y la evaluación formativa compartiendo criterios, estrategias de retroalimentación y rúbricas.

Módulos Electivos

Los módulos electivos ofrecen oportunidades de profundizar en el desarrollo de las habilidades y actitudes de los Objetivos de Aprendizaje del nivel y en la comprensión de las grandes ideas. Se desarrollan por medio de metodologías de Aprendizaje Basado en Proyectos y Aprendizaje Basado en Resolución de Problemas. Se organizan en torno a un tema que es planteado como problema o desafío y que permite ampliar el conocimiento esencial, profundizar en la comprensión de las grandes ideas y conectar con los intereses y experiencias de los y las estudiantes.

Los problemas y desafíos podrán ser adaptados a los contextos, intereses y experiencias vitales de los y las estudiantes.

Se sugiere considerar los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la Agenda para el Desarrollo Sostenible de la Unesco como foco para orientar los problemas y proyectos a desarrollar en los módulos electivos. Estos temas son⁶:

- | | |
|--|---|
| 1. Fin de la pobreza | 10. Reducción de las desigualdades |
| 2. Hambre cero | 11. Ciudades y comunidades sostenibles |
| 3. Salud y Bienestar | 12. Producción y consumo responsable |
| 4. Educación de calidad ⁷ | 13. Acción por el clima |
| 5. Igualdad de género | 14. Vida submarina |
| 6. Agua limpia y saneamiento | 15. Vida de ecosistemas terrestres |
| 7. Energía asequible y no contaminante | 16. Paz, justicia e instituciones sólidas |
| 8. Trabajo decente y crecimiento económico | 17. Alianzas para lograr los objetivos |
| 9. Industria, innovación e infraestructura | |

Esta metodología debe promover un compromiso activo de la o el estudiante con el aprendizaje, lo cual se logrará si es que el proceso de enseñanza cumple con las siguientes características:

- El aprendizaje favorecido se conecta con sus necesidades o inquietudes;
- El o la estudiante sabe de antemano *qué* aprenderá;
- El o la estudiante considera que este aprendizaje es importante (*por qué* aprender);
- El o la estudiante sabe *cómo* ocurrirá este aprendizaje (plan de trabajo) e idealmente participa en su planeamiento.

6 Recuperado de: <https://es.unesco.org/sdgs>

7 Las Bases Curriculares de EPJA se encuentran alineadas con este objetivo N°4, en tanto apuntan al aprendizaje a lo largo de la vida, y a una educación de calidad para todos.

Estructura del Aprendizaje en los Módulos Electivos

Las metodologías de Aprendizaje Basado en Proyectos y Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas son propuestas que permiten desarrollar habilidades y poner en uso el conocimiento, integrar aprendizajes y promover la curiosidad y la búsqueda activa y creativa de respuestas. Estas metodologías buscan que los y las estudiantes puedan transferir el conocimiento a distintas áreas y/o situaciones de la vida real, por medio de aprendizajes significativos y relevantes. En cada nivel se ilustran dos ejemplos, uno de ABP y otro de ABRP, que podrán servir de modelo para que las y los docentes puedan construir nuevos proyectos o problemas.

Tanto en la Resolución de problemas como en ABP se busca conectar los problemas y preguntas con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de Unesco, con el fin de reforzar su relevancia y transversalidad.

Aprendizaje Basado en Proyectos

Consiste en la organización de las y los estudiantes en torno a una pregunta o desafío originado a partir de un problema real o que sea significativo, que puede ser concreto o abstracto. Mientras el problema sea más complejo, movilizará e integrará diferentes áreas de conocimiento, lo que favorece la interdisciplinariedad. Para su desarrollo, es deseable que las y los docentes se organicen y planifiquen el trabajo de manera conjunta entre los responsables de diferentes asignaturas.

Existe una serie de elementos que son requisitos para que el diseño de un proyecto permita maximizar el aprendizaje y la participación de las y los estudiantes, de manera que aprendan cómo aplicar el conocimiento al mundo real, cómo utilizarlo para resolver problemas, responder preguntas complejas y crear productos de alta calidad⁸. Estos elementos son:

8 Larmer, J., Mergendoller, J., Boss, S. (2015). *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*. United States: ASCD (Adaptación).

Conocimiento esencial, comprensión y habilidades

El proyecto se enfoca en profundizar en la comprensión del conocimiento, ya que permite desarrollar a la vez los Objetivos de Aprendizaje y las habilidades para el siglo XXI que se requieren para realizar el proyecto.

Se basa en un problema significativo para resolver o en una pregunta para responder. Esto en un nivel adecuado de desafío para alumnas y alumnos, que se implementa mediante una pregunta de conducción abierta y atractiva.

Indagación sostenida

El proyecto implica un proceso activo y profundo a lo largo del tiempo, en el que los y las estudiantes crean preguntas, encuentran y utilizan recursos, hacen cuestionamientos adicionales y desarrollan sus propias respuestas.

Autenticidad

El proyecto tiene como contexto el mundo real. Utiliza procesos, herramientas y estándares de calidad conectados con la realidad y tiene un impacto, ya que creará algo que será utilizado o experimentado por otros, y/o está conectado a las propias preocupaciones, intereses e identidades de las y los estudiantes.

Es importante saber en qué contexto del mundo real puede encontrarse un problema como el planteado y por qué el proyecto puede ser significativo.

Voz y elección del estudiante

Guiados por el o la docente, el proyecto permite a los y las estudiantes tomar algunas decisiones sobre los productos que crean, su funcionamiento y el uso del tiempo.

Gestión y autoorganización

El proyecto exige a los y las estudiantes desarrollar el trabajo en equipo, la comunicación y la resolución de problemas; junto con tomar decisiones sobre el diseño y la implementación del proyecto en sus distintas etapas. Esto implica identificar las competencias y procedimientos que son necesarios para desarrollar un plan de trabajo adecuado al proyecto, y una exploración activa de los recursos y actividades con que cuentan para su desarrollo. Asimismo, reconocer las fortalezas y debilidades con que cuenta cada uno de los miembros para su desarrollo.

Evaluación y retroalimentación

El proyecto brinda oportunidades para que los y las estudiantes reflexionen sobre qué y cómo están aprendiendo. Incluye procesos de evaluación formativa y retroalimentación para que los estudiantes den y reciban comentarios sobre su trabajo, para que revisen sus ideas y productos o realicen una investigación adicional.

Producto público

El proyecto requiere que los y las estudiantes demuestren lo que aprenden, mediante la creación de un producto que se presenta u ofrece a personas que se encuentran más allá del aula.

Considerando estos elementos, los programas proponen un diseño de ABP con la siguiente estructura:

- ▶ **PROBLEMA CENTRAL.** Se describe el problema que origina el proyecto. Busca despertar el interés, predisponer a él o la estudiante para el aprendizaje basado en problemas.
- ▶ **PROPÓSITO.** Propósito formativo del proyecto, es decir, qué se espera que aprendan los y las estudiantes con la realización de este.
- ▶ **OBJETIVOS DE APRENDIZAJE.** Identifica y/o registra qué Objetivos de Aprendizaje de la asignatura y de otras asignaturas del nivel se integran para el desarrollo del proyecto.
- ▶ **PREGUNTAS.** Se proponen preguntas orientadoras, que servirán para diseñar las etapas del proyecto. Son preguntas centrales y generales.
- ▶ **TIPO DE PROYECTO.** Identifica el tipo de proyecto de acuerdo con las asignaturas que participan, por ejemplo, STEM o interdisciplinario.
- ▶ **PRODUCTO.** Identifica el producto que se espera construir colaborativamente en el proyecto para dar respuesta concreta al problema.
- ▶ **HABILIDADES Y ACTITUDES PARA EL SIGLO XXI.** Identifica cuáles son las habilidades y actitudes que se desarrollarán, y a qué ámbito pertenecen.
- ▶ **ETAPAS.** Se realiza un cronograma con las distintas etapas del proyecto. En él se establecen las características de cada etapa, qué hará el o la estudiante y cómo lo realizará. Cada etapa se apoya con recursos y/o ilustraciones.
- ▶ **EVALUACIÓN.** Se comparten criterios de evaluación y rúbricas que guíen y permitan monitorear el desarrollo de los aprendizajes durante la realización del proyecto. Los criterios y las rúbricas deben verificar los aprendizajes de los objetivos que se identificaron para el proyecto, de manera descriptiva y por nivel de logro.
- ▶ **DIFUSIÓN FINAL.** Describe cómo se difundirá el producto e incorporará a la comunidad escolar y/o local.
- ▶ **RECURSOS.** Nombra recursos y los clasifica según su tipo.

Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas

El modelo de Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas que presentan los programas de estudio se organiza en torno a un problema o desafío cognitivo para el que se busca encontrar una solución, mediante el uso del conocimiento y el desarrollo de habilidades. En los programas, un problema se define por una situación o pregunta que presenta restricciones y cuya respuesta no es evidente.

Al resolver problemas, las y los estudiantes utilizan procesos y estrategias que se relacionan con análisis crítico, investigación, evaluación y comunicación; planifican su trabajo y reflexionan sobre la solución que mejor responde a las restricciones que presenta el problema o desafío cognitivo. Como resultado, ponen en uso el conocimiento, lo amplían adquiriendo nuevos conceptos, principios e información, y desarrollan nuevas destrezas de pensamiento crítico y creativo⁹.

La resolución de problemas permite motivar y despertar el interés de los y las estudiantes, desarrolla la autonomía y el trabajo en equipo. Sin embargo, esto requiere que las situaciones o problemas sean significativos y relevantes, y que se puedan visualizar las posibles soluciones. Esta metodología requiere que la o el docente adquiriera un rol activo como guía para monitorear el desarrollo del proceso y orientar el trabajo de sus estudiantes.

El modelo que proponen los programas de estudio para el desarrollo del Aprendizaje Basado en la Resolución de Problemas se compone de los siguientes elementos:

- ▶ **TÍTULO.** Se plantea como una afirmación o pregunta que sintetiza el problema o desafío.
- ▶ **PROPÓSITO.** Busca despertar el interés, predisponer a el o la estudiante para el aprendizaje basado en problemas.
- ▶ **PREPARACIÓN.** Busca contextualizar a los y las estudiantes en la situación que se planteará y/o familiarizarlos con la resolución de problemas y su sistema de trabajo.
- ▶ **PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA.** Se expone el problema, considerando la contextualización de este en una situación significativa. Se define con claridad y precisión cuál es el problema; se distinguen conceptos centrales y restricciones que constituyen el problema.
- ▶ **POSIBLES SOLUCIONES.** Se describe cómo se regulará el trabajo colaborativo mediante estrategias que promuevan disposiciones actitudinales positivas y que permitan a los y las estudiantes involucrarse con el problema y buscar soluciones (por ejemplo, la perseverancia), y estrategias de mediación para compartir las soluciones. Se ilustran posibles soluciones.
- ▶ **INVESTIGACIÓN.** Describe cómo mediar el trabajo de investigación y el desarrollo de habilidades de indagación y evaluación; se ilustran recursos que se puedan utilizar y conocimientos disciplinares que se movilizan en la solución del problema.
- ▶ **EVALUAR LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA.** Describe cómo mediar estratégicamente las soluciones propuestas al problema, a partir de las habilidades y la evaluación de las posibles soluciones.
- ▶ **COMUNICACIÓN.** Describe cómo se mediará la comunicación individual y/o colaborativa del problema, según códigos de comunicación pertinentes y característicos de las disciplinas.

9 Swartz, R. (2017). *El Aprendizaje basado en el Pensamiento. Cómo desarrollar en los alumnos las competencias del SXXI* (2017). España: SM. Figura 7-11. Pág. 232. (Adaptación).

Orientaciones para Evaluar los Aprendizajes

La evaluación, como un aspecto intrínseco del proceso de enseñanza-aprendizaje, se plantea en estos programas con un foco formativo al servicio del aprendizaje de los y las estudiantes. Para que esto ocurra, se plantea recoger evidencias que permitan describir con precisión la diversidad existente en el aula para tomar decisiones pedagógicas y retroalimentar a los y las estudiantes. La evaluación desarrollada con foco pedagógico favorece la motivación de los estudiantes a seguir aprendiendo; asimismo, el desarrollo de la autonomía y la autorregulación potencia la reflexión de los y las docentes sobre su práctica y facilita la toma de decisiones pedagógicas pertinentes y oportunas que permitan apoyar de mejor manera los aprendizajes.

Para implementar una evaluación con un foco formativo, se requiere:

- Diseñar experiencias de evaluación que ayuden a los y las estudiantes a poner en práctica lo aprendido en situaciones que muestren la relevancia o utilidad de ese aprendizaje.
- Evaluar solamente aquello que las y los estudiantes efectivamente han tenido la oportunidad de aprender mediante las experiencias de aprendizaje mediadas por el o la docente.
- Procurar que se utilicen diversas formas de evaluar, que consideren las distintas características, ritmos y formas de aprender, necesidades e intereses de los y las estudiantes, junto con evitar posibles sesgos y problemas de accesibilidad para ellos.
- Promover que los y las estudiantes tengan una activa participación en los procesos de evaluación; por ejemplo, al elegir temas sobre los cuales les interese realizar una actividad de evaluación o sugerir la forma en que presentarán a otros un producto; participar en proponer los criterios de evaluación; generar experiencias de auto y coevaluación que les permitan desarrollar su capacidad para reflexionar sobre sus procesos, progresos y logros de aprendizaje.
- Que las evaluaciones sean de la más alta calidad posible; es decir, deben representar de forma precisa los aprendizajes que se busca evaluar. Además, las evidencias que se levantan y fundamentan las interpretaciones respecto de los procesos, progresos o logros de aprendizajes de los y las estudiantes, deben ser suficientes como para sostener de forma consistente esas interpretaciones evaluativas.

El o la docente puede utilizar diferentes métodos para evaluar los Objetivos de Aprendizaje. Para esto, se sugiere emplear una variedad de medios y evidencias, como portafolios, registros anecdóticos, proyectos de investigación grupales e individuales e informes, presentaciones, entre otros. La forma en que se diseñe este tipo de evaluaciones y el modo en que se registre y comunique la información que se obtiene de ellas debe permitir que integren lo formativo y sumativo para retroalimentar tanto la enseñanza como el aprendizaje.

El uso formativo de la evaluación debiera preponderar en las salas de clases, es decir, utilizarse de manera sistemática para reflexionar sobre el aprendizaje y la enseñanza, y para tomar decisiones

pedagógicas pertinentes y oportunas que busquen promover el progreso del aprendizaje de todos y todas, considerando la diversidad como un aspecto inherente a las aulas.

El proceso de evaluación formativa que se propone implica articular el proceso de enseñanza-aprendizaje en función de responder a las siguientes preguntas: **¿A dónde voy?** (qué objetivo de aprendizaje espero lograr), **¿Dónde estoy ahora?** (cuán cerca o lejos me encuentro de lograr ese aprendizaje) y **¿Qué estrategia o estrategias pueden ayudarme a llegar a donde tengo que ir?** (qué pasos tengo que dar para acercarme a ese aprendizaje). Este proceso continuo de establecer un objetivo de aprendizaje, evaluar los niveles actuales y luego trabajar estratégicamente para reducir la distancia entre los dos, es la esencia de la evaluación formativa. Una vez que se alcanza una meta de aprendizaje, se establece una nueva meta y el proceso continúa.

Para promover la motivación para aprender, el nivel de desafío y el nivel de apoyo deben ser los adecuados —en términos de Vygotsky (1978), estar en la zona de desarrollo próximo de los y las estudiantes—, para lo cual se requiere que todas las decisiones que tomen profesores y profesoras y los propios estudiantes se basen en la información o evidencia sobre el aprendizaje recogidas continuamente¹⁰.

Como parte de la evaluación formativa, los programas proponen en algunas de las actividades un conjunto de criterios que permiten evaluar el desempeño de los y las estudiantes en un determinado aprendizaje. Estos criterios permiten identificar el lugar en que se encuentran los estudiantes en el desarrollo de las habilidades y la construcción de conocimientos, junto con entregar información que permita a la o el docente tomar decisiones pedagógicas para avanzar hacia el logro de los aprendizajes propuestos¹¹.

Los criterios de evaluación describen el dominio de conceptos, procedimientos y actitudes en los y las estudiantes. En su conjunto, permiten evaluar la comprensión y disposición o inclinación a actuar de acuerdo con el marco de Habilidades y actitudes para el siglo XXI. Cuando se integran en el desarrollo de la clase, los criterios de evaluación permiten generar un mejoramiento continuo del aprendizaje¹².

10 Mineduc (2017). Presentación de Criterios de evaluación, calificación y promoción al Consejo Nacional de Educación. Fundamentos a la propuesta de actualización de criterios y normas de Evaluación, Calificación y Promoción Escolar de estudiantes de Educación Regular presentada por la Unidad de Currículum y Evaluación al Consejo Nacional de Educación. Santiago, pág. 74.

11 Para la construcción de los criterios, se han considerado las orientaciones de la Mesa Covid Universitaria y la normativa vigente para la atención a la diversidad, la inclusión y la flexibilidad en la respuesta educativa contenida en la Ley N° 20.845 de Inclusión Escolar (Art. 1°, núm. i), y como referente los principios del Decreto N° 83 de 2015 y Decreto N° 67 de 2018.

12 Propuestas Educación Mesa Social Covid-19 (2021). Recomendación para una evaluación pertinente en tiempos de crisis. Santiago de Chile, pág. 65.

Referencias

- KNOWLES, M. S., HOLTON III, E. F., & SWANSON, R. A. (2014). *The adult learner: The definitive classic in adult education and human resource development*. London: Routledge.
- LARMER, J., MERGENDOLLER, J., BOSS, S. (2015). *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*. United States: ASCD.
- LEMOV, D. (2014). *Teach like a champion 2.0: 62 techniques that put students on the path to college*. San Francisco: John Wiley & Sons.
- MINEDUC (2017). *Presentación de Criterios de evaluación, calificación y promoción al Consejo Nacional de Educación*. Fundamentos a la propuesta de actualización de criterios y normas de Evaluación, Calificación y Promoción Escolar de estudiantes de Educación Regular presentada por la Unidad de Currículum y Evaluación al Consejo Nacional de Educación. Recuperado de <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/14655>
- PROPUESTAS EDUCACIÓN MESA SOCIAL COVID-19 (2021). *Recomendación para una evaluación pertinente en tiempos de crisis*. Santiago de Chile.
- SWARTZ, R. (2017). *El Aprendizaje basado en el Pensamiento. Cómo desarrollar en los alumnos las competencias del siglo XXI*. España: SM.
- UNESCO (2015). *La Agenda para el Desarrollo Sostenible*. Recuperado de <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/development-agenda/>
- UNIVERSIDAD DEL DESARROLLO, CENTRO DE INNOVACIÓN. *Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)*. Recurso web disponible en: <https://innovaciondocente.udd.cl/metodologias-activas/>

Propósitos Formativos de la Asignatura de Matemática

Comprender las matemáticas y aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos en el siglo XXI. La necesidad de resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, requiere comprender conceptos, desarrollar el razonamiento y aplicar destrezas matemáticas.

Una persona con conocimientos matemáticos reconoce el papel que las matemáticas juegan en el mundo para poder hacer juicios bien fundados y tomar las decisiones que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos¹³. La educación matemática es fundamental para la formación de personas responsables, profesionales capaces, y es la base para desarrollar la capacidad de estudio de otras materias¹⁴. Esta disciplina es, además de una herramienta que se puede utilizar y aplicar, una fuente para el desarrollo del pensamiento, que promueve habilidades y actitudes para la vida.

Con este propósito, la asignatura Matemática para la modalidad de educación de personas jóvenes y adultas busca desarrollar en los y las estudiantes habilidades que les permitan comprender esta disciplina y el papel que esta juega en la cultura y en sus propias vidas, al proporcionar un lenguaje que permite comprender el mundo desde una perspectiva lógica. Esto por medio de la capacidad de modelar la realidad, representarla y resolver problemas con precisión y adaptabilidad. La asignatura busca también desarrollar en los y las estudiantes un pensamiento autónomo y crítico que les permita desenvolverse activamente como ciudadanos, aprender en un mundo incierto y fortalecer el autoconcepto y confianza en su propio razonamiento.

¹³ OECD (2021), *Mathematics performance (PISA) (indicator)*. doi: 10.1787/04711c74-en.

¹⁴ Loos, A. y Ziegler, G.-M. (2015). Gesellschaftliche Bedeutung der Mathematik. En R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme y H.-G. Weigand (Eds.). *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, Heidelberg: Springer doi: 10.1007/978-3-642-35119-8, pp. 3-19.

Enfoque de la Asignatura

La asignatura tiene un énfasis principal en la alfabetización matemática, en el desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático y la resolución de problemas en diversos contextos. La alfabetización matemática se entiende como la capacidad de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en la vida, hacer juicios bien fundados y usar, en forma adecuada, tanto los conocimientos como las herramientas matemáticas para resolver problemas del ámbito personal, social y laboral. En el caso de la población joven y adulta, esto implica reconocer los aprendizajes previos que las personas puedan tener, evaluar y perfeccionar las formas de pensar matemáticamente y los procedimientos, desarrollar la capacidad de modelar y representar la realidad para entenderla.

El aprendizaje de la matemática implica tanto la aplicación de conocimientos y procedimientos como la elaboración de estrategias. Con este fin, la resolución de problemas se presenta como una oportunidad de aprendizaje que está presente en todos los niveles de la asignatura, lo que permite a las y los estudiantes desarrollar progresivamente estrategias y la creatividad para buscar y poner a prueba distintas soluciones. A su vez, podrán reconocer la utilidad que tienen las matemáticas en la vida real, desarrollar la capacidad de resolver problemas de mayor complejidad y transferir las habilidades matemáticas a otras disciplinas.

Por otro lado, la representación en matemática y el transferir o transitar entre lenguajes hablados, visuales, táctiles o sonoros, abre las puertas al trabajo con personas que puedan presentar algunas de las necesidades educativas especiales permanentes y transitorias. Por esto, el desarrollo de esta habilidad es fundamental para la comprensión matemática y el trabajo en clases.

Estructura Curricular

Las Bases Curriculares de Matemática para la EPJA se articulan en torno a Objetivos de Aprendizaje de habilidades y actitudes nucleares. Las actitudes se trabajan de manera transversal e integral con los OA, sin embargo, en cada eje se intencionan ciertos ámbitos de las Habilidades para el siglo XXI dada su pertinencia para el trabajo específico de cada grupo de habilidades. De esta manera se integra en cada Objetivo de Aprendizaje una habilidad y una actitud.

Los Objetivos de Aprendizaje de habilidad y actitud se integran con los conocimientos esenciales del ámbito de los números y las operaciones, álgebra y funciones, geometría, estadística y probabilidades, para favorecer la comprensión de las grandes ideas de la asignatura. Estas operan como propósito formativo de cada nivel y orientan la comprensión y articulación de los Objetivos de Aprendizaje y los conocimientos esenciales.

Los Objetivos de Aprendizaje se organizan en cuatro ejes e integran actitudes de los ámbitos que organizan las Habilidades para el siglo XXI, de acuerdo con un criterio de pertinencia para ser trabajadas integradamente con estas. Estos ejes son:

- Representar
- Modelar
- Argumentar y comunicar
- Resolver problemas

Representar

Se refiere a las formas de expresar conceptos, relaciones y objetos matemáticos provenientes de diferentes contextos. Las representaciones se pueden dar en tres niveles: de manera concreta, pictórica o simbólica. Esta habilidad incluye el crear relatos en base a una expresión matemática simple, ecuación o función, utilizar tablas o esquemas con lenguaje matemático, y transferir una situación de un nivel de representación a otro. También incluye el uso de representaciones propias de la matemática, como la línea recta, el plano cartesiano, la tabla de datos para comprender y explicar tanto procesos como relaciones.

En el primer nivel se espera que las y los estudiantes puedan relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, pudiendo transitar de un nivel de representación a otro (concreta, pictórica y simbólica) para luego contrastar la información que ofrecen distintos niveles de representación. En la educación media podrán representar, de manera autónoma, un mismo contenido, transitando entre distintos niveles de representación. Esta progresión favorece el desarrollo de la transferencia, potencia la comprensión de las operaciones, relaciones y conceptos matemáticos, y brinda un significado cercano a las expresiones matemáticas.

Para realizar estas representaciones, se espera que las y los estudiantes extraigan información desde el entorno y elijan distintas formas de expresar esos datos (tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, etc.) según sus propias inquietudes o conocimientos previos. Los momentos de desarrollo de estos Objetivos de Aprendizaje deben estar orientados hacia el provecho de las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas, como también al desarrollo de maneras de trabajar con autonomía y proactividad en actividades colaborativas e individuales y así llevar a cabo eficazmente proyectos de diversa índole.

La integración de habilidad y actitud permite dar un enfoque al momento de evaluar la actitud, con énfasis en el uso y la aplicación del ámbito de las Herramientas para trabajar, con el objetivo de representar objetos, procesos y relaciones en matemática. Las herramientas para trabajar incluyen el uso de las TIC y pueden variar desde la utilización apropiada de la regla, el uso de la calculadora o de plataformas o programas que permiten transferir entre niveles de representaciones, así como representar ideas, procesos y relaciones en matemática.

Modelar

Modelar es una habilidad que desarrolla un procedimiento que permite encontrar un modelo que describe matemáticamente una situación del mundo real, lo que permite hacer predicciones, valoraciones y ajustes para, eventualmente, hacer cambios a la realidad o al modelo. Es decir, un modelo expresa acciones o situaciones reales y cotidianas con lenguaje matemático. Cuando este es construido, debe capturar parte de las características de una realidad dinámica para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla. Además, debe permitir buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades similares (objetos, fenómenos, situaciones), comparar impactos y encontrar nuevas relaciones de la realidad. Es importante señalar que las habilidades de organizar, componer, crear y ajustar desde la realidad con base en la matemática y viceversa, son el cimiento de la habilidad de modelar. Asimismo, en el proceso de modelar hay algunas nociones de la habilidad de representar y por esto se habla de habilidades que se complementan según el contexto.

Modelar implica también la capacidad de seleccionar, usar, ajustar y evaluar modelos que involucren operatoria; identificar regularidades y generalizar mediante el uso de lenguaje matemático; traducir expresiones realizadas en lenguaje cotidiano a lenguaje matemático y viceversa. En los niveles de Educación Básica, los y las estudiantes aprenderán a seleccionar un modelo según la correspondencia que tenga con la situación real y, luego, usarlo para comprender fenómenos diversos. En base a ello, podrán evaluar la pertinencia de los modelos utilizados en relación con el problema y según sus limitaciones. En los niveles de Educación Media podrán seleccionar y ajustar modelos matemáticos, representar patrones y fenómenos, y resolver problemas cotidianos.

Junto con esta habilidad matemática, se espera que las y los estudiantes desarrollen actitudes del ámbito de las Maneras de trabajar colaborativamente, con responsabilidad y liderazgo, lo cual requiere de propuestas de trabajo en proyectos, así como una organización del tiempo y del trabajo en grupos. Además, se busca incentivar el uso de herramientas para trabajar, lo que permitirá valorar las TIC como una oportunidad para informarse, investigar y comunicarse de acuerdo con los principios de la ética. Actitud en la que los datos juegan un rol fundamental en la comprensión y presentación de la realidad.

Por otra parte, la integración de la habilidad de modelar con el ámbito de Maneras de vivir en el mundo, permite dar un enfoque al momento de trabajar y evaluar la actitud, relevando el modelamiento de situaciones reales. El modelamiento matemático del entorno permite dar respuestas técnicas, resolver problemas logísticos, de presupuesto y organizacionales propios de la construcción de proyectos personales, de la sociedad o de la comunidad en la cual los estudiantes de EPJA están inmersos.

Argumentar y comunicar

La habilidad de argumentar implica comunicar resultados en lenguaje matemático, explicar el razonamiento utilizado para realizar procedimientos, fundamentar conjeturas, comprobar reglas y propiedades, y realizar deducciones. Esta habilidad permite desarrollar la generalización, uno de los procedimientos básicos en la producción del conocimiento de las disciplinas en general y de la matemática en particular.

Los Objetivos de Aprendizaje de este eje buscan desarrollar la capacidad de identificar y, luego, explicar reglas, soluciones propias y procedimientos, entendiendo que el razonamiento matemático es la capacidad de argumentar y obtener conclusiones a partir de premisas o conjeturas.

En el ámbito de la comunicación, por su parte, los y las estudiantes podrán expresar el razonamiento matemático utilizado en la elaboración de conjeturas, procedimientos y resultados. Con ello, podrán fundamentar las conjeturas mediante el uso de lenguaje matemático y realizar demostraciones simples de sus resultados, donde identificarán si en estas hay saltos o errores.

La integración de la habilidad de argumentar y comunicar con el ámbito de las Maneras de trabajar se focaliza en el logro y la verificación de la comunicación en matemática. Se espera que las y los estudiantes de EPJA logren desarrollar tanto la habilidad de argumentar como la de comunicar, y muestren empatía y respeto por las posturas o errores del otro a la hora de desarrollar trabajos colaborativos y en situaciones de argumentación. En particular, en la habilidad de argumentar se espera un procedimiento honesto donde la matemática juegue un rol en el razonamiento lógico, en el proceso y logro de resultados de problemas abiertos o cerrados.

Resolver problemas

La habilidad de resolver problemas es tanto un medio como un fin en la adquisición de habilidades matemáticas. Implica desarrollar otras habilidades que permitan que la resolución se vaya acercando a procesos creativos de búsqueda de soluciones y transferencia de procedimientos, hasta llegar a variar parámetros o condiciones.

Los Objetivos de Aprendizaje de estas Bases progresan de manera que las y los estudiantes complejicen las estrategias utilizadas y, especialmente, la capacidad de transferir los procedimientos y resultados a otras situaciones. En los niveles de Educación Básica, los procedimientos se aplicarán a otras situaciones idénticas a la original y podrán transferirlos a nuevas situaciones. En Educación Media, podrán resolver problemas en los que variarán parámetros o condiciones y observar cómo influyen en los resultados obtenidos. Además, evaluarán el proceso y compararán los cambios.

La habilidad de resolver problemas se enriquece con el trabajo conjunto de las demás habilidades matemáticas, como representar, modelar, argumentar y comunicar, lo que incentiva el desarrollo de la creatividad, la capacidad de identificar nuevos problemas y explicarlos.

Aprender a resolver problemas es un proceso que debe incluir el trabajo colaborativo, dar una respuesta requiere de responsabilidad y honestidad en el reconocimiento del error para poder avanzar. La resolución de problemas se facilita con el uso de las herramientas disponibles y un problema puede ser una meta que lograr o un desafío que da respuestas a la comunidad. Tomar una decisión responde, entre otras cosas, al resultado de una solución a un problema y una postura razonada puede producir cambios positivos en los diferentes ámbitos.

Si bien la habilidad de resolver problemas es una habilidad transversal, requiere también de una intencionalidad y de un acompañamiento para su correcto desarrollo. Se espera que esta habilidad sea trabajada integradamente con el ámbito de Formas de pensar y promueva la actitud de pensar con perseverancia y con flexibilidad para encontrar soluciones a los problemas. Además, se espera que el o la estudiante de EPJA reflexione en torno a sus procedimientos y actúe autónomamente en cuanto a la elección de las estrategias involucradas en la resolución de problemas.

Objetivos de Aprendizaje

Se espera que los y las estudiantes sean capaces de:

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 2

Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático aprovechando las herramientas disponibles. **(Representar)**

OA 3

Usar modelos matemáticos dados para comprender fenómenos, asumiendo una postura razonada. **(Modelar)**

OA 4

Modelar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos Esenciales

- Fracciones, decimales y transformación de unidades de medidas.
- Adición, sustracción, multiplicación, división y combinaciones de ellas.
- Sucesiones numéricas con patrones de crecimiento aditivo.
- Rotaciones, reflexiones y traslaciones de figuras 2D, medida de ángulos, perímetro y área.
- Medidas de tendencia central (mediana, media, moda).

Orientaciones Didácticas y Pedagógicas

Orientaciones Didácticas y Pedagógicas

Para promover el aprendizaje de la matemática se sugieren las siguientes orientaciones didácticas y pedagógicas:

Aprender comprensivamente en matemática

Entendemos que una persona ha aprendido profundamente un contenido cuando es capaz de realizar una variedad de operaciones mentales sobre un mismo tópico (Beas, Manterola y Santa Cruz, 1998). Los Objetivos de Aprendizaje y las actividades de desempeño buscan que los y las estudiantes logren una comprensión profunda de la matemática, se espera que den explicaciones, muestren evidencia y ejemplos, saquen conclusiones, generalicen, comparen, apliquen a nuevas situaciones, establezcan analogías, presenten la información de diferentes perspectivas, utilicen el conocimiento para resolver problemas y avancen en este estableciendo relaciones.

Para ello es necesario guiar a las y los estudiantes y mostrar posibles explicaciones, elaborar evidencias y ejemplificar la forma de transferir a otras situaciones. Se sugiere guiar la realización de las diferentes operaciones mentales que se pueden realizar sobre un mismo tópico, en particular, ampliar la memoria mecánica, ya que puede facilitar varios procesos de la resolución de problemas que la requieren. Dado que EPJA tiene varias modalidades y con diferentes accesos a las herramientas de trabajo, podría ser de gran ayuda la memoria mecánica, como también el uso hábil de las herramientas disponibles, en particular de la calculadora. Por lo tanto, saber de manera directa la operación que se debe utilizar o el conocimiento del procedimiento de varias operaciones puede ser un facilitador de la comprensión del tópico matemático que se esté trabajando. En este sentido, se sugiere utilizar una variada gama de estrategias visuales, auditivas o escritas en las prácticas guiadas que permitan incentivar las diferentes preferencias de los estilos de aprendizaje del estudiantado.

Nociones básicas en matemática

Considerar las nociones básicas en matemática significa tener presente las ideas, imágenes y acciones mentales previas de cada estudiante para construir y comprender conocimiento matemático. En sus clases, el o la docente trabaja esta construcción de conocimiento desde las experiencias de sus estudiantes hasta llegar a la abstracción y generalización, momento en el cual, estos aplican el conocimiento y, luego, transfieren a nuevas situaciones que pueden ser similares o completamente diferentes. Esta caracterización de las nociones básicas en matemática (Vom Hofe y Reyes-Santander, 2021) incluyen la significación matemática del concepto, el establecimiento de representaciones que dejan de ser personales para ser comprendidas desde el lenguaje matemático y la transferencia al mundo real, por medio del desarrollo de la habilidad de modelar.

El trabajo con las nociones básicas en EPJA es fundamental para el desarrollo de habilidades matemáticas. Dado que las personas jóvenes y adultas ya tienen nociones matemáticas, es necesario enfocarse en cuáles son estas y cómo se llega a una noción normativa, que describe interpretaciones comprensibles de conceptos, definiciones y relaciones matemáticas. Para lo primero, el trabajo con las preguntas propuestas en las actividades de desempeño y las respuestas que dan los y las estudiantes, permiten hacer una estructura de las nociones básicas de la clase. Esta información y el desarrollo de la construcción del conocimiento y la práctica guiada de la actividad de desempeño, deberían permitir a las y los estudiantes hacer el recorrido para obtener una noción básica de un concepto matemático.

Carácter progresivo de la asignatura

La educación matemática tiene un carácter progresivo y en espiral, esto significa que las clases se desarrollan volviendo siempre a los conceptos básicos en diferentes niveles y contextos. El principio en espiral da cuenta de los conocimientos matemáticos previos que se requieren para aprender de manera fluida. Se avanza de lo más sencillo a lo más complejo y se vuelve al mismo tema, pero ampliando y profundizando cada vez más, hasta que el conocimiento construido tenga la complejidad correspondiente al nivel. El principio en espiral se acompaña del principio de continuidad de la educación matemática, que es considerada como la selección y tratamiento de un tema para que sea posible luego con un nuevo tratamiento adicional y una continuación en el siguiente nivel educativo.

Este carácter progresivo, nos indica que la construcción del conocimiento tiene antecedentes del nivel anterior y consecuentes para el año siguiente. Se sugiere retomar para poder avanzar de un año a otro. En el caso del nivel 1 de Educación Básica y cada vez que se comience un tema sin antecedentes previos, es recomendable considerar las nociones básicas intuitivas para construir un nuevo conocimiento. En este programa se pone a disposición la sección de diagnóstico, que se basa en los conocimientos previos que se requieren para comenzar con la actividad. Además, cada vez que sea necesario se sugiere considerar un módulo cero de nivelación o dedicar tiempo para revisar, retomar y, luego, avanzar. En cada tema y su planificación anual, se sugiere utilizar el principio de esquematización progresiva, que comienza en pequeños pasos, aislando las dificultades para reducir la complejidad y lograr el nivel de abstracción que permite una comunicación matemática fluida y comprensiva.

Ejercitar con sentido

Internalizar un concepto requiere de varias acciones, en matemática una de las acciones más reconocidas, como en la educación física, es la ejercitación, la que se realiza para lograr una meta. Se trata de una ejercitación con sentido, donde los ejercicios propuestos tienen una estructura que permite reconocer la ampliación y profundizar en el conocimiento y la habilidad. La ejercitación sirve y tiene sentido cuando nos lleva de manera directa a lograr un objetivo preciso y previamente declarado.

En la mayoría de las prácticas independientes, para lograr una ejercitación con sentido se sugieren situaciones, problemas y ejercicios en los que se presenten variaciones de la instrucción para ejercitar un mismo tópico. En algunos casos, se entregan estrategias de clases o metodologías de trabajo como las estaciones, trabajo grupal, trabajo autónomo, juego de roles o trabajo de pares para llevar a cabo esta ejercitación. Según Leuders (2005) hay una enseñanza explícita que se consolida con ejercicios básicos directos, necesaria para la adquisición segura del conocimiento y para la ejercitación que requiere de nexos matemáticos más profundos.

Para la práctica independiente y la categorización de los diferentes tipos de ejercitación con sentido, se sugiere considerar el siguiente listado de ejercicios:

- básicos directos.
- que combinan otras áreas del conocimiento.
- que requieren de una comprensión profunda y de elaborar conexiones matemáticas.
- que se basan en la proactividad y la experimentación concreta.
- que son una combinación de una conexión matemática con la experimentación concreta y que involucran la elaboración de inferencias sobre los resultados de un experimento que no están detallados previamente.
- creativos, que consideran la modificación de las condiciones iniciales o intermedias o de la creación propia de ejercicios.

La ejercitación incluye el pensar en los diferentes grados de dificultad de los problemas presentados y, en este sentido, se sugiere comenzar siempre con un nivel básico y de accesibilidad para todos. Esto significa que todo el curso debería responder a este tipo de ejercitación. Al comienzo, un ejercicio puede ser un problema para el o la estudiante, por lo que es importante tener presente que esta mirada debe estar siempre desde el punto de vista del estudiantado y no de la o el docente. Esto significa que se espera que, luego de una ejercitación, los problemas sean considerados por el o la estudiante como un ejercicio o un problema rutinario. La ejercitación debe ser considerada un facilitador para la resolución de problemas, más que un trabajo repetitivo y sin sentido.

Los grupos etarios, la motivación y los contextos en matemática

El perfil de egreso de un o una estudiante de EPJA se va construyendo desde todas las asignaturas y a través de todos los años de duración de los estudios. Este perfil incluye además las experiencias que cada persona tiene en su trayecto de vida. La matemática contribuye como una asignatura que ofrece situaciones basadas en contextos que van desde situaciones familiares, del trabajo, profesionales o del ámbito de las ciencias, incluso ofrece contextos y oportunidades de aprendizaje que se desarrollan dentro de la matemática misma y con o sin necesidad de tener contextos.

En este sentido, el tener diferentes grupos etarios provee a la clase de una variedad de contextos que pueden ser trabajados y compartidos con los y las estudiantes, desarrollando principalmente la empatía y la comprensión de las situaciones y vivencias de otras personas. La motivación para aprender matemática es un gran desafío para el o la docente y, por este motivo, el desarrollo de una situación experiencial cercana e idealmente vivenciada por algún integrante de la clase puede ser una fortaleza para enganchar a las y los estudiantes con el tema. También, la presentación y comunicación de la experiencia es clave para motivar a la clase, el desarrollo de las preguntas iniciales y escribir sus respuestas es un aporte y puede hacer una gran diferencia en la motivación personal y grupal por aprender matemática.

Diferenciación natural en matemática

En las clases de matemática de EPJA se encuentran diferentes formas de heterogeneidad, por ejemplo, de género, culturales o étnicas, de edad, logros de los aprendizajes, tipo de establecimiento, condiciones de espacio, condiciones de libertad, deficiencias, y discapacidades intelectuales, de aprendizaje o físicas. El o la docente puede considerar la heterogeneidad como un problema, como un caso normal o como una oportunidad para la enseñanza y para el aprendizaje.

Desde la asignatura de matemática se puede considerar la heterogeneidad como una oportunidad de aprendizaje y con un centro natural en el nivel de logro de aprendizajes, ya sea para potenciar o nivelar rendimientos. Dentro de esta categoría, se sugieren las siguientes consideraciones que pueden ser incluidas en la práctica independiente como una categorización de los problemas, situaciones y ejercicios presentados:

- Cantidad de ejercicios, más o menos dependiendo de cada estudiante o clase.
- Grado de dificultad, proponer en categorías de 3 a 4 grados diferentes.
- Forma de la apropiación o internalización que tiene de preferencia cada estudiante: al leer, al escuchar, al hablar o al hacer, para algunos basta con escuchar una vez, mientras otros requieren escuchar varias veces, escribir y complementar en su casa.
- Forma de abordar y presentar los conocimientos conceptuales y procedimentales, incluyendo una variedad de representaciones visuales, auditivas, táctiles o corporales.
- Graduar la ayuda y las mediaciones que recibe el estudiantado. Aunque se reconoce que hay quienes necesitan mucha ayuda para comenzar o durante el trabajo, el desarrollo de la autonomía debe ser el objetivo transversal de la o el docente.
- Variedad en las formas sociales de trabajo, individual, pares o en grupos.
- Graduación del tiempo concedido para un mismo trabajo.
- Dar a elegir entre uno o más ejercicios, problemas o situaciones a desarrollar.

El trabajo con el error en matemática

La actitud docente frente al error se puede presentar con la metáfora de los errores. Es decir, como una ventana hacia el pensamiento de cada estudiante. Los errores no se pueden ignorar, porque así no es posible promover el aprendizaje. Estos son una fuente de información acerca del razonamiento de los y las estudiantes, que es el lugar en el que aplican y construyen nuevos aprendizajes. Por otra parte, si el profesor o la profesora solo castiga el error, tampoco se avanza, por lo que se sugiere abordar y analizar el error para ver cómo ayudar mejor la comprensión sobre el tema (Larraín, 2016).

En relación con el manejo de errores frecuentes, es muy importante que las y los docentes conozcan al menos los más usuales, porque esto ayuda a que sean capaces de percibir de manera más clara e inmediata aquellos errores que se están cometiendo. Con ello, pueden manejar hipótesis acerca de qué factores influyen y pueda reaccionar de mejor manera cuando estos ocurren. También es posible anticiparse a algunos errores frecuentes, presentarlos al curso e identificar en conjunto qué es lo que no está bien. La decisión acerca de cómo tratar un error y elaborar un plan de acción para corregir el error, depende de las dos fases anteriores: percibir o identificar el error y, luego, interpretarlo para elaborar hipótesis acerca de sus causas.

Referencias

- BEAS, J., MANTEROLA, M., Y SANTA CRUZ, J. (1998). *Habilidades cognitivas y objetivos transversales: un tema para pensar y actuar*. *Pensamiento educativo, Revista De Investigación Latinoamericana (PEL)*, 22(1), 175-192. Recuperado de <http://pensamientoeducativo.uc.cl/index.php/pel/article/view/24935>
- LARRAÍN, M. (2016). *Comprensión del razonamiento matemático de los estudiantes: una práctica pedagógica inclusiva*. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. N° 45. Recuperado de <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/583>
- LEUDERS, T. (2005). *Intelligentes Üben selbst gestalten! Erfahrungen aus dem Mathematikunterricht*. *Pädagogik* 57(11).
- LOOS, A. Y ZIEGLER, G.-M. (2015). *Gesellschaftliche Bedeutung der Mathematik*. En Bruder, R., Hefendehl-Hebeker, L., Schmidt-Thieme, B. y Weigand, H.-G. (Eds.). *Handbuch der Mathematikdidaktik, Berlin, Heidelberg: Springer*. doi: 10.1007/978-3-642-35119-8
- OECD (2020). *Mathematics performance, PISA (indicator)*. Recuperado de https://www.oecd-ilibrary.org/education/mathematics-performance-pisa/indicator/english_04711c74-en doi: 10.1787/04711c74
- VOM HOFÉ, R., Y REYES-SANTANDER, P. (2021). *Nociones Básicas: un enfoque didáctico para promover la comprensión del contenido en clase de matemática*. En vom Hofe, R. y otros (eds.). *Matemática Enactiva: Aportes para la articulación entre teoría y práctica en la educación matemática*. Barcelona: Grao.

Visión panorámica*

de los Módulos** del Nivel 2 de Educación Básica

Módulos Obligatorios

Módulo Obligatorio 1 Nivel 2 EB

Los números naturales, las fracciones y su operatoria son un medio para describir cantidades y relaciones que permiten resolver problemas en contextos cotidianos.

Módulo Obligatorio 2 Nivel 2 EB

Los patrones están presentes en comportamientos de crecimiento y pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente.

Módulo Obligatorio 3 Nivel 2 EB

El movimiento de figuras 2D permiten describir, medir y comparar características invariantes de los objetos.

Módulo Obligatorio 4 Nivel 2 EB

Los conceptos estadísticos permiten describir y caracterizar a personas o a una población.

Módulos Electivos***

Módulo Electivo 1 Nivel 2 EB

¿Cómo considerar las fracciones en la construcción de instrumentos musicales?

Módulo Electivo 2 Nivel 2 EB

¿Cómo diseñar estacionamientos utilizando las medidas de figuras 2D?

* Los Programas de Estudio de cada asignatura se organizan por nivel en cuatro módulos obligatorios y dos módulos electivos, de los cuales podrá cursarse al menos uno de acuerdo a las necesidades de las trayectorias formativas de las y los estudiantes.

** Se propone organizar flexiblemente los módulos con una duración de seis semanas cada uno para dar cuenta del cumplimiento de las 36 semanas lectivas del tiempo escolar de la modalidad.

*** En el Programa de Estudio de la asignatura se desarrollarán como opciones dos electivos que profundizan las grandes ideas abordadas en los Módulos Obligatorios.

Visión panorámica

de los Objetivos de Aprendizaje y Conocimientos Esenciales

Módulo Obligatorio 1

Gran idea

Los números naturales, las fracciones y su operatoria son un medio para describir cantidades y relaciones que permiten resolver problemas en contextos cotidianos.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimiento esencial

- Fracciones, decimales y transformación de unidades de medidas.
- Adición, sustracción, multiplicación, división y combinaciones de ellas.

Tiempo estimado:

6 semanas (24 horas)

Módulo Obligatorio 2

Gran idea

Los patrones están presentes en comportamientos de crecimiento y pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente.

Objetivos de aprendizaje

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimiento esencial

- Sucesiones numéricas con patrones de crecimiento aditivo.

Tiempo estimado:

6 semanas (24 horas)

Módulo Obligatorio 3

Gran idea

El movimiento de figuras 2D permite describir, medir y comparar características invariantes de los objetos.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 4

Modelar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimiento esencial

- Rotaciones, reflexiones y traslaciones de figuras 2D, medida de ángulos, perímetro y área.

Tiempo estimado:

6 semanas (24 horas)

Módulo Obligatorio 4

Gran idea

Los conceptos estadísticos permiten describir y caracterizar a personas o a una población.

Objetivos de aprendizaje

OA 2

Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático aprovechando las herramientas disponibles. **(Representar)**

OA 3

Seleccionar un modelo pertinente a una situación real, asumiendo una postura razonada. **(Modelar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimiento esencial

- Medidas de tendencia central (mediana, media, moda).

Tiempo estimado:

6 semanas (24 horas)

Módulo Electivo 1 Aprendizaje Basado en Proyectos

Gran idea

Los números naturales, las fracciones y su operatoria son un medio para describir cantidades y relaciones que permiten resolver problemas en contextos cotidianos.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimiento esencial

- Fracciones.
- Decimales.
- Fracción de una cantidad.
- Adición de fracciones y decimales.
- Sustracción de fracciones y decimales.
- Multiplicación de fracciones y decimales.
- División de fracciones y decimales.
- Operatoria combinada con fracciones y decimales.

Tiempo estimado:

6 semanas (24 horas)

Módulo Electivo 2 Aprendizaje Basado en Resolución de Problemas

Gran idea

El movimiento de figuras 2D permite describir, medir y comparar características invariantes de los objetos.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 4

Modelar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimiento esencial

- Reflexiones de figuras 2D
- Traslaciones de figuras 2D
- Rotaciones de figuras 2D
- Perímetro y área.

Tiempo estimado:

6 semanas (24 horas)

Módulos Obligatorios de la Asignatura

Módulo Obligatorio 1

Módulo Obligatorio 2

Módulo Obligatorio 3

Módulo Obligatorio 4

Módulo Obligatorio 1

Visión panorámica

Gran idea

Los números naturales, las fracciones y su operatoria son un medio para describir cantidades y relaciones que permiten resolver problemas en contextos cotidianos.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Fracciones
 - Decimales.
 - Adición de fracciones y decimales.
 - Sustracción de fracciones y decimales.
 - Multiplicación de fracciones y decimales.
 - División de fracciones y decimales.
 - Operatoria combinada con fracciones y decimales.
-

Tiempo estimado: 6 semanas (24 horas)

Propósito

En el módulo 1 de la asignatura de matemática del Nivel 2 de Educación Básica, se espera que las y los estudiantes comprendan que *los números naturales, las fracciones y su operatoria son un medio para describir cantidades y relaciones que permiten resolver problemas en contextos cotidianos*. Para esto, los y las estudiantes comprenden que hay cantidades fraccionarias dadas por la relación parte-todo y que pueden ser expresadas como fracciones o decimales. Este módulo es una oportunidad para describir nuevos números, expresar de diferentes maneras la información del entorno, explicar a otros la forma de obtener soluciones al momento de realizar la operatoria y resolver problemas identificando la información y aplicando procedimientos similares.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 1 desarrollan las habilidades de representar, resolver problemas, argumentar y comunicar, las cuales permiten comprender profundamente las fracciones, los decimales y su operatoria. Específicamente, diremos que se comprenden profundamente las fracciones y los decimales cuando se representan de forma pictórica y simbólica; cuando se explica a

otros la forma de proceder y operar con estos números; cuando se aplica lo aprendido en la transformación de las unidades de medidas; cuando se presenta un problema que requiere de una operación entre estos números; y cuando se transfieren procedimientos y estrategias a situaciones similares. En este módulo los y las estudiantes suman, restan, multiplican y dividen con fracciones o decimales, transforman unidades de medidas y realizan ejercicios rutinarios de operatoria combinada.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 1 desarrollan las actitudes para el siglo XXI del ámbito de las Maneras de pensar, las Herramientas para trabajar y las Maneras de trabajar. Promueven los beneficios de las oportunidades que entrega la tecnología y las herramientas disponibles para representar, explicar y resolver problemas. Asimismo, este módulo fomenta la empatía y el respeto al dar explicaciones o presentar la forma de proceder frente a la operatoria con fracciones. Se espera una actitud de escucha positiva frente a compañeros y compañeras y un ambiente de trabajo que incentive el aprendizaje de habilidades y conocimientos.

Ruta de Aprendizaje

¿Cómo podemos describir cantidades y relaciones para resolver problemas en contextos cotidianos por medio de los números naturales, las fracciones y su operatoria?

●	Actividad de desempeño 1	Expresar fracciones como decimales, identificando la parte del todo en situaciones cotidianas.
●	Actividad de desempeño 2	Explicar soluciones propias de adiciones y sustracciones de fracciones y decimales para aplicar los procedimientos a situaciones idénticas.
●	Actividad de desempeño 3	Explicar soluciones propias de multiplicaciones y divisiones de fracciones y decimales para aplicar los procedimientos a situaciones idénticas o similares.
●	Actividad de desempeño 4	Identificar datos, seleccionar una estrategia de cálculo de operatoria combinada de adición, sustracción, multiplicación o división de fracciones y decimales aplicando los procedimientos a situaciones idénticas.

Actividad de desempeño

1

Propósito

Esta actividad busca que las y los estudiantes coordinen entre los distintos registros que representan fracciones o decimales en situaciones cotidianas. Se utilizarán las fracciones y los decimales con sus diferentes representaciones para comparar, estimar y desenvolverse de manera más eficiente en el mundo personal o laboral. Se desarrolla la habilidad de representar y expresar matemáticamente una situación en la que está involucrada la fracción o decimal.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

Conocimientos esenciales

- Fracciones.
- Decimales.
- Transferencia de fracciones a decimales.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Operatoria con números naturales.
- División de números naturales.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presenta imágenes de distintas situaciones en las que se puede ver involucrado el lenguaje de fracciones, especialmente considerando las fracciones de uso común, como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.



Algunas de las frases comunes que pueden motivar la presentación de las fracciones son:

Conexión interdisciplinar
Lenguaje y Comunicación
OA 4 Nivel 2 EB

- ▶ Llego en media hora.
- ▶ Tengo tres cuartos del estanque de bencina.
- ▶ Me tomo medio litro de agua.
- ▶ Deme clavos de cinco octavos.
- ▶ Le puse media cucharadita de sal a la receta

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Se sugiere construir el conocimiento a partir de las frases que utilizan las y los estudiantes y relacionarlas con una expresión simbólica de fracciones y, luego, señalar que otra forma de expresar estas fracciones es usando los decimales, que se obtienen dividiendo.

Expresión natural	Representación simbólica en fracciones	Conversión a decimales
Me faltan como tres cuartos de hora.	$\frac{3}{4}$ de 60 minutos OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ RESPUESTA: Tres cuartos de hora corresponden a 45 minutos.	$\frac{3}{4} = 0,75$
Media hora se utiliza para indicar la mitad de una hora.	$\frac{1}{2}$ de 60 minutos OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30$ RESPUESTA: Un medio de hora corresponde a 30 minutos.	$\frac{1}{2} = 0,5$
Me queda un cuarto de hora.	$\frac{3}{4}$ de 60 minutos OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ RESPUESTA: Tres cuartos de hora corresponden a 45 minutos.	$\frac{3}{4} = 0,75$

Expresión natural	Representación simbólica en fracciones	Conversión a decimales
Media hora se utiliza para indicar la mitad de una hora.	$\frac{1}{2}$ de 60 minutos OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30$ RESPUESTA: Un medio de hora corresponde a 30 minutos.	$\frac{1}{2} = 0,5$
Me queda un cuarto de hora.	$\frac{1}{4}$ de 60 minutos OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$ RESPUESTA: Un cuarto de hora corresponde a 15 minutos.	$\frac{1}{4} = 0,25$
Me quedan tres cuartos del estanque de bencina de 40 litros.	$\frac{3}{4}$ de 60 minutos OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ RESPUESTA: Tres cuartos de 40 litros corresponden a 30 litros.	$\frac{3}{4} = 0,75$
Tengo el estanque lleno.	$\frac{1}{1}$ de 40 litros OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{1}{1} \cdot 40 = 40$ RESPUESTA: Un entero de 40 litros corresponden a 40 litros.	$\frac{1}{1} = 1$
Medio litro de agua.	1 litro equivale a 1 000 mililitros. $\frac{1}{2}$ de 1 000 mililitros OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{1}{2} \cdot 1\,000 = 500$ RESPUESTA: Un medio litro corresponde a 500 mililitros.	$\frac{1}{2} = 0,5$
Un litro y medio de bebida.	$1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$ de 1 litro equivale a $\frac{3}{2}$ de 1 000 mililitros OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{3}{2} \cdot 1\,000 = 1\,500$ RESPUESTA: Un medio litro corresponde a 500 mililitros.	$\frac{3}{2} = 1,5$
Deme clavos de cinco octavos.	Los largos de los clavos se dan en “pulgadas”. 1 pulgada es 2,54 centímetros. $\frac{5}{8}$ de una pulgada $\frac{5}{8}$ de una pulgada RESPUESTA: $\frac{5}{8}$ de una pulgada corresponde a 1,5875 centímetros.	$\frac{5}{8} = 0,625$
Un octavo de kilo de arroz.	$\frac{1}{8}$ de 1 kilo equivale a $\frac{1}{8}$ de 1 000 gramos OPERACIÓN MATEMÁTICA: $\frac{1}{8} \cdot 1\,000 = 125$ RESPUESTA: $\frac{1}{8}$ de 1 000 gramos corresponde a 125 gramos.	$\frac{1}{8} = 0,125$

Se sugiere relevar las frases utilizadas como una oportunidad para comenzar a construir el conocimiento necesario para comprender el tema. En cada caso el transformar fracciones a decimales permitirá facilitar el cálculo, sin necesidad de trabajar con las definiciones en un primer momento. Se sugieren algunas preguntas de profundización en cada actividad:

- ▶ ¿Cuál es la diferencia entre las fracciones y el decimal?
- ▶ ¿Cómo transformamos de fracción a decimal?
- ▶ ¿Qué debemos digitar en la calculadora?
- ▶ ¿Qué significado tiene el entero en la situación?
- ▶ ¿Qué es una parte del entero?
- ▶ ¿Cómo completamos el entero?

Para introducir el concepto de fracción y la relación de comparación de la parte con el todo, la o el docente podría guiar el proceso de aprendizaje con la siguiente situación cotidiana que involucra la medida de masa.

¿Qué parte del queso se vende?



PRÁCTICA GUIADA Para guiar a sus estudiantes en la elaboración de respuestas, se sugiere motivar su participación a través de preguntas. Por ejemplo:

- ▶ ¿Cómo se muestran los precios de queso cuando va a comprar?
- ▶ ¿Qué tipo de medida se usa?
- ▶ ¿Cómo podría determinar el precio del kilogramo de queso?

Al introducir el nuevo conocimiento relacionando la fracción con su parte y el todo, se sugiere completar la tabla, determinar los valores faltantes y considerar que los precios son proporcionales a la masa que registra cada trozo.

	$\frac{1}{4}$ kilogramo	$\frac{1}{2}$ kilogramo	$\frac{3}{4}$ kilogramo	1 kilogramo
Mantecoso	\$1 450	\$2 900	\$4 350	\$5 800
Chanco	\$1 790	\$3 580	\$5 370	\$7 160
Gouda	\$1 390	\$2 780	\$4 170	\$5 560

Explicar la forma de obtener un decimal a partir de una fracción, es decir, al dividir su numerador por su denominador, ejemplificando numéricamente $\frac{1}{4} = 1:4 = 0,25$ y notando que el precio de una cantidad de queso se obtiene multiplicando el decimal por el precio total del kilogramo de queso y que para encontrar el valor del kilogramo se debe dividir por este decimal:

$$1\,450 : 0,25 = 5\,800$$
$$5\,800 \cdot 0,25 = 1\,450$$

Se sugiere elaborar una respuesta completa de forma oral o escrita. Por ejemplo: si el cuarto de queso mantecoso cuesta \$1 450, entonces el kilogramo de queso mantecoso cuesta \$5 800.

PRÁCTICA
INDEPENDIENTE

Se sugiere un trabajo en grupo donde tengan que aplicar el concepto de fracción y su conversión a decimal en situaciones cotidianas. En la tabla se muestran dos ejemplos que pueden ser acompañados con una representación pictórica, con la recta numérica o con decimales.

Situación	Representación
El aguinaldo de fin de año contempla un pago extra de un tercio de lo que normalmente se recibe en el sueldo líquido. Si el sueldo líquido es de \$450 000 pesos, ¿Cuánto recibirá de aguinaldo?	El sueldo más un tercio  +   Sueldo \$450 000  \$150 000 es un tercio del sueldo como aguinaldo. $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ Sueldo total: $\frac{4}{3}$ de \$450 000 Operación matemática con fracción: $\frac{4}{3} \cdot 450\,000 = 600\,000$ Operación matemática aproximada con número decimal: $\\$450\,000 \cdot 1,3333 \approx 600\,000$
Un grupo de amigos compró una pizza que dividieron en trozos iguales de $\frac{1}{8}$ 5 amigos se comieron un trozo ¿cuánta pizza queda?	La representación de la pizza y los trozos que se comieron los amigos.  $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ Queda de la pizza $\frac{3}{8}$ de la pizza.

Para retroalimentar la actividad de expresar matemáticamente información del entorno mediante el uso de diversas representaciones e interesándose por el buen uso de la calculadora, se sugiere utilizar la diana con niveles:

Mueve el pin al nivel que corresponde para cada criterio. 	 Excelente  Bueno  Medianamente logrado  Puede mejorar
CRITERIO 1: Representa la situación por medio de una fracción.	
CRITERIO 2: Identifica la parte, el todo y determina las partes correspondientes según una fracción	
CRITERIO 3: Representa fracciones como decimales. Utiliza representaciones gráficas.	
CRITERIO 4: Transforma de fracción a decimal. Transforma de decimal a fracción	

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Concepto de fracción	Escribe fracciones sin notar la relación de la parte y el todo.	Identifica el concepto de fracción y reconoce la relación parte o bien del todo.	Identifica el concepto de fracción, notando la relación parte y todo.
Representación	Representa en un solo registro las fracciones.	Representa en distintos registros las fracciones.	Es capaz de representar en distintos registros las fracciones, especificando la relación parte y todo.
Transformación	Trabaja con decimales.	Transforma de fracción a decimal.	Transforma de fracción a decimal y viceversa.

Orientaciones al docente

- Para unificar conceptos disciplinares

Se comprende que el concepto de fracción es una representación de una división sobre un todo. Desde allí, se pueden observar distintas formas de registros que resultan equivalentes, como el simbólico o pictórico. Se pretende que el estudiantado sea capaz de reconocer estos distintos registros operando libremente entre ellos en la resolución de problemas.

Se sugiere planificar un módulo cero que considere las nociones básicas del módulo 2 del Nivel 1 de Educación Básica, relacionadas con la operatoria de números naturales; y enfocar el módulo en la selección de modelos, la expresión de acciones y situaciones, y en resolver problemas mediante operatorias de adición, sustracción, multiplicación y división de números naturales.
- Actitudes

Para desarrollar la actitud de interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología, se sugiere valorar el uso de la calculadora para facilitar los cálculos y para transformar de fracción a decimal. Usar la tecnología permite observar el cambio de registro entre fracción y decimal.
- Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal

Se recomiendan las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:

COLABORAR	Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
	Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo. Entregar una rúbrica con los criterios y dejar unos dos minutos para revisar las comprensión de las instrucciones.
	La evaluación es grupal y se sugiera no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.
	Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos ya sea de forma aleatoria por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupos y cantidad de la clase.
	Decida con anterioridad los momentos en que los y las participantes del grupos se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que harán, como también en momento en que los grupos se escuchan entre sí.

Anexo

- SITUACIÓN 1** Revisan situaciones de compra con boletas de supermercado y clasifican qué fracción de la compra total destinan a lácteos, alimentos no perecibles, carnes, frutas y verduras. Representan dicha fracción en su forma decimal con uso de la calculadora y ubican en la recta numérica entre 0 y 1 donde estaría ubicado dicho decimal.
- SITUACIÓN 2** Revisan una cuenta de suministro (luz, agua, gas, internet) y determinan que fracción del pago es el gasto fijo respecto del total.
- SITUACIÓN 2** Contabilizan las horas de sueño durante un día, determinan qué fracción del día dedican a estar despiertos. Se puede considerar también el tiempo de traslado al trabajo. Representan dicha fracción en su forma decimal con uso de la calculadora y ubican en la recta numérica entre 0 y 1 donde estaría ubicado dicho decimal.

Actividad de desempeño 2

Propósito

Esta actividad busca que las y los estudiantes expliquen los procedimientos utilizados mediante operaciones de adición y sustracción de fracciones o decimales, teniendo como idea base que un entero se puede fragmentar y que la unión de esas fragmentaciones da nuevamente el entero. La adición o sustracción de fracciones o decimales nos permite observar cómo el entero ha sido fragmentado y qué fragmento se destina a cada propósito, expresar matemáticamente la información del entorno e identificar, seleccionar estrategias de resolución y explicar las soluciones a los problemas planteados.

Objetivos de aprendizaje

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Adición y sustracción de fracciones.
- Adición y sustracción de decimales.
- Uso de calculadora.
- Transformación de fracciones a decimales.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Reconocer una fracción.
- Lectura de fracciones.
- Lectura de números decimales.
- Representar la noción de parte de una cantidad.

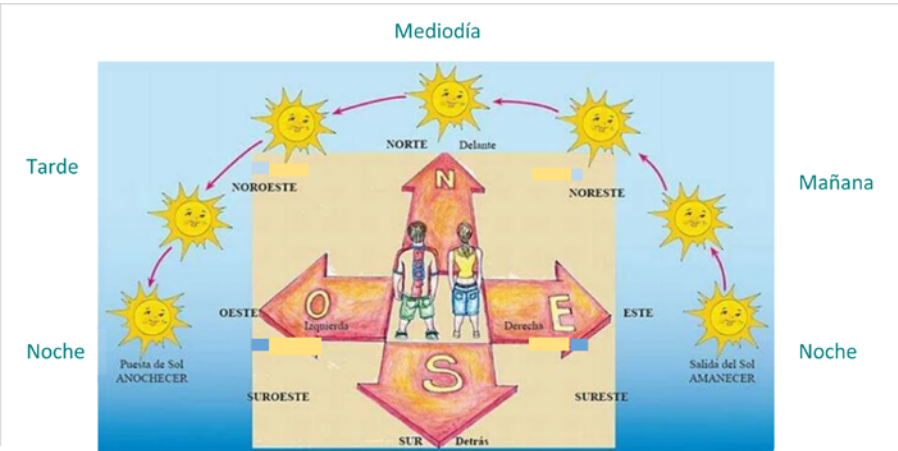
Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN
EXPERIENCIAL

El o la docente describe el desarrollo de un día considerando las partes que lo componen, salida del sol, mañana, mediodía, tarde, puesta del Sol y noche.

Algunas de las frases comunes que pueden motivar la presentación de las fracciones son:

Conexión interdisciplinar
Ciencias Naturales
OA 4 Nivel 2 EB



El o la docente pide comentar y describir cómo es la composición de un día de acuerdo con las horas y las imágenes expuestas. Algunas preguntas que pueden apoyar la descripción de las partes de un día son:

- ▶ De acuerdo con las imágenes, ¿cómo se compone el día?
- ▶ ¿Cuántas horas transcurren entre un periodo y otro?

CONSTRUCCIÓN DE
CONOCIMIENTO

Para explicar soluciones propias de adiciones y sustracciones de fracciones y decimales en los procedimientos aplicados en situaciones idénticas, la o el docente puede enfatizar el concepto de la parte del todo, identificar los datos, seleccionar estrategias, y aplicar los procedimientos a situaciones. Realizando preguntas que apunten a revisar el concepto de un entero en contextos cotidianos y cómo estos se fragmentan de acuerdo con su utilidad.

Situación	Fragmentación	Entero	Preguntas orientadoras								
Un día	Mañana: de 6 a 12 = 6 horas Tarde: de 12 a 19 = 7 horas Noche: de 19 a 24 = 5 horas Madrugada: de 24 a 6 = 6 horas	El día que corresponde al entero está compuesto por mañana, tarde, noche y madrugada.	¿Qué fracción de hora corresponde a cada parte del día? <table><tr><td>Mañana</td><td>Tarde</td><td>Noche</td><td>Madrugada</td></tr><tr><td>$\frac{6}{24}$</td><td>$\frac{7}{24}$</td><td>$\frac{5}{24}$</td><td>$\frac{6}{24}$</td></tr></table>	Mañana	Tarde	Noche	Madrugada	$\frac{6}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{6}{24}$
Mañana	Tarde	Noche	Madrugada								
$\frac{6}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{6}{24}$								
Un año	Otoño Invierno Primavera Verano	El año corresponde al entero que está compuesto por cuatro estaciones.	¿Qué fracción del año corresponde a cada parte de las estaciones? <table><tr><td>Otoño</td><td>Invierno</td><td>Primavera</td><td>Verano</td></tr><tr><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr></table>	Otoño	Invierno	Primavera	Verano	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
Otoño	Invierno	Primavera	Verano								
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$								

Para introducir el concepto suma de fracciones, se extiende la actividad anterior respecto a la distribución del día de acuerdo con sus horas. Por medio de la pregunta: ¿Qué podemos hacer si tenemos solo las fracciones y queremos tener el entero?

$$\frac{6}{24} + \frac{7}{24} + \frac{5}{24} + \frac{6}{24} = \frac{24}{24} = 1$$

De esta actividad la o el docente pide a sus estudiantes responder la siguiente pregunta, si ya ha pasado el día entre tarde y noche ¿Cuánto falta para que vuelva a ser de tarde?

Fracciones	Decimales
$\frac{7}{24} + \frac{5}{24} = \frac{12}{24}$	$\frac{7}{24} \approx 0,3$ $\frac{5}{24} \approx 0,2$ $0,2 + 0,3 = 0,5$
$1 - \frac{12}{24} = \frac{24}{24} - \frac{12}{24} = \frac{12}{24}$	$1 - 0,5 = 0,5$

PRÁCTICA GUIADA Para guiar la explicación de soluciones propias se sugiere retomar el problema de la actividad de desempeño 1, que trataba de la compra de quesos. Por ejemplo, se sugiere el siguiente problema: un vendedor tiene cortado $\frac{1}{4}$ de kilogramo de diferentes quesos en su vitrina, sin embargo, usted desea comprar la siguiente lista, $\frac{1}{4}$ kilo de queso Chanco, 750 gramos de Gouda y 1 kilo de queso Mantecoso.

¿Cuántos trozos de cada queso debe llevar?

¿Cuántos trozos de cada queso debe llevar?	Posible respuesta	Explicación	Argumento
$\frac{1}{2}$ kilo de queso Chanco.	2 trozos de $\frac{1}{2}$ de queso Chanco. 2 trozos de 250 gramos de queso Chanco	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $0,250 + 0,250 = 500$ 500 gramos.	Particular Sea $a, b, c \in N$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$ $b \neq 0$
750 gramos de Gouda.	3 trozos de $\frac{1}{4}$ de queso Gouda. 3 trozos de 250 gramos de queso Gouda.	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $0,250 + 0,250 + 0,250 = 0,750$ 750 gramos.	General Sea $a, b, c, d \in N$
1 kilo de Mantecoso.	4 trozos de $\frac{1}{4}$ de queso Mantecoso. 4 trozos de 250 gramos de queso Mantecoso.	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$ $0,250 + 0,250 + 0,250 + 0,250 = 1$ 1 kilogramo.	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$ $b \neq 0$ $d \neq 0$

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Para guiar el concepto de suma de fracciones, se sugiere identificar otras situaciones cotidianas que involucren reconocer el todo y qué fracción o bien decimal caracteriza las partes para finalmente completar el entero. Algunos problemas asociados a esto son, por ejemplo:

- En abril Juanita gastó su sueldo de la siguiente manera, 0,1 en pago de deudas del crédito de consumo, 0,6 en alimento y el resto en traslado -ida y vuelta- de su casa al trabajo ¿En qué ítem gastó más Juanita? Si su sueldo es de **\$450 000** líquido, ¿Cuánto dinero destina a la movilización?
- En una corrida familiar se inscribieron para participar 345 personas, sin embargo, $\frac{1}{5}$ de ellas no pudo asistir por condiciones climáticas y $\frac{1}{15}$ llegó tarde. Entonces, ¿Qué fracción representa la cantidad de personas que comenzó la carrera? ¿Con cuántas personas partió la carrera?

Al resolver este tipo de problemas con ayuda de diagramas pictóricos o de la calculadora, se espera que las y los estudiantes puedan usar el concepto de adición y sustracción con fracciones y su asociación con el entero; y que también corroboren sus respuestas en la representación decimal o viceversa.

Para realizar la retroalimentación se recomienda usar la lista de chequeo:

LISTA DE CHEQUEO		Logrado	Todavía puedo mejorar
Haz un ticket en la casilla que corresponda			
CRITERIO 1	Reconozco la parte del todo para adicionar con fracciones.	☐	☐
CRITERIO 2	Comprendo la relación a decimal y viceversa.	☐	☐
CRITERIO 3	Resuelvo problemas que envuelven adiciones o sustracciones en contextos cotidianos.	☐	☐
CRITERIO 4	Identifico fracción o decimal en problemas cotidianos a resolver.	☐	☐

https://www.curriculumnacional.cl/porta/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Operatoria de fracciones o decimales	Opera con fracciones o bien con decimales.	Reconoce si corresponde a suma o resta de fracciones para determinar secciones particionadas en conjunto. Establece la relación fracción a decimal.	Reconoce si es suma o resta de fracciones para determinar secciones particionadas en conjunto. Establece la relación fracción a decimal y viceversa.
Contextos cotidianos	Observa contextos cotidianos, sin identificar la necesidad de operatoria con fracciones o decimales.	Identifica fracciones o decimales en contextos cotidianos, pero no así su operatoria.	Identifica fracciones y decimales en contextos cotidianos. Determinando la necesidad de la operatoria en ellos.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos
disciplinares

Se comprende que la adición o sustracción de fracciones o decimales viene de la necesidad de unificar en el entero. Desde allí, se pueden utilizar distintas formas de registros que resultan equivalentes, como el simbólico o pictórico para operar tanto en la suma o resta de fracciones o decimales. Se pretende que el o la estudiante realice esto para la adición y para la sustracción de fracciones o decimales, operando libremente entre ellos en la resolución de problemas.

El o la docente puede exponer el concepto de entero de la actividad sobre cómo se compone el día de la siguiente manera:

Mañana						Tarde							Noche					Madrugada					
$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$		
$\frac{6}{24}$						$\frac{7}{24}$							$\frac{5}{24}$					$\frac{6}{24}$					
$\frac{24}{24}$																							
1																							

Se recomienda enfatizar que, para sumar o restar fracciones, el denominador de la fracción debe ser el mismo, para así sumar los numeradores. A su vez, se sugiere trabajar de manera paralela el número decimal, es decir, enfatizar que al ser un objeto que trabaja la división, la fracción puede obtener el número decimal que representa al hacer la división entre numerador y denominador.

Actitudes

Para apoyar el desarrollo de las actitudes de autonomía y proactividad se recomienda que al inicio de la clase la o el docente comunique el propósito de la clase, las estrategias didácticas que se utilizarán, cuál es el resultado esperado y para qué es importante aprender ese conocimiento y desarrollar esa habilidad. Esto permitirá a sus estudiantes tener un mayor control sobre el aprendizaje. Asimismo, es importante fomentar en la sala de clases un ambiente de trabajo adecuado, monitoreando los tiempos de trabajo autónomo y de retroalimentación que favorezcan la proactividad.

Además, se recomienda promover el uso de tecnología como una calculadora que permite sumar y restar fracción y decimal. Como también *software* que muestran mapas o representaciones pictóricas de la operación.

**Orientaciones para
organizar e implementar
el trabajo grupal**

Para promover el trabajo grupal en esta actividad se sugieren las siguientes motivaciones:

COLABORAR	Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
	Entregar las instrucciones claras de lo que se espera. Dar una rúbrica con criterios y dejar aproximadamente dos minutos para corroborar que las instrucciones fueron comprendidas.
	La evaluación formativa es grupal. En este caso la evaluación entre pares debe realizarse una vez que se haya desarrollado la idea de contribuir para el logro de los objetivos entre todos y todas.
	Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria por coincidencia con la conjetura. Considere siempre la cantidad de participantes por grupos y cantidad de la clase.
	Decida con anterioridad los momentos en que los y las participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada persona y el momento en que en que los grupos se escuchan entre sí.

Anexo

- SITUACIÓN 1** Revisan situaciones de sus quehaceres, estiman qué fracción de horas del día dedican a dichas actividades. Por ejemplo, deporte, dormir, trabajar en casa, cocinar. Suman las dedicadas al ocio y recreación, trabajo, descanso.
- SITUACIÓN 2** Elaboran un mapa en papel cuadriculado y determinan los espacios que ocupan los muebles y el espacio libre para transitar. Esta actividad se puede extender, por ejemplo, a revisar las áreas verdes de un barrio de interés para los y las estudiantes mediante el uso de tecnología y mapas aéreos.
- SITUACIÓN 2** Miden alturas de elementos que tengan más de un metro. Determinan cuántos centímetros son, convierten dicha expresión en metros y la escriben como número mixto o suma de un entero más una fracción.

Actividad de desempeño

3

Propósito

El aprendizaje se centrará en el uso de las operaciones de multiplicación o división de fracciones (o decimales), considerando la amplificación y la idea de inverso multiplicativo para el caso de la división. La multiplicación y división de fracciones permitirá expresar matemáticamente la información del entorno en situaciones que requieran aumento repetitivo o bien una reducción en el caso de división de fracciones.

Objetivos de aprendizaje

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones.
(Resolver problemas)

Conocimientos esenciales

- Multiplicación de fracciones.
- Multiplicación de decimales.
- Uso de calculadora para multiplicar fracciones y decimales.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Suma y resta de fracciones.
- Suma y resta y decimales.
- Resolución de problemas asociados a la multiplicación con naturales.
- Reconocer una fracción.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presenta una situación cotidiana en la cual se requiera la adición de fracciones y que se pueda relacionar con la multiplicación de fracciones. Por ejemplo, si una familia consume diariamente tres cuartos de leche:

¿Cuántos litros de leche necesitamos a la semana?



Pide conversar en base a las siguientes nociones de la multiplicación:

- Multiplicación como una suma iterada.
- Multiplicación de un entero por una fracción.
- Multiplicación de fracción por fracción.

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para construir el conocimiento de la multiplicación de fracciones se sugiere comenzar con la suma iterada para, luego, diferenciar la estrategia de la multiplicación de fracción por fracción.

Situación	Multiplicación	Respuesta
Una familia consume de leche al día ¿cuánto consume a la semana?	$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$ $7 \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{4} = 5 + \frac{1}{4}$	La familia toma 5 litros con un cuarto de leche a la semana.
¿Qué hacemos cuando tenemos dos fracciones?		
Andrés toma la mitad de un cuarto de leche ¿cuánto toma de la caja de leche?	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$	Andrés toma un octavo de leche.
¿Cómo generalizamos la multiplicación?		
Sea $a, b, c, d \in \mathbb{N}$	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$b \neq 0$ $d \neq 0$

Es necesario explicar la estrategia de transformar las fracciones a decimales, trabajar con la multiplicación de decimales y relevar el uso de la calculadora o en su defecto el trabajo con la multiplicación de naturales y la ubicación de la coma. También, se sugiere realizar las aproximaciones necesarias para el trabajo con decimales periódico y semiperiódico.

Para introducir la división, se recomienda comenzar con la repartición de líquidos, tanto para el caso entero como para la fracción dividida por fracción.

Situación	Multiplicación	Respuesta
Se reparten 2 litros de leche en pocillos de $\frac{1}{4}$ de litro. ¿Cuántos pocillos se necesitan?	$2 - \frac{1}{4} = \frac{2}{1} - \frac{1}{4} = \frac{8}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$ $\frac{7}{4} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4}$ $\frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ $\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$ $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$ $2 \div \frac{1}{4} = 2 \cdot \frac{4}{1} = 8$	Se necesitan 8 pocillos.
¿Qué hacemos cuando tenemos dos fracciones?		
Se reparte $\frac{3}{2}$ litro de leche en pocillos de $\frac{1}{4}$ de litro. ¿Cuántos pocillos se necesitan?	$\frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ $\frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$ $\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$ $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$ $\frac{3}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{1} = 6$	Se necesitan 6 pocillos.
¿Cómo generalizamos la división?		
Sea $a, b, c, d \in \mathbb{N}$	$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$	$b \neq 0$ $c \neq 0$ $d \neq 0$

PRÁCTICA GUIADA

Para guiar la identificación de los datos, seleccionar estrategias y aplicar los procedimientos de multiplicación o bien de división en situación idénticas en la resolución de problemas cotidianos, se sugiere identificar el tipo de operación involucrada.

En la siguiente tabla se presenta un resumen de las posibles preguntas que orientan a la o el docente con el uso de ejemplos:

Ejemplo	Marcar el indicador de la operación	Resolución
Se sabe que compró un terreno parcelado de forma rectangular, de medidas 120,4 m largo y 80,3 m de ancho. ¿Cuántos metros cuadrados tiene la parcela?	Se sabe que compró un terreno parcelado de forma rectangular, de medidas 120,4 m largo y 80,3 m de ancho. ¿Cuántos metros cuadrados tiene la parcela?	OPERACIÓN: multiplicación $120,4 \cdot 80,3 = 9\,688,12$ La parcela mide 9 688,12 m²
Una hoja de block de 26,5 cm x 37,5 cm se ha doblado en dos partes iguales. ¿Cuáles son las dimensiones de la hoja doblada?	Una hoja de block de 26,5 cm x 37,5 cm se ha doblado en dos partes iguales. ¿Cuáles son las dimensiones de la hoja doblada?	OPERACIÓN: división Las dimensiones de una hoja de block son: 26,5 cm x 37,5 cm DOBLEZ VERTICAL: $37,5 : 2 = 18,75$ RESPUESTA: 26,5 cm de largo y 18,75 cm de ancho. DOBLEZ HORIZONTAL: $26,5 : 2 = 13,25$ RESPUESTA: 37,5 cm de largo y 13,25 cm de ancho.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Se espera que la o el estudiante pueda realizar un trabajo personal y desarrolle la habilidad de identificar los datos, seleccionar estrategias y aplicar los procedimientos a situaciones idénticas de problemas de multiplicación y división de fracciones. Algunos de los problemas rutinarios que se podrían trabajar en la práctica independiente son:

- El valor de la **UF** es de **\$29 781, 59** (12 de agosto del 2021) y una casa la venden a **1 500 UF**. ¿Cuál es el valor de la casa?
- Adrián trabaja en una empresa de embotellados y debe vaciar $52\frac{3}{8}$ litros de perfume en frasquitos que tiene una capacidad de $\frac{1}{10}$ de litro. ¿Cuántos frasquitos de perfume se logra llenar?
- Javiera ha medido el largo de sus pasos y en promedio cuando camina, uno de sus pasos mide **57,3 cm**. ¿Cuántos pasos necesita Javiera para lograr **20 metros**?

Para retroalimentar los aprendizajes respecto a la multiplicación y división de fracciones y decimales al resolver problemas, se sugiere utilizar la lista de chequeo:

LISTA DE CHEQUEO		Logrado	Todavía puedo mejorar
Haz un ticket en la casilla que corresponda			
CRITERIO 1	Identifico la fracción o decimal en problemas a resolver.	☐	☐
CRITERIO 2	Comprendo la relación fracción a decimal y viceversa.	☐	☐
CRITERIO 3	Resuelvo problemas que involucran multiplicaciones o divisiones de fracciones.	☐	☐
CRITERIO 4	Resuelvo problemas que involucran multiplicaciones o divisiones de decimales.	☐	☐

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN
FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Datos	Identifica los números que están escritos en la presentación del problema.	Identifica los datos que se requieren para resolver el problema, asociando el contexto con el número.	Identifica los datos que se requieren para resolver el problema, asocia el contexto con el número y describe el dato que se busca.
Operación	Utiliza de manera indiferente la multiplicación o la división.	Relaciona la operación con el contexto que permitiría resolver el problema.	Relaciona la operación con el contexto que permitiría resolver el problema y la escribe con los datos correspondientes.
Estrategias	Utiliza una estrategia, aunque no le resulte la más comprensible.	Aunque conoce más de una estrategia, utiliza siempre la misma y señala que es más comprensible.	Selecciona la estrategia que le parece más adecuada para resolver el problema.
Respuestas	Escribe un número.	Escribe una frase que incluye el resultado.	Escribe una frase que responde al problema y utiliza el resultado.

Orientaciones al docente

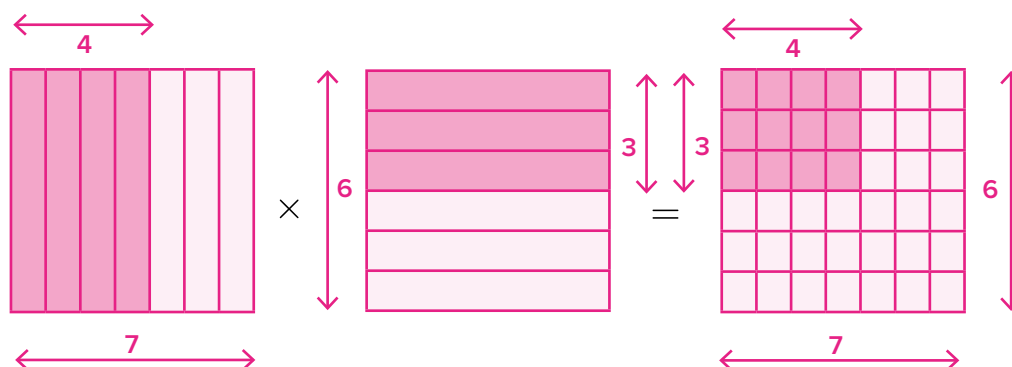
Para unificar conceptos disciplinares

Se comprende que la multiplicación o división de fracciones o decimales viene de la necesidad de unificar en el entero. Desde allí, se pueden utilizar distintas formas de registros que resultan equivalentes, como el simbólico o pictórico para operar tanto en la multiplicación o división de fracciones o decimales. Se pretende que el estudiantado sea capaz de operar libremente con ellos en la resolución de problemas.

Se sugiere apoyar el concepto de multiplicación con diferentes representaciones, por ejemplo:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6}$$

Con 2 hojas cuadradas de papel diamante del mismo tamaño. En una de las hojas hacer la representación pictórica de $\frac{4}{7}$ y en la otra de $\frac{3}{6}$. Al superponer una hoja sobre otra, ¿Qué observa? ¿Cuál es la fracción que representa la parte pintada? ¿Aumentaron o disminuyeron las divisiones iniciales? ¿A qué se debe dicha representación?



Al multiplicar dichas fracciones, se espera que la o el estudiante pueda comprender la amplificación tanto del numerador como del denominador. Se puede usar calculadora para revisar su representación en número decimal.

Para el concepto de división, se sugiere extender la actividad anterior considerando que se realizó una multiplicación entre una fracción conocida $\frac{3}{6}$ y otra, de modo tal que el resultado fue $\frac{3}{4}$. Se sugiere preguntar: ¿Cuál sería la fracción buscada? y reforzar el concepto de unidad e inverso multiplicativo.

Actitudes

Para apoyar el desarrollo de las actitudes de la autonomía y proactividad se recomienda que al inicio de la clase el o la docente comunique el propósito de la clase, las estrategias didácticas que se utilizarán, cuál es el resultado esperado y para qué es importante aprender ese conocimiento y desarrollar esa habilidad. Esto permitirá a sus estudiantes tener un mayor control sobre el aprendizaje. Asimismo, es importante promover un ambiente de trabajo adecuado en la sala de clases, monitoreando los tiempos de trabajo autónomo y de retroalimentación que favorezcan la proactividad.

Además, se sugiere promover el uso de tecnología como la calculadora, que permite multiplicar o dividir fracción y decimal. Como también de *software* que muestran mapas o representaciones pictóricas de la operación.

Orientaciones para
organizar e implementar
el trabajo personal

Se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo personal e independiente de otros:

Independencia	Pensar las soluciones y los caminos para obtenerlas por cuenta propia.
Confianza en lo que se sabe	Generar seguridad en lo que se hace en cada paso. La confianza como facilitador de explicaciones propias y para explicar a otros.
Trabajar a su propio ritmo	En ciertos momentos es necesario saber dónde se está y trabajar al propio ritmo.
Practicar la autoregulación	La tarea requiere de concentración y fuerza de voluntad para acudir a alguien y pedir ayuda directa.

Anexo

- SITUACIÓN 1

Daniela ganó \$ 15 000 en una rifa y gastó $\frac{1}{3}$ de ese dinero en refrescos. ¿Cuánto dinero gastó?
- SITUACIÓN 2

En una ciudad hay 5 400 bicicletas circulando en horario de trabajo, pero solo $\frac{5}{12}$ de ellas el fin de semana. ¿Cuántas bicicletas circulan el fin de semana?
- SITUACIÓN 3

Marcelo trota diariamente 15 km en 6 tramos iguales. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido en un tramo?

Actividad de desempeño 4

Propósito

Esta actividad busca que el o la estudiante desarrolle la habilidad de resolver problemas, en particular que identifique los datos, seleccione una estrategia y aplique procedimientos. En la resolución de problemas, usualmente se efectúan tres acciones, la identificación de los datos, la representación o el cálculo, y la elaboración de una respuesta, las que no ocurren necesariamente en ese orden. La resolución de problemas rutinarios le permitirá responder de manera directa y única a las preguntas planteadas, fomentado así, al menos un tipo de problemática.

Objetivos de aprendizaje

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Operatoria de fracciones y decimales.
- Uso de calculadora.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

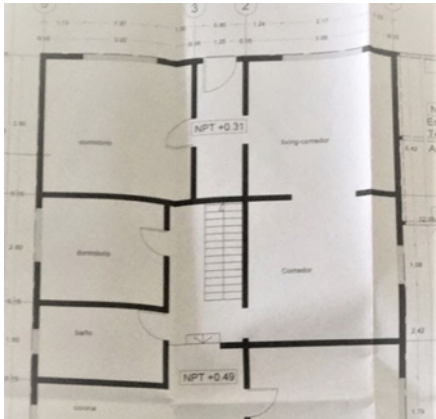
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Adición de fracciones y decimales.
- Sustracción de fracciones y decimales.
- Multiplicación de fracciones y decimales.
- División de fracciones y decimales.
- Transformación de fracciones a decimales.
- Aplicación de la propiedad distributiva.
- Cálculo de área y perímetro de cuadrados y rectángulos.

Desarrollo de la actividad

**SITUACIÓN
EXPERIENCIAL**

El docente invita a sus estudiantes a conversar sobre los planos de casas y jardines, y destaca la utilidad de estos para planificar y realizar cambios. Identifican en conjunto las partes del plano y las medidas involucradas, mediante las nociones de medidas lineales, de superficie, la escala de medida y la realidad.



Algunas de las preguntas que podrían facilitar la conversación son:

- ▶ ¿Para qué nos sirven los planos?
- ▶ ¿Qué tipo de información nos entregan?
- ▶ ¿De qué manera entregan la información?
- ▶ ¿Qué nueva información podemos inferir a partir de los planos?

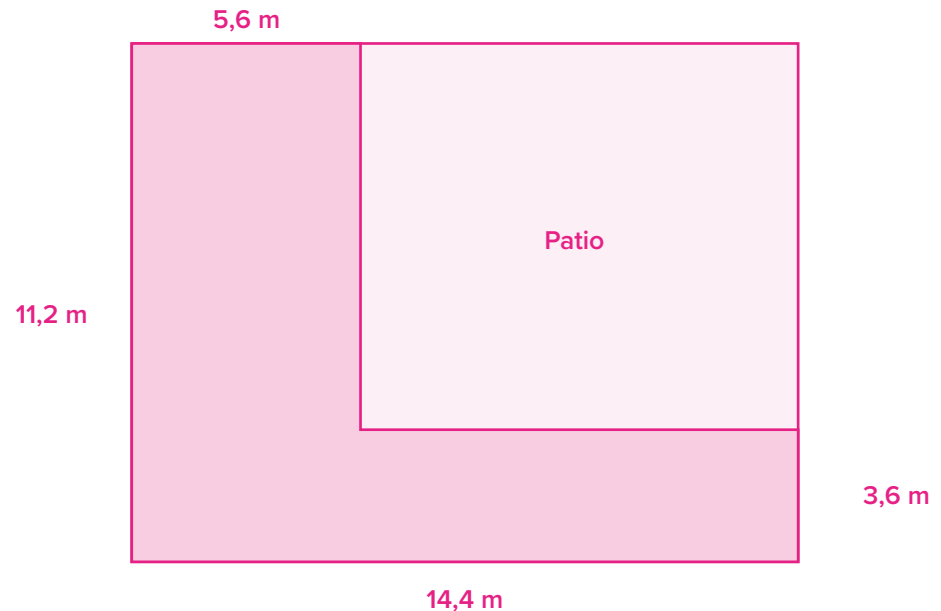
**CONSTRUCCIÓN DE
CONOCIMIENTO**

Para introducir la resolución de problemas, específicamente para identificar los datos, seleccionar estrategias y dar repuesta al problema, se sugiere la siguiente estrategia procedimental:

Paso 1. Identificar la información	▶ Identificar la meta u objetivo que se quiere alcanzar. ▶ Identificar las restricciones o limitantes inherentes a la meta. ▶ Dar significado a las frases del contexto. ▶ Identificar la necesidad de obtener otros datos.
Paso 2. Representar o calcular	▶ Identificar modos diversos de superar o asumir las restricciones o limitantes. ▶ Seleccionar una estrategia para el trabajo con la información (formas de organizar). ▶ Determinar el contenido matemático que permite asumir el logro de la meta. ▶ Seleccionar estrategias para sortear los obstáculos y encontrar soluciones. ▶ Aplicar conocimientos para obtener partes de la respuesta, una o varias respuestas.
Paso 3. Dar respuesta al problema	▶ Seleccionar una respuesta o solución eficaz. ▶ Ensayar la aplicación de la solución. ▶ Evaluar la eficacia de la respuesta.

Se recomienda aplicar esta estrategia procedimental para el caso de los planos de casas y jardines, en el siguiente contexto:

El plano muestra una casa con forma de L. Sus dueños quieren instalar una alarma y para eso es necesario conocer el perímetro de la casa. Además, quieren bordear todo el patio con un cerco.



Algunas de las estrategias que podrían usar las y los estudiantes son:

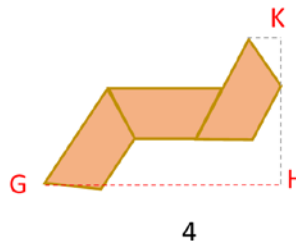
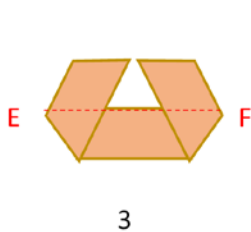
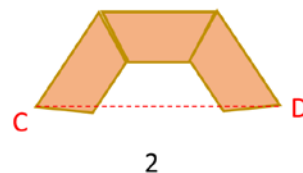
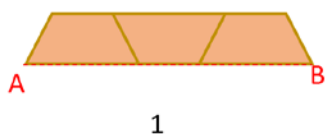
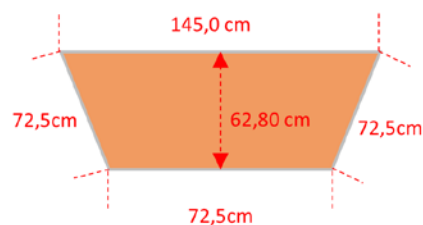
- Aplican las nociones de perímetro para obtener los perímetros solicitados.
- Restan el largo de la casa para obtener las medidas del patio o bien las deducen de las medidas dadas.
- Para instalar el perimetral de la casa se requiere
 $p = 5,6\text{ m} + 11,2\text{ m} + 14,4\text{ m} + 3,6\text{ m} = 34,8\text{ m}$
34,8 metros de cable sensorial de la alarma.
- Para instalar el cerco se calcula por partes el largo $l = 14,4\text{ m} - 5,6\text{ m} = 8,8\text{ m}$, luego, el ancho $a = 11,2\text{ m} - 3,6\text{ m} = 7,6\text{ m}$ y se suma para obtener las medidas del cerco que va por el borde $b = 8,8\text{ m} + 7,6\text{ m} = 16,4\text{ m}$

PRÁCTICA GUIADA

Se sugiere guiar la resolución de problemas utilizando el siguiente organizador gráfico y la resolución de un problema de organización geométrica. Por ejemplo, el siguiente problema de mesas:

Para una celebración, se quieren agrupar tres mesas con forma de trapecio isósceles en una oficina en la cual se puede ocupar un espacio de largo 3,50 m y ancho 2,70 m. Antes de traer las mesas a la oficina se modelan geométricamente 4 agrupaciones de las mesas para saber si caben o no.

¿Cuál de las agrupaciones de mesas podría utilizarse?



Para resolver el problema en tres pasos, se sugiere organizar el trabajo en un organizador gráfico que dispone las preguntas de manera secuencial y da un espacio para responder. Para esto, la ejemplificación en el tipo de respuesta y las explicaciones dadas por el docente son parte de la comprensión del uso de los decimales en contextos reales y la aplicación de estos para resolver un problema. Los cálculos pueden realizarse de manera manual o utilizando una calculadora.

Descripción del problema (frases propias):		
Encontrar la mejor agrupación de mesas en relación con el espacio que se tiene disponible.		
¿Cuáles son las variables del problema?	¿De qué forma puedo categorizar los datos?	¿Requiero de otros datos?
▶ Medidas del espacio en la oficina. ▶ Medidas de las mesas. ▶ Formas de las agrupaciones de las mesas.	▶ Largos y anchos de mesas. ▶ Perímetros. ▶ Alturas. ▶ Largo y ancho de la oficina. ▶ Largos y anchos de las organizaciones geométricas de las mesas.	No, se van obteniendo nuevos datos a partir de la información entregada en las imágenes.



Conocimiento matemático para utilizar:	
¿Cómo organizó la información?	¿De qué manera puedo relacionar las variables?
	Comparar la suma de las longitudes involucradas con las medidas del espacio:
Agrupación 1: ▶ Lado mayor AB: $2 \cdot 145,0 \text{ cm} + 72,5 \text{ cm} = 362,50 \text{ cm}$. ▶ Ancho que ocupa: $62,8 \text{ cm} + 65 \text{ cm} + 65 \text{ cm} = 192,8 \text{ cm}$.	Agrupación 1: ▶ Lado mayor 362,50 cm. No cabe, el largo máximo es de 350 cm. ▶ Ancho 192,8 cm. Cabe en el ancho del espacio.
Agrupación 2: ▶ Largo mayor CD: $2 \cdot 72,5 \text{ cm} + 145 \text{ cm} = 290 \text{ cm}$. ▶ Ancho que ocupa: $2 \cdot 62,8 \text{ cm} + 2 \cdot 65 \text{ cm} = 255,6 \text{ cm}$.	Agrupación 2: ▶ Largo mayor CD: 290 cm. Cabe en el largo de 350 cm. ▶ Ancho: 255,6 cm. Cabe en el ancho del espacio.
Agrupación 3: ▶ Largo mayor EF: $3 \cdot 72,5 \text{ cm} = 217,5 \text{ cm}$. ▶ Ancho que ocupa: $2 \cdot 62,8 \text{ cm} + 2 \cdot 65 \text{ cm} = 255,6 \text{ cm}$.	Agrupación 3: ▶ Largo mayor EF: cabe en largo de 350 cm. ▶ Ancho: $2 \cdot 62,8 \text{ cm} + 2 \cdot 65 \text{ cm} = 255,6 \text{ cm}$. Cabe en el ancho de la oficina
Agrupación 4: ▶ Largo mayor GH: $72,5 \text{ cm} + 145 \text{ cm} + 72,5 \text{ cm} = 290 \text{ cm}$. ▶ Ancho que ocupa: $3 \cdot 62,8 \text{ cm} = 188,4 \text{ cm}$.	Agrupación 4: ▶ Largo mayor GH: 290 cm. Cabe en el largo de 350 cm. ▶ Ancho: 188,4 cm. Cabe en el ancho del espacio.



¿El resultado responde al problema?	¿Cómo explico y comunico mi respuesta?	Respuesta:
Sí	Mediante un dibujo esquemático. Comparando resultados numéricos obtenidos mediante la suma de longitudes.	Se pueden utilizar 3 agrupaciones diferentes, la 2, la 3 y la 4 para realizar la celebración. (*) Puede profundizarse la resolución discutiendo cuál de las 3 es más conveniente. Para ello no hay una respuesta correcta, dependerá de los argumentos expuestos por las y los estudiantes.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

En grupos, los y las estudiantes resuelven distintos problemas rutinarios que involucran las operaciones con fracciones y decimales. Algunos de estos problemas podrían ser:

- Mario estaba haciendo un cóctel de frutas. Mezcló 0,450 l de jugo de naranja con 0,250 L de jugo de maracuyá, con 0,125 l de jugo de limón. Al final agregó 0,075 l de agua en forma de hielo. Determina el volumen del cóctel y exprésalo en l y ml.
- Dos hermanos quieren compartir 3 horas de juego en la tablet de la casa. ¿Cuántas horas son para cada uno?
- Ayer el jardinero cortó 3/5 del césped de la escuela y hoy en la mañana la mitad de lo que hizo ayer. ¿Cuánto queda todavía para cortar?

Se sugiere que la o el docente invite a sus estudiantes a revisar la siguiente lista de chequeo relacionada con la identificación de los datos, la selección de estrategias y la aplicación de los procedimientos a situaciones idénticas:

LISTA DE CHEQUEO		Logrado	Todavía puedo mejorar
Haz un ticket en la casilla que corresponda			
CRITERIO 1	Explico las soluciones de los procedimientos utilizados.	☐	☐
CRITERIO 2	Identifico los datos y procedimientos en el problema.	☐	☐
CRITERIO 3	Identifico procedimientos a situaciones idénticas.	☐	☐
CRITERIO 4	Selecciono estrategias y aplico los procedimientos.	☐	☐

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Criterio	Puntaje
Identifica el problema que debe desarrollar.	
Expresa un problema relacionado con la información.	
Identifica las variables del problema.	
Relaciona las variables en un modelo matemático que describe la situación.	
Aplica conocimientos, propiedades y relaciones de matemática para estudiar la situación y obtener respuestas.	
Determina al menos una respuesta posible al problema.	
Explica la respuesta utilizando los argumentos matemáticos utilizados en el paso 2.	
TOTAL	

Escala			
3 = Experto [Claridad y detalle]	2 = Aprendiz [Vago pero adecuado]	1 = Novato [Superficial]	0 = Sin respuesta

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

La secuencia procedimental de resolución de problemas se puede asociar tanto a problemas rutinarios como no rutinarios. En esta actividad, se trabajan problemas rutinarios entendiendo que estos desarrollan una parte importante de la habilidad y que ayudan, por una parte, a la identificación de la relación entre el contexto y la operatoria y, por otra, a la aplicación automatizada y segura de la operatoria con fracciones y decimales.

Se sugiere el uso de juegos, como bloques o figuras que pueden ser rotadas para completar líneas. Por ejemplo, el juego TETRIS en versión online gratuita, o juegos para completar diferentes superficies, como el juego de mesa UBONGO o tangram, que pueden ser elaborados con material reciclado. Esto podría ayudar a desarrollar la capacidad espacial de los y las estudiantes y con esto entregar algunas herramientas para enfrentarse de mejor manera a los problemas de organización de objetos en el espacio.

Actitudes

Para apoyar el desarrollo de las actitudes de la perseverancia y proactividad se recomienda que, al inicio de la clase, la o el docente comunique el propósito de esta, las estrategias didácticas que se utilizarán, cuál es el resultado esperado y para qué es importante aprender ese conocimiento y desarrollar esa habilidad. Esto permitirá a sus estudiantes tener un mayor control sobre el aprendizaje. Asimismo, es importante generar un ambiente de trabajo adecuado en la sala de clases, monitoreando los tiempos de trabajo autónomo y de retroalimentación que favorezcan la proactividad. Además de usar tecnología como una calculadora la cual permite multiplicar o dividir fracción y decimal.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal

Se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:

COLABORAR	Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
	Entregar las instrucciones claras de lo que se espera. Dar una rúbrica con criterios y dejar aproximadamente dos minutos para corroborar que las instrucciones fueron comprendidas.
	La evaluación formativa es grupal. En este caso la evaluación entre pares debe realizarse una vez que se haya desarrollado la idea de contribuir para el logro de los objetivos entre todos y todas.
	Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria por coincidencia con la conjetura. Considere siempre la cantidad de participantes por grupos y cantidad de la clase.
	Decida con anterioridad los momentos en que los y las participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada persona y el momento en que en que los grupos se escuchan entre sí.

Anexo

- SITUACIÓN 1** Crear un plan de trabajo de corte de pasto en el jardín que considere cuanto cobrará por m^2 y hora trabajada, incluyendo medias, por ejemplo 0,5 horas.
- SITUACIÓN 2** Notar cómo está distribuido el pago en su liquidación de sueldo, contabilizando cuanto se le paga por hora y por día, y cuanto destina a salud y pensión. Haciendo las respectivas divisiones respecto al total y las multiplicaciones con respecto al año.
- SITUACIÓN 3** Determinar los valores de arriendo en UF de locales comerciales en calles de su interés para montar un negocio y transformar los posibles gastos y las ganancias esperadas mensuales del negocio en UF.

Módulo Obligatorio 2

Visión panorámica

Gran idea

Los patrones están presentes en comportamientos de crecimiento y pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente.

Objetivos de aprendizaje

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Sucesiones numéricas con patrones de crecimiento aditivo.
-

Tiempo estimado: 6 semanas (24 horas)

Propósito

En el módulo 2 de la asignatura de matemática del Nivel 2 de Educación Básica, se espera que las y los estudiantes comprendan que los patrones de crecimiento sirven para describir situaciones cotidianas donde existen regularidades numéricas. Así como también a identificarlos en los diversos contextos de su trabajo o quehacer cotidiano y representar contextos conocidos mediante dichos patrones. Esto supone la comprensión de conceptos como secuencia numérica y patrón de formación de una secuencia numérica.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 2 desarrollan las habilidades de argumentación y comunicación. A través de la observación y búsqueda de regularidades numéricas, los y las estudiantes podrán trabajar la habilidad de argumentar, al dar razones para la elección tanto de los procedimientos que cada uno utiliza para la resolución de un ejercicio, como para sus resultados. También trabajarán la resolución de problemas y será fundamental

reconocer cada paso de esta habilidad: identificar los datos y el problema a resolver, seleccionar y aplicar la estrategia, obtener y verificar los resultados. Se espera que los y las estudiantes puedan ser conscientes del proceso que realizan y así poder aplicar este proceso en situaciones idénticas y transferirlo a otras similares.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 2 desarrollan las actitudes para el siglo XXI del ámbito de las Maneras de pensar, las Maneras de trabajar y de las Maneras de vivir en el mundo. Con este tema en particular las y los estudiantes desarrollarán la producción de ideas, el pensamiento crítico para evaluar la pertinencia de las estrategias elegidas y de los resultados obtenidos, así como el ser conscientes de los procesos efectuados para llegar a la solución de los problemas. La comunicación es fundamental al momento de verbalizar o escribir las ideas, así como también el respeto por las ideas de otros.

Ruta de Aprendizaje

¿De qué manera pueden ser identificados, representados y descritos matemáticamente los patrones de comportamientos crecientes?

	Actividad de desempeño 1	Explicar definiciones y reglas asociadas a los patrones y sucesiones.
	Actividad de desempeño 2	Identificar patrones en secuencias numéricas con o sin contexto y aplicarlos a situaciones idénticas para generar nuevas secuencias.
	Actividad de desempeño 3	Buscar y seleccionar estrategias para identificar y generalizar el comportamiento de una secuencia numérica.
	Actividad de desempeño 4	Aplicar procedimientos de identificación de patrones y selección de estrategias para resolver problemas asociados a patrones numéricos.

Actividad de desempeño

1

Propósito

Con el trabajo de esta actividad se espera que los y las estudiantes puedan definir y comprender los conceptos que hay asociados a las secuencias numéricas, como: colección de números y patrón. Se espera que, al analizar los distintos ejemplos y realizar los distintos ejercicios, el estudiantado vaya descubriendo los conceptos de secuencia numérica y de patrón o regla de formación, para finalmente construir sus definiciones.

Objetivos de aprendizaje

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

Conocimientos esenciales

- Sucesión de números.
 - Patrón numérico.
-

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Escribir y leer números naturales.
- Números pares e impares.
- Múltiplos de un número.
- Adición de números naturales.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

Se sugiere relacionar las secuencias numéricas con situaciones cotidianas que involucren secuencias numéricas crecientes, relacionadas con un ahorro constante sin porcentaje de crecimiento, la producción acumulada de artículos en una fábrica, fechas y datos que tienen una regularidad y la venta de artículos según los envases o los kilogramos.



Se sugiere diferenciar entre secuencias de números que son repetitivas y aquellas que tienen un tipo de crecimiento. Algunas de las preguntas que pueden orientar la conversación sobre las secuencias son:

- ▶ ¿Qué es un ahorro sistemático?
- ▶ ¿Cómo describir la producción acumulada de una fábrica?
- ▶ ¿Qué regularidades se pueden observar en la producción de artículos en una fábrica?
- ▶ ¿Qué se obtiene si tipeamos siempre dos números de manera regular?
- ▶ ¿Qué fecha serán los próximos miércoles?
- ▶ ¿Cuánto esperará recibir el dueño por 2, 3, 4, 5 o 6 kilos?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para construir la definición de secuencia numérica y patrón se sugiere trabajar con los y las estudiantes según dos etapas, la lectura comprensiva de la situación y la representación en tabla o numérica, junto con la verbalización de la situación.

Planteamiento del problema	Representación numérica	Respuesta																							
Juan ahorra \$1 000 cada semana. ¿Cómo expresamos este ahorro?	Se sugiere representarlo de dos formas, primero como tabla de datos:																								
	<table> <tr> <th>Semanas</th><th>Ahorro</th><th>Total</th></tr> <tr> <td>1</td><td>\$1 000</td><td>\$1 000</td></tr> <tr> <td>2</td><td>\$1 000</td><td>\$2 000</td></tr> <tr> <td>3</td><td>\$1 000</td><td>\$3 000</td></tr> <tr> <td>4</td><td>\$1 000</td><td>\$4 000</td></tr> <tr> <td>5</td><td>\$1 000</td><td>\$5 000</td></tr> <tr> <td>6</td><td>\$1 000</td><td>\$6 000</td></tr> <tr> <td>...</td><td>\$1 000</td><td>...</td></tr> </table>	Semanas	Ahorro	Total	1	\$1 000	\$1 000	2	\$1 000	\$2 000	3	\$1 000	\$3 000	4	\$1 000	\$4 000	5	\$1 000	\$5 000	6	\$1 000	\$6 000	...	\$1 000	...
Semanas	Ahorro	Total																							
1	\$1 000	\$1 000																							
2	\$1 000	\$2 000																							
3	\$1 000	\$3 000																							
4	\$1 000	\$4 000																							
5	\$1 000	\$5 000																							
6	\$1 000	\$6 000																							
...	\$1 000	...																							
	Y, luego, como secuencia numérica: \$1 000, \$2 000, \$3 000, \$4 000, \$5 000, \$6 000 ...																								

Planteamiento del problema	Representación numérica	Respuesta																											
Para probar la resistencia de un taladro, se hacen varias pruebas. En cada una de ellas se perfora el doble de agujeros que en la prueba anterior. Se comienza con un agujero. Si el taladro falló en la prueba que hizo 128 agujeros, ¿Cuántas pruebas logró hacer?	Se sugiere representarlo de dos formas, primero como tabla de datos: <table><tr><th>Prueba</th><th>Operación</th><th>Agujeros</th></tr><tr><td>1°</td><td>Cantidad inicial</td><td>1</td></tr><tr><td>2°</td><td>$2 \cdot 1 = 2$</td><td>2</td></tr><tr><td>3°</td><td>$2 \cdot 2 = 4$</td><td>4</td></tr><tr><td>4°</td><td>$2 \cdot 4 = 8$</td><td>8</td></tr><tr><td>5°</td><td>$2 \cdot 8 = 16$</td><td>16</td></tr><tr><td>6°</td><td>$2 \cdot 16 = 32$</td><td>32</td></tr><tr><td>7°</td><td>$2 \cdot 32 = 64$</td><td>64</td></tr><tr><td>8°</td><td>$2 \cdot 64 = 128$</td><td>128</td></tr></table> Y, luego, la secuencia numérica: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 y 128	Prueba	Operación	Agujeros	1°	Cantidad inicial	1	2°	$2 \cdot 1 = 2$	2	3°	$2 \cdot 2 = 4$	4	4°	$2 \cdot 4 = 8$	8	5°	$2 \cdot 8 = 16$	16	6°	$2 \cdot 16 = 32$	32	7°	$2 \cdot 32 = 64$	64	8°	$2 \cdot 64 = 128$	128	
Prueba	Operación	Agujeros																											
1°	Cantidad inicial	1																											
2°	$2 \cdot 1 = 2$	2																											
3°	$2 \cdot 2 = 4$	4																											
4°	$2 \cdot 4 = 8$	8																											
5°	$2 \cdot 8 = 16$	16																											
6°	$2 \cdot 16 = 32$	32																											
7°	$2 \cdot 32 = 64$	64																											
8°	$2 \cdot 64 = 128$	128																											

Se sugiere rescatar del diálogo con los y las estudiantes, las siguientes ideas antes de dar respuesta al problema:

- Aumento y crecimiento.
- Colección o secuencia de números.
- Regularidad numérica o patrón.

Se sugiere, también formalizar la definición de secuencia numérica y de patrón. Diferenciar entre secuencia repetitiva, por ejemplo, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 2 ... y secuencia numérica de crecimiento, por ejemplo, 1, 2, 3, 4, 5 ... En general, se puede decir que una secuencia numérica que tiene un patrón es un colección o conjunto de números que presenta una regularidad que se cumple con todos los números de la secuencia y permite determinar los siguientes números de la secuencia.

PRÁCTICA GUIADA

Para guiar la explicación del patrón que tiene la secuencia numérica, se sugiere elaborar frases que incluyan el patrón, es decir, la operación que se realiza y la cantidad por la cual se hace el procedimiento para generar la secuencia, indicando además el número por el cual se comienza.

	Instrucción	Verbalización de la regularidad/patrón
Continuar una secuencia	Escribir los tres números que siguen en las secuencias: a) 5, 15, 25, 35, 45 ... b) 6, 13, 20, 27, 34 ... c) 3, 7, 12, 18, 25 ... d) 1, 5, 7, 10, 15, 24, 25, 35, 46 ... e) 7, 8, 7, 8, 7, 8 ...	a) Sumar 10 comenzando con el 5. b) Sumar 7 comenzando con 6. c) Sumar 4, sumar 5, sumar 6 y sumar siempre uno más de lo que se sumó antes, comenzando con el 3. d) No hay un patrón o regularidad. e) Es una secuencia de números repetitiva, se repite el 7 y el 8.

	Instrucción	Verbalización de la regularidad/patrón												
Completar una secuencia	Completar las siguientes secuencias: a) 87, 137, __, 237, __, 337, 387... b) 105, 118, __, __, 157, 170, 183... c) 234, 255, __, 297, 318, 339... d) 10, __, __, 313, 414, 515, 616... e) 125, __, 375, __, __, 750, 875...	a) Sumar 50 comenzando con el 87. b) Sumar 13 comenzando con el 105. c) Sumar 21 comenzando con el 234. d) Sumar 101 comenzando con el 10. e) Sumar 125 comenzando con el 125.												
Describir situaciones	Paula gana \$2 540 por la venta de un pantalón. ¿Cómo puedes describir la ganancia?	Descripción en tablas <table><tr><th>Número de pantalones</th><th>Ganancia (en pesos)</th></tr><tr><td>1</td><td>2 540</td></tr><tr><td>2</td><td>2 540 · 2 = 5 080</td></tr><tr><td>3</td><td>2 540 · 3 = 7 620</td></tr><tr><td>4</td><td>2 540 · 4 = 10 160</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td></tr></table> Sumar \$2 540 comenzando con \$2 540.	Número de pantalones	Ganancia (en pesos)	1	2 540	2	2 540 · 2 = 5 080	3	2 540 · 3 = 7 620	4	2 540 · 4 = 10 160	...	...
Número de pantalones	Ganancia (en pesos)													
1	2 540													
2	2 540 · 2 = 5 080													
3	2 540 · 3 = 7 620													
4	2 540 · 4 = 10 160													
...	...													

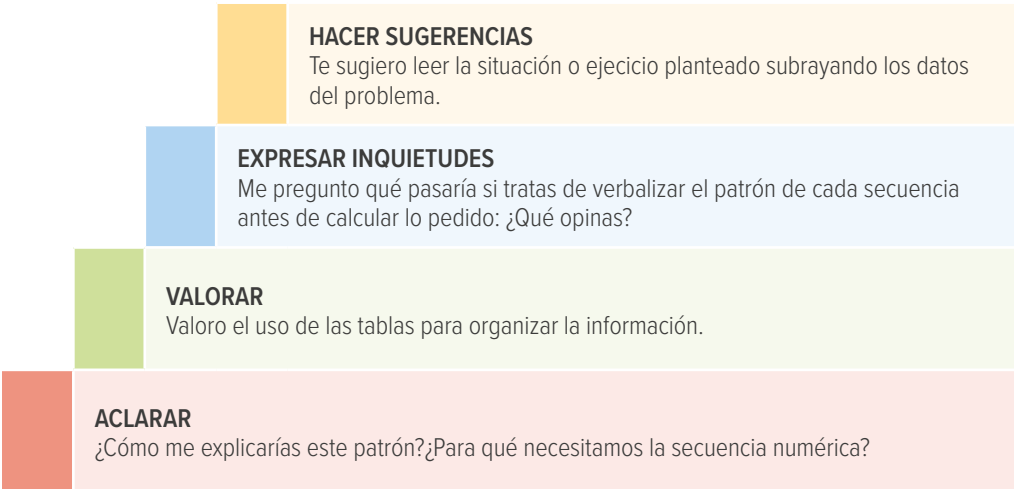
PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Se sugiere que las y los estudiantes trabajen en forma personal y desarrollen una hoja de trabajo que contenga secciones similares a las trabajadas en la práctica guiada. Algunos ejemplos de situaciones en las que se requiere encontrar un número dentro de una secuencia son:

Situaciones	Representación y resultado														
Jaime comenzó a entrenar para una maratón. Su estrategia es agregar cada día 3 km más al recorrido. Si comienza el domingo con 1 k: ¿Cuánto le toca el jueves? ¿Cuánto tendrá que correr el próximo lunes?	La secuencia es sumar 3 comenzando con el 1, se sugiere tener una tabla para organizar mejor la secuencia: <table><tr><td>Día</td><td>Do</td><td>Lu</td><td>Ma</td><td>Mi</td><td>Ju</td><td>...</td></tr><tr><td>Km</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td><td>...</td></tr></table>	Día	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	...	Km	1	4	7	10	13	...
Día	Do	Lu	Ma	Mi	Ju	...									
Km	1	4	7	10	13	...									
Luisa tiene que terminar de leer un libro. Ya ha leído 24 páginas y se propuso leer 20 páginas cada día. Si en esta secuencia termina justo de leer el libro ¿Cuántas páginas puede tener el libro?	Es una secuencia de sumar 20 y que comienza en 24, las respuestas son infinitas desde 44 páginas, y corresponden a la secuencia: 24, 44, 64, 84, 104, 124 ...														
Elaboración de secuencias numéricas.	▶ Comienza en 4. ▶ Se suma 7. ▶ Se suma y se resta. ▶ Sin condiciones iniciales. ▶ Es repetitiva y tiene los números 2, 6, y 17.														

Para retroalimentar la actividad y la comprensión de las secuencias numéricas, la búsqueda del patrón y de las explicaciones verbales que se pueden dar, se sugiere la siguiente retroalimentación:

ESCALERA DE RETROALIMENTACIÓN



https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-226740_recurso_pdf.pdf

EVALUACIÓN
FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Secuencia numérica	Identifica un conjunto de números que están en forma horizontal.	Identifica una secuencia numérica y la define correctamente.	Identifica una secuencia numérica, la define correctamente y da varios ejemplos.
	Identifica patrones en secuencias numéricas del ámbito numérico del 1 al 100.	Elabora frases o verbaliza patrones en secuencias numéricas del ámbito numérico del 1 al 1 000.	Elabora frases o verbaliza patrones identificando el número por el cual comenzar en el ámbito de los números naturales.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

Se entiende que, en este nivel, el concepto de secuencia numérica está restringido a secuencias de números naturales, crecientes y aditivas. En caso de que el patrón sea el doble de o el triple de, este debe ser trabajado de manera aditiva. Se recomienda relevar los conceptos asociados a las secuencias, como son los de regularidad, inicio, adición, crecimiento y organización de la información en tablas y tener presente que este conocimiento es la base de la noción de funciones como una correspondencia.

Se sugiere planificar un módulo cero que considere las nociones básicas del módulo 1 del Nivel 1 de Educación Básica, relacionadas con el conteo y la forma de escribir cantidades. Las diferentes formas de escribir los procesos de conteo pueden dar paso a organizaciones de objetos y de patrones.

Actitudes

Se sugiere desarrollar la actitud de empatía y respeto frente al trabajo de otras personas, como al propio. En el caso de esta actividad de desempeño, puede ocurrir que, al elaborar una secuencia numérica se comentan errores. En este caso, se sugiere empatizar cuando se menciona el error y procurar hacer preguntas para que la misma persona lo detecte, en vez de declarar públicamente que hay un error de cálculo o de comprensión. Al momento de presentar nuevas situaciones, se insta a implementar una escucha respetuosa y algunas técnicas como estar a la misma altura de los ojos del otro al momento de hablar, levantar la mano y esperar el turno antes de decir una palabra, tener un tiempo limitado para hablar y permitir que todos hablen. En ocasiones es mejor organizar la escucha en pequeños grupos para tener una idea previamente consensuada.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal

Para organizar e implementar el trabajo, se sugiere:

Interacción guiada	De modo que con sus preguntas, cada estudiante pueda construir la definición de secuencia numérica y de patrón.
Confianza en lo que se sabe	Generar seguridad en lo que los y las estudiantes hacen en cada paso.
Verbalizar lo que se piensa	De manera intuitiva, no matemática, el patrón de cada secuencia y así poder escribir otros términos de ella.
Aplicar y resolver	Aplicar lo aprendido a la resolución de problemas cotidianos. Enfatizar que cada paso de la resolución de un problema es igualmente importante y necesario.

Actividad de desempeño 2

Propósito

Con el trabajo de esta actividad, se espera identificar patrones en secuencias numéricas y escribirlos de forma matemática, para así poder determinar términos en cualquier posición de la secuencia sin necesidad de escribirla completamente y aplicar este conocimiento a la resolución de problemáticas de su entorno.

Objetivos de aprendizaje

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones.
(Resolver problemas)

Conocimientos esenciales

- Expresiones algebraicas.
 - Patrón de una secuencia.
 - Regla de formación.
-

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Escribir y leer números naturales.
- Secuencia de números pares.
- Secuencia de números impares.
- Múltiplos de un número presentados como una secuencia.
- Adición de números naturales.
- Secuencia de números en tablas.

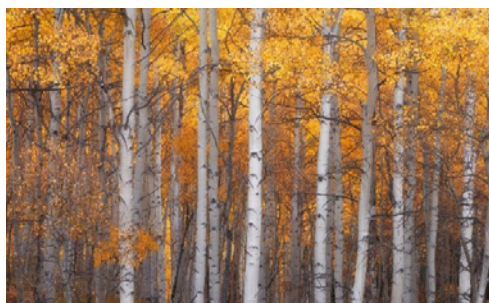
Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presentará alguna de las siguientes situaciones que involucran secuencias numéricas crecientes, donde el cálculo pedido se hace dificultoso al no tener un patrón numérico escrito de manera algebraica. De este modo se creará la necesidad de formalizar los patrones haciendo uso de conceptos básicos de las expresiones algebraicas y del concepto de la multiplicación generalizadas en expresiones de la forma $a \cdot x$.

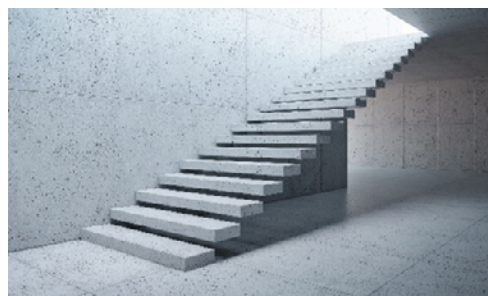
Conexión interdisciplinar
Ciencias Naturales
OA 1 Nivel 2 EB

Situación 1



El diámetro del tronco de un árbol crece aproximadamente 5 mm por año. Si el diámetro del tronco de un árbol de mi jardín hoy mide 100 mm: ¿Cuánto medirá en 5 años más?

Situación 2



Los peldaños de la escalera tienen un alto estándar de 18 cm aproximadamente. Si para ir del primer al segundo piso la escalera tiene 18 peldaños: ¿Cuál es la altura del primer piso?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para construir el conocimiento de generalización de secuencias numéricas o describir algebraicamente el patrón, se sugiere relacionar los múltiplos de un número con la expresión verbalizada de la secuencia numérica y asociar la acción que dicta el patrón aditivo con la multiplicación. Para esto, se sugiere trabajar en tres etapas: lectura comprensiva del problema, verbalización y generalización y solución al problema planteado.

Lectura comprensiva	Verbalización y generalización	Solución															
Jorge quiere comenzar una rutina de ejercicios. Entre los que ha decidido hacer se encuentran los abdominales. Comenzará con 10 abdominales y aumentará 10 cada semana . ¿Cuántos abdominales hará en la trigésima semana? ¿Cómo continua la secuencia? ¿Qué parte del enunciado da la clave para elaborar una tabla?	1° Escribir la secuencia: 10, 20, 30... 2° Verbalizar el patrón: sumar 10, partiendo por 10 3° Generar tabla para buscar regularidad matemática a partir del primer término. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Semana</th><th>Cantidad</th><th>Operación</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>10</td><td></td></tr> <tr> <td>2</td><td>10 + 10</td><td>2 · 10</td></tr> <tr> <td>3</td><td>10 + 10 + 10</td><td>3 · 10</td></tr> <tr> <td>4</td><td>10 + 10 + 10 + 10</td><td>4 · 10</td></tr> </tbody> </table> Son los múltiplos de 10. En lenguaje matemático el número de abdominales en términos de las semanas, nominadas en forma general como n, será: $A = n \cdot 10$	Semana	Cantidad	Operación	1	10		2	10 + 10	2 · 10	3	10 + 10 + 10	3 · 10	4	10 + 10 + 10 + 10	4 · 10	Así, como necesitamos el número de abdominales que hará la semana 30, calculamos: $A = n \cdot 10$ $A = 30 \cdot 10$ $A = 300$ Por lo tanto, en la semana 30 de comenzado su entrenamiento, Jorge hará 300 abdominales. La secuencia sigue: 300, 310, 320, 330 ...
Semana	Cantidad	Operación															
1	10																
2	10 + 10	2 · 10															
3	10 + 10 + 10	3 · 10															
4	10 + 10 + 10 + 10	4 · 10															

Lectura comprensiva	Verbalización y generalización	Solución															
Debido al espacio que se genera debajo de una escalera, se han ordenado las cajas de la siguiente manera: debajo del primer peldaño hay 7 cajas, debajo del segundo 16 cajas, en el próximo hay 25 cajas y así sucesivamente. ► Si la secuencia sigue un patrón: ¿Cuántas cajas habrá debajo del peldaño 20? ► ¿Será posible tener 83 cajas debajo de un peldaño?	1° Escribir secuencia: 7, 16, 25... 2° Verbalizar patrón: sumar 9, partiendo por 7 Generar tabla para buscar regularidad matemática a partir del primer término: <table border="1"> <thead> <tr> <th>Peldaño</th><th>Cantidad</th><th>Operación</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>7</td><td></td></tr> <tr> <td>2</td><td>7 + 9</td><td>7 + 1 · 9</td></tr> <tr> <td>3</td><td>7 + 9 + 9</td><td>7 + 2 · 9</td></tr> <tr> <td>4</td><td>7 + 9 + 9 + 9</td><td>7 + 3 · 9</td></tr> </tbody> </table> Se ven los múltiplos de 9 a los cuales se les ha agregado 7. En lenguaje matemático el número de cajas debajo del peldaño será: $A = 7 + (n - 1) \cdot 9$ n es la ubicación del peldaño.	Peldaño	Cantidad	Operación	1	7		2	7 + 9	7 + 1 · 9	3	7 + 9 + 9	7 + 2 · 9	4	7 + 9 + 9 + 9	7 + 3 · 9	Depende de la cantidad de peldaños que tenga la escalera, la cantidad estará dada por la secuencia: 7, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70, 79, 88, 97 ... Necesitamos saber cuántas cajas hay debajo del peldaño 20: $C = 7 + (20 - 1) \cdot 9$ $C = 7 + 19 \cdot 9$ $C = 7 + 171$ $C = 178$ RESPUESTA 1: Habrá 178 cajas debajo del peldaño 20. RESPUESTA 2: Desde el peldaño 10 pueden haber más de 83 cajas debajo de cada peldaño.
Peldaño	Cantidad	Operación															
1	7																
2	7 + 9	7 + 1 · 9															
3	7 + 9 + 9	7 + 2 · 9															
4	7 + 9 + 9 + 9	7 + 3 · 9															

Se sugiere relevar la utilidad de elaborar una expresión matemática y utilizarla para obtener el valor de un término cualquiera o con condiciones, evaluando un número en dicha expresión o bien, para determinar si aparece el número en la secuencia. En este caso, se necesitan algunas nociones de ecuaciones y de las condiciones de solución en el conjunto de los números naturales.

PRÁCTICA GUIADA

Para guiar la elaboración de expresiones algebraicas que definen el patrón de la secuencia, se sugiere utilizar tablas y la correspondencia entre la posición y el resultado. También se recomienda destacar los problemas que no tienen contexto de aquellos que sí los tienen. De los problemas con contexto, revise su sentido de finitud de la secuencia, mientras que, de los problemas sin contexto, encuentre al menos dos formas de elaborar la expresión algebraica, considerando las nociones de múltiplos o bien la noción de primer término.

Lectura comprensiva	Verbalización y generalización	Solución															
Dadas las siguientes secuencias, determine el décimo término y si existe el 40 en las sucesiones: a) 21, 42, 63, 84 ...	Se sugiere confeccionar una tabla y asociar la posición del término con la operación que se realiza para obtener el valor de la sucesión. Sumar 21 comenzando por 21 <table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th><th>Cantidad</th><th>Operación</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td><td>21</td><td>1 · 21</td></tr> <tr> <td>2</td><td>21 + 21</td><td>2 · 21</td></tr> <tr> <td>3</td><td>21 + 21 + 21</td><td>3 · 21</td></tr> <tr> <td>4</td><td>21 + 21 + 21 + 21</td><td>4 · 21</td></tr> </tbody> </table> Por lo tanto, los números de la secuencia numérica están dados en asociación con su posición n: $C = n \cdot 21$	n	Cantidad	Operación	1	21	1 · 21	2	21 + 21	2 · 21	3	21 + 21 + 21	3 · 21	4	21 + 21 + 21 + 21	4 · 21	El décimo término será: $C = 10 \cdot 21$ $C = 210$ No aparece el número 40 en la sucesión, 40 no es un múltiplo de 21.
n	Cantidad	Operación															
1	21	1 · 21															
2	21 + 21	2 · 21															
3	21 + 21 + 21	3 · 21															
4	21 + 21 + 21 + 21	4 · 21															

	Instrucción	Verbalización de la regularidad/patrón																								
b)17, 20, 23, 26 ...	Sumar 3 comenzando por 17: <table><tr><th>n</th><th>Cantidad</th><th>Operación</th></tr><tr><td>1</td><td>$0 + 17$</td><td>$3 \cdot (1-1)+17$</td></tr><tr><td>2</td><td>$3 + 17$</td><td>$3 \cdot (2-1)+17$</td></tr><tr><td>3</td><td>$3 + 3 + 17$</td><td>$3 \cdot (3-1)+17$</td></tr></table> $C = 3 \cdot (n - 1) + 17$	n	Cantidad	Operación	1	$0 + 17$	$3 \cdot (1-1)+17$	2	$3 + 17$	$3 \cdot (2-1)+17$	3	$3 + 3 + 17$	$3 \cdot (3-1)+17$	El décimo término será: $C = 3 \cdot (10 - 1) + 17$ $C = 44$ No aparece el número 40 en la sucesión, en la posición 9 se tiene la cantidad: $44 - 3 = 41$ Otra forma de asociación es: <table><tr><th>n</th><th>Cantidad</th><th>Operación</th></tr><tr><td>1</td><td>$3 + 14$</td><td>$3 \cdot (1)+14$</td></tr><tr><td>2</td><td>$6 + 14$</td><td>$3 \cdot (2)+14$</td></tr><tr><td>3</td><td>$9 + 14$</td><td>$3 \cdot (3)+14$</td></tr></table> $C = 3 \cdot (n) + 14$	n	Cantidad	Operación	1	$3 + 14$	$3 \cdot (1)+14$	2	$6 + 14$	$3 \cdot (2)+14$	3	$9 + 14$	$3 \cdot (3)+14$
n	Cantidad	Operación																								
1	$0 + 17$	$3 \cdot (1-1)+17$																								
2	$3 + 17$	$3 \cdot (2-1)+17$																								
3	$3 + 3 + 17$	$3 \cdot (3-1)+17$																								
n	Cantidad	Operación																								
1	$3 + 14$	$3 \cdot (1)+14$																								
2	$6 + 14$	$3 \cdot (2)+14$																								
3	$9 + 14$	$3 \cdot (3)+14$																								
En septiembre, Javier hace volantines para vender. Este año su hermana lo está ayudando y, como es la primera vez que los hace, el primer lunes logró hacer 3 y el resto de los días 2 más cada vez. Después de dos semanas en que trabajó de lunes a sábado, ella ya ha adquirido experiencia y rapidez. Describe la situación y determina la cantidad de volantines elaborados por la hermana de Javier luego de 12 días de trabajo. ¿Logró hacer 58 volantines en un día?	1° Plantee algunos términos de la secuencia: 3, 5, 7, 9... 2° Verbalice el patrón: sumar 2 partiendo de 3. 3° Elabore una tabla para resumir la información: <table><tr><th>Día</th><th>Cantidad</th><th>Operación</th></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>$3 + 2$</td><td>$3 + 1 \cdot 2$</td></tr><tr><td>3</td><td>$3 + 2 + 2$</td><td>$3 + 2 \cdot 2$</td></tr><tr><td>4</td><td>$3 + 2 + 2 + 2$</td><td>$3 + 3 \cdot 2$</td></tr></table>	Día	Cantidad	Operación	1	3		2	$3 + 2$	$3 + 1 \cdot 2$	3	$3 + 2 + 2$	$3 + 2 \cdot 2$	4	$3 + 2 + 2 + 2$	$3 + 3 \cdot 2$	Describir la situación de manera general, los volantines en términos de los días n. $V = 3 + (n - 1) \cdot 2$ Determinar la cantidad para $n = 12$ $V = 3 + (12 - 1) \cdot 2$ $V = 3 + 11 \cdot 2$ $V = 25$ Elaborar una respuesta. RESPUESTA: El día 12 se hacen 25 volantines. El día 28 se elaboran 57 volantines. $C = 3 + (28 - 1) \cdot 2$ $C = 57$ Por lo tanto, nunca se logran hacer exactamente 58 volantines en un día.									
Día	Cantidad	Operación																								
1	3																									
2	$3 + 2$	$3 + 1 \cdot 2$																								
3	$3 + 2 + 2$	$3 + 2 \cdot 2$																								
4	$3 + 2 + 2 + 2$	$3 + 3 \cdot 2$																								
Una empresa de servicios eléctricos contrata a una persona por días. Le informan que le pagarán \$200 000 de sueldo base más\$14 000 por cada día trabajado. Describe, en términos generales: ¿Cuánto ganaría si trabajara 20 días? ¿Y 28 días?	1° Plantee algunos términos de la secuencia: 200 000, 214 000, 228 000 ... 2° Verbalice el patrón sumar \$14 000 según los días trabajados, comenzando del sueldo base de \$200 000 3° Haga una tabla para resumir la información: <table><tr><th>Días trabajados</th><th>Ganancia por días trabajados</th></tr><tr><td>1</td><td>$200\,000 + 1 \cdot 14\,000$</td></tr><tr><td>2</td><td>$200\,000 + 2 \cdot 14\,000$</td></tr><tr><td>3</td><td>$200\,000 + 3 \cdot 14\,000$</td></tr></table>	Días trabajados	Ganancia por días trabajados	1	$200\,000 + 1 \cdot 14\,000$	2	$200\,000 + 2 \cdot 14\,000$	3	$200\,000 + 3 \cdot 14\,000$	Describir la situación de manera general el sueldo según los días trabajados n. $G = 200\,000 + n \cdot 14\,000$ En 20 días ganaría: $G = 200\,000 + 20 \cdot 14\,000$ $G = 480\,000$ Elaborar la respuesta: si trabajara 20 días, ganaría \$480 000 En 28 días ganaría: $G = 200\,000 + 28 \cdot 14\,000$ $G = 592\,000$ Elaborar la respuesta: si trabajara 28 días, ganaría \$592 000																
Días trabajados	Ganancia por días trabajados																									
1	$200\,000 + 1 \cdot 14\,000$																									
2	$200\,000 + 2 \cdot 14\,000$																									
3	$200\,000 + 3 \cdot 14\,000$																									

PRÁCTICA
INDEPENDIENTE

Se sugiere la elaboración de un afiche que contenga las marcaciones de una lectura comprensiva, la verbalización y la generalización y también la solución. Los afiches se exhiben al final de la clase en una exposición que simula un museo. Se sugiere hacer un recorrido y comentar algunos de los afiches, por ejemplo, los que presentan tablas o muestran otras estrategias de elaboración de la expresión general de la secuencia. En la tabla se muestra un resumen de lo que podría contener un afiche:

Ejercicios y problemas	Afiche										
Una empresa telefónica ofrece planes controlados de \$4 995 por 1 000 minutos y de \$120 por cada minuto adicional que se hable. Si una persona excede los 1 000 minutos y hace llamadas adicionales por 35 minutos: ¿Cuánto debería pagar? Describa la situación mediante el uso de secuencias numéricas.	1. Términos de la secuencia <table><tr><th>Sobre los 1 000 minutos</th><th>Pago adicional</th></tr><tr><td>1</td><td>4 995 + 1 · 120</td></tr><tr><td>2</td><td>4 995 + 2 · 120</td></tr><tr><td>3</td><td>4 995 + 3 · 120</td></tr><tr><td>4</td><td>4 995 + 4 · 120</td></tr></table> 2. Verbalización Multiplicar por 120 cada minuto adicional y sumar 4 995 3. Generalización del patrón: $P = 4\,995 + n \cdot 120$ Siendo n los minutos sobre los 1 000 min.  $P = 4\,995 + 35 \cdot 120$ Si habla 35 minutos extra paga \$9 195.	Sobre los 1 000 minutos	Pago adicional	1	4 995 + 1 · 120	2	4 995 + 2 · 120	3	4 995 + 3 · 120	4	4 995 + 4 · 120
Sobre los 1 000 minutos	Pago adicional										
1	4 995 + 1 · 120										
2	4 995 + 2 · 120										
3	4 995 + 3 · 120										
4	4 995 + 4 · 120										

Para retroalimentar el trabajo de sus estudiantes y hacer énfasis en la descripción de una secuencia a través de una expresión matemática que permita calcular cualquier término de ella, se sugiere la siguiente estrategia:

Nombre

¿Cómo seguimos avanzando?



Tu trabajo se destaca por:

- Hacer tablas para ayudarte a organizar los datos.
- Ser ordenado/a en el desarrollo de cada ejercicio.



Puedes mejorar:

- No olvidando el orden de las operaciones al realizar los cálculos, las multiplicaciones se realizan primero que las sumas.

Fecha

EVALUACIÓN FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Secuencia	Escribe números naturales.	Escribe números de una secuencia siguiendo un patrón.	Escribe números de una secuencia siguiendo un patrón y elabora tablas de secuencias numéricas.
Patrón	Verbaliza un patrón.	Verbaliza un patrón y escribe una expresión general.	Verbaliza un patrón, escribe una expresión general y asocia la posición del término con el valor del término.
	Identifica sucesiones asociadas a múltiplos de un número.	Identifica sucesiones asociadas a múltiplos de un número más la suma de una constante.	Generaliza sucesiones asociadas a múltiplos de un número más la suma de una constante.
Respuestas	Elabora respuestas.	Elabora respuestas utilizando valores de la secuencia numérica.	Elabora respuestas utilizando valores de la secuencia numérica y de la posición según el contexto.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

Para el logro de este desempeño, es esencial que los y las estudiantes sean capaces de familiarizarse con el lenguaje matemático utilizado. Para esto, es fundamental destacar constantemente el significado de conceptos como la multiplicación. Por ejemplo, que $2 \cdot 3$, significa que se está sumando dos veces el número 3. Así, el traducir lo verbalizado a un lenguaje matemático será cada vez más natural para el estudiantado.

Actitudes

Una actitud que se debe trabajar en las y los estudiantes es la proactividad. Instarlos a preguntar, a buscar los procedimientos en los desarrollos que les sean más útiles, a perseverar en su trabajo. Esto les ayudará a apropiarse con mayor facilidad de los conocimientos y de las estrategias para enfrentar los nuevos aprendizajes de los cursos posteriores.

Orientaciones para organizar e implementar la elaboración de afiches

Para organizar e implementar el trabajo, se sugiere:

Materiales para elaborar el afiche	Papel, lápices, recortes, regla, cinta adhesiva, entre otros.
Contenido	Entregar un mínimo de elementos que deben ser incluidos en el afiche.
Estructura	Debe ser atractiva, fácil de leer y llamar la atención. Estará en la sala de clases o en el pasillo del establecimiento por un buen tiempo.

Actividad de desempeño

3

Propósito

Esta actividad busca elaborar diferentes explicaciones sobre el patrón algebraico que describe la secuencia de figuras geométricas. Para esto, el o la estudiante elabora las expresiones algebraicas que describen la secuencia y las explica en términos del conteo de los elementos que componen las figuras, el término con el cual comienzan y la construcción de la secuencia de figuras.

Objetivos de aprendizaje

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

Conocimientos esenciales

- Expresiones algebraicas.
- Patrón de una secuencia.
- Regla de formación.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

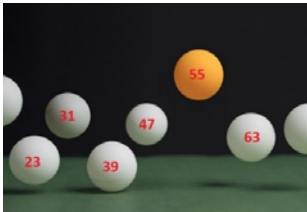
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Escribir y leer números naturales.
- Múltiplos de un número presentados como una secuencia.
- Operatoria con números naturales.
- Secuencia de números en tablas.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presenta diferentes formas de presentar patrones de crecimiento aditivo, diferenciando entre presen taciones numéricas y geométricas.



Conexión interdisciplinar
Ciencias Naturales
OA 1 Nivel 2 EB

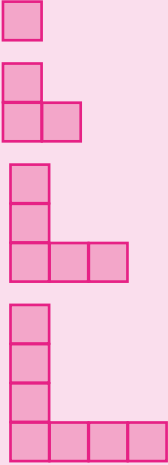
Algunas de las preguntas que pueden guiar esta conversación son:

- ▶ ¿Cómo se presentan los patrones?
- ▶ ¿Cómo se puede obtener un patrón?
- ▶ ¿Hay otra forma de determinar este patrón?
- ▶ ¿Para qué sirve determinar el patrón en situaciones de diseño de objetos?

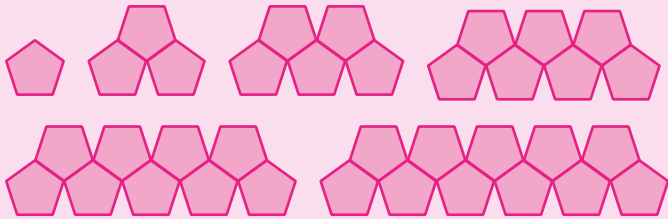
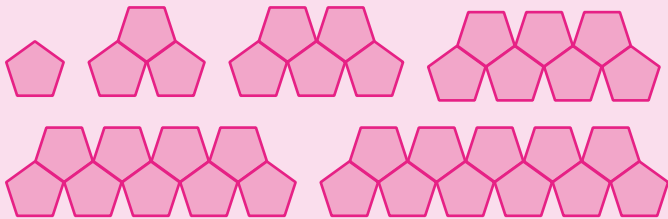
CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para construir explicaciones propias sobre la elaboración del patrón, se sugiere considerar figuras en 2D y el conteo de los elementos para encontrar y elaborar una expresión general que define el patrón. También, se sugiere construir más de una expresión algebraica generalizada y escribir la explicación de la elaboración o el conteo que se está realizando.

Figuras	Secuencias numéricas	Generalización
	Contando los cuadraditos: 1, 3, 5, 7...	▶ $1 + 2n$ Al primer cuadradito se va agregando un cuadrado al costado derecho y otro encima. Se agrega en múltiplos de 2 y se comienza con $n = 0$ ▶ $1 + n + n$ Al primer cuadradito se le agrega un cuadradito a la derecha y otro arriba. ▶ $n + (n - 1)$ Los cuadraditos de la base horizontal son, 1, 2, 3, 4 y se agrega hacia arriba la secuencia 0, 1, 2, 3 que es la misma, pero con uno menos.

Figuras	Secuencias numéricas	Generalización
	Contando los lados de cada cuadradito: 4, 10, 16, 22 ...	▶ $4 + 6n$ Al primer cuadradito se van agregando dos cuadraditos cada vez, un cuadradito al costado derecho y otro encima, con esto se pierde un lado por cada cuadradito agregado, pues un lado del cuadradito original se superpone con uno de aquel que se coloca. Entonces, se sumarán solo 3 lados por cada cuadradito agregado, 6 en total cada vez. Se comienza con $n = 0$ ▶ $4 + 3n + 3n$ Al primer cuadradito se le agrega un cuadradito a la derecha y se le agrega un cuadradito arriba. Como un lado se superpone, se sumarán cada vez 3 lados. ▶ $3n + 3(n - 1) + 1$ Los cuadrados de la base horizontal son, 1, 2, 3, 4 y se agrega hacia arriba la secuencia 0, 1, 2, 3 que es la misma, pero con uno menos. Cada cuadradito aportará 3 lados, salvo el primero por lo que se suma 1 por el cuarto lado de ese cuadradito, comenzando de $n = 1$
	Contando los vértices: 4, 8, 12, 16 ...	▶ $4 + 4n; 4 + 4n - 2n + 4n - 2n$ Al primer cuadradito se van agregando dos cuadraditos cada vez, un cuadradito al costado derecho y otro encima. Con esto se pierden dos vértices por cada cuadradito agregado, pues en un lado del cuadradito original se superponen dos vértices del cuadradito que se coloca. Entonces, se sumarán solo 2 lados por cada cuadradito agregado, 4 en total cada vez. Se comienza con $n = 0$ ▶ $4 + 2n + 2n$ Al primer cuadradito se le agrega un cuadrado a la derecha y se le agrega un cuadradito arriba. Como dos vértices se superponen por cada cuadradito, se sumarán por cada cuadradito agregado, 2 vértices ▶ $2n + 2(n - 1) + 2$ Los cuadraditos de la base horizontal son, 1, 2, 3, 4 y se agrega hacia arriba la secuencia 0, 1, 2, 3 que es la misma, pero con uno menos. Cada cuadradito aportará 2 vértices, salvo el primero por lo que se suman 2 más por los vértices faltantes de ese cuadradito, comenzando de $n = 1$

PRÁCTICA GUIADA Se sugiere guiar la elaboración de explicaciones sobre la expresión generalizada que describe el patrón de la secuencia numérica. Se deben considerar primero los elementos que se van a contar: puntos, polígonos, lados o vértices del polígono y señalar el valor por el cual se comienza la sucesión. Luego, describir por escrito y con sus propias palabras lo que se está contando y su relación con la forma de construir las siguientes figuras.

Secuencia de figuras	Elaboración de la explicación
 Secuencia numérica 1, 3, 5, 7, 9, 11 ...	La expresión verbal que describe el patrón es sumar dos comenzando por uno. Una de las expresiones algebraicas que describe el patrón es $1 + 2(n - 1)$ porque se cuenta la cantidad de pentágonos que se van agregando. Se comienza por un pentágono y, luego, se van agregando dos, la posición de la figura comienza desde $n = 1$.
 Secuencia numérica 5, 11, 17, 23, 29, 35 ...	La expresión verbal que describe el patrón es sumar seis comenzando por cinco. Una de las expresiones algebraicas que describe el patrón es $5(n - 1) + 6$ porque se cuenta la cantidad de lados del pentágono. Cada pentágono tiene 5 lados y se descuentan los dos pares que coinciden en cada figura. La posición de la figura comienza desde $n = 1$. Otra expresión algebraica que describe el patrón podría ser $5 + 6n$, porque se considera el primer pentágono como base de 5 lados y al pentágono que se pone a la derecha se le quitan dos lados, el lado coincidente con el pentágono de arriba y, además, un lado correspondiente al que queda del pentágono base. Además, del pentágono de arriba se cuentan solo 3 lados, así se tiene la suma de 2 veces 3 lados de los pentágonos. A uno que se le quita uno de los 4 lados que tiene y a otro que tiene 3 ya que coincide con dos lados.

Si se considera solo la secuencia numérica en la explicación, entonces se sugiere solicitar que la o el estudiante describa la generalización en términos de la construcción de la figura. Para esto, se puede presentar una figura, preguntar si estará en la secuencia y que lo explique numéricamente y con la construcción de la figura.

Secuencia de figuras	¿Aparece?
La figura de la segunda columna no aparece en la construcción de figuras dadas por el patrón, aunque contando la cantidad de pentágonos, numéricamente sí aparece el número 13. La secuencia comienza con un pentágono y a la siguiente figura se han agregado dos más: uno al lado derecho arriba y otro junto al vértice de la derecha. La figura de la segunda columna no tiene el mismo patrón, porque el par de pentágonos agregados comienza con ubicar uno debajo, es decir, el inicio de esta secuencia es diferente al del lado izquierdo.	

PRÁCTICA
INDEPENDIENTE

Se sugiere realizar un trabajo de estaciones que incluya la elaboración de expresiones algebraicas para describir el patrón, la asociación de figuras con expresiones, la elaboración de explicaciones, determinar si la figura está en la sucesión de figuras y la elaboración de sus propias secuencias numéricas y de figuras. En la tabla se muestran algunos de los ejercicios que pueden ser considerados para esta sección, los que pueden variar según la estación.

Figuras	Secuencias numéricas	Generalización
	Contar figuras: 1, 3, 5, 7...	Desde la figura en la posición $n = 0$, se tiene la secuencia $1 + 2n$, se van sumando 2 triángulos cada vez.
	Contar lados: 3, 7, 11, 15...	$3 + 4n$, partiendo de $n = 0$, pues cada triángulo que se agrega suma 2 lados nuevos, cada vez se suman 4 lados. También se puede anotar como: $3 + 2n + 2n$, partiendo de $n = 0$
	Contar vértices: 3, 5, 7, 9...	Cada vez se suman 2 vértices, entonces se podrá escribir como: $3 + 2n$, partiendo de $n = 0$

Figuras	Secuencias numéricas	Generalización
	Contando el horizontal: 1, 2, 3, 4 ...	Su expresión es n , comenzando de $n = 1$
	Contando todos los segmentos: 1, 3, 5, 7...	Su expresión es $2n + 1$, partiendo de $n = 0$ o $2n - 1$, partiendo de $n = 1$
	Contando los puntos: 2, 4, 6, 8, ...	Su expresión es $2n$, partiendo de $n = 1$
	Contando los círculos: 6, 9, 12, 15 ...	Una de sus expresiones es $n + 2 + n + 1 + n$ porque se suman los círculos de abajo más lo de la segunda fila y más la tercera, comenzando con $n = 1$
	Contando los puntos: 1, 5, 9, 13 ...	Una de sus expresiones es $1 + 4(n - 1)$ porque se van agregando múltiplos de 4 círculos cada vez al círculo central.

Para retroalimentar el trabajo y hacer énfasis en la construcción del término general de una secuencia mediante el uso de una expresión matemática que permita calcular cualquier término de ella, se sugiere utilizar las señales de aprendizaje:

SEÑALES DE APRENDIZAJE

INSTRUCCIÓN: Durante o luego de la actividad, colorea el círculo del color que corresponde a cada criterio.



CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Identifica el tipo de aumento en las figuras dadas.



Escribe secuencia numérica a partir de las figuras dadas.



Establece la relación que existe entre el número de la figura dada y el crecimiento numérico de las figuras.



Escribe la relación entre la posición de la figura con la cantidad de elementos que componen la figura como una expresión matemática.



EVALUACIÓN
FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Generalización	Utiliza términos numéricos, letras, símbolos de la operatoria y paréntesis.	Utiliza términos numéricos, letras, símbolos de la operatoria y paréntesis para describir un patrón numérico.	Utiliza términos numéricos, variables, símbolos de la operatoria y paréntesis para describir un patrón numérico que proviene desde la secuencia de figuras.
Explicación	Escribe una explicación.	Escribe una explicación utilizando partes de la secuencia numérica.	Escribe una explicación utilizando la secuencia de figuras y complementando con la numérica.
Figuras	Describe verbalmente la construcción de las figuras.	Describe la construcción de las secuencias de figuras y asocia una expresión generalizada.	Describe la construcción de las secuencias de figuras, asocia una expresión generalizada y determina cuándo una figura está en la sucesión de figuras.
Creación	Crea figuras.	Crea una sucesión de figuras que tienen un patrón.	Crea una sucesión de figuras que tienen un patrón y viceversa.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

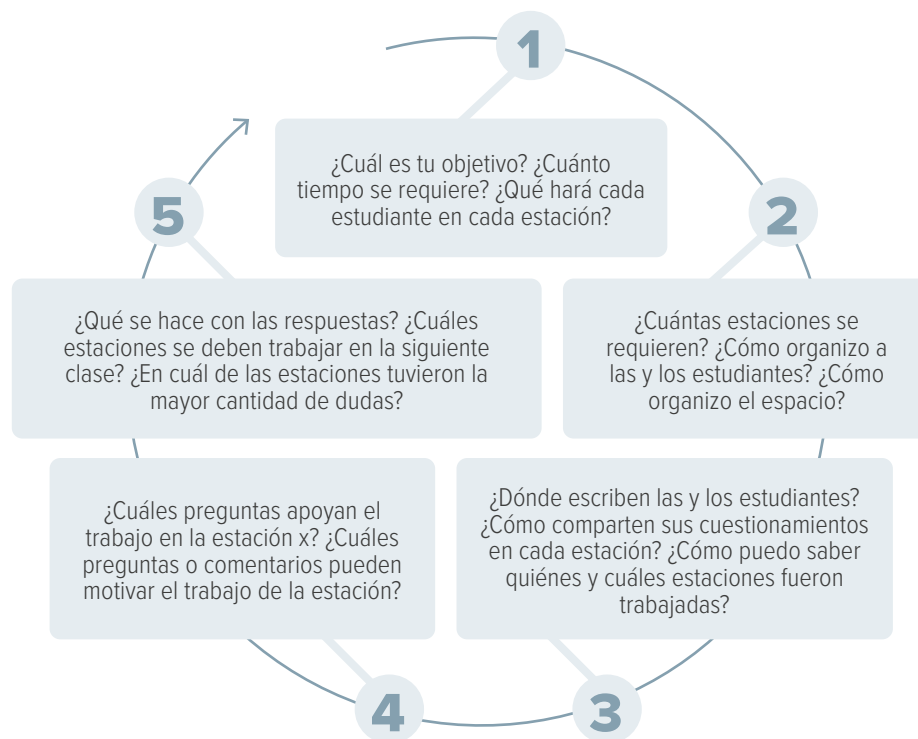
Para escribir el término general de una secuencia, se debe trabajar el análisis y la traducción a lenguaje algebraico de la relación existente entre el número de cada figura y el valor de cada una de las características medidas, como lados, vértices, figuras, números de puntos. Para ello, se sugiere que antes de comenzar con la práctica guiada, se puedan retomar las nociones de múltiplos de un número. Es recomendable guiar la descripción de las características de cada figura y la forma que crece de una figura a la siguiente y así poder establecer qué es lo que crece y cómo depende ese crecimiento de la posición de la figura.

Actitudes

Para apoyar el desarrollo de las actitudes de la perseverancia y proactividad en las y los estudiantes, se recomienda comunicar al inicio de la clase el propósito de esta, las estrategias didácticas que se utilizarán, el resultado esperado y para qué es importante aprender ese conocimiento y desarrollar esa habilidad. Esto permitirá a cada estudiante tener un mayor control sobre el aprendizaje. Asimismo, es importante generar un ambiente de trabajo adecuado en la sala de clases, monitoreando los tiempos de trabajo autónomo y de retroalimentación que favorezcan la proactividad. Además de usar tecnología como la calculadora, que permite comprobar resultados y generalizaciones.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en estaciones

Para organizar el trabajo e implementación de la práctica independiente detallada en el apartado anterior, se sugiere el siguiente modelo para planificar las estaciones de trabajo:



Actividad de desempeño

4

Propósito

La actividad busca que las y los estudiantes puedan describir situaciones de crecimiento a través de secuencias y patrones. En estas últimas actividades se sintetizará lo visto en los desempeños anteriores para cerrar el módulo.

Objetivos de aprendizaje

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones.
(Resolver problemas)

Conocimientos esenciales

- Crecimiento aditivo.
 - Patrones.
-

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Escribir y leer números naturales.
- Múltiplos de un número presentados como una secuencia.
- Operatoria con números naturales.
- Secuencia de números en tablas.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presenta situaciones de crecimiento aditivo que podrían modelarse por secuencias de números que siguen un patrón y otras en las que no tienen un patrón. Se sugiere conversar para promover una comparación y para establecer las condiciones iniciales en las que se puede determinar un patrón.



Algunas de las preguntas que pueden guiar la conversación con las y los estudiantes son:

- ▶ ¿Cómo podemos encontrar un patrón numérico en estas situaciones?
- ▶ ¿Cuáles podrían ser las condiciones iniciales para que se cumpla el patrón?
- ▶ ¿Cuál podría ser un ejemplo?
- ▶ ¿Podría ser el entrenamiento de levantamiento de peso descrito por una secuencia numérica?
- ▶ ¿Podrían los mm de lluvia caída en los meses del año formar una secuencia?
- ▶ ¿Podría la cantidad de km recorridos por una persona en un viaje formar una secuencia?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para lograr la construcción del conocimiento de este desempeño, se sugiere considerar aquellos anteriores y hacer énfasis en las situaciones que pudieran modelarse a través de secuencias crecientes conocidas, como las de proporcionalidad directa y las que involucran progresiones aritméticas básicas. Notar que el ámbito numérico son los naturales y que no están siendo tratados como funciones, más bien importa reconocer el patrón que las describe y elaborar las expresiones algebraicas generales..

Situación	Descripción del problema con secuencias y elaboración de respuestas		
Para celebrar las fiestas patrias, una familia necesita \$18 000 para comprar tres kilos de carne y \$24 000 para comprar 4 kilos. ¿Cuánto dinero se necesita si quiere comprar 5, 6, 7 o 20 kilos de la misma carne?	El dinero que se necesita en términos del número de kilos de carne se puede determinar completando la siguiente tabla de secuencias numéricas y elaborando una expresión general que tiene las condiciones iniciales de que el precio no cambia y que no hay ofertas especiales. Generaliza $P = n \cdot 6\,000$ Donde n es el número de kilos de carne que se compran.	Kilos	Precio (\$)
		1	6 000
		2	12 000
		3	18 000
		4	24 000
		5	30 000
		6	36 000
		7	42 000
		8	48 000
		9	54 000
		Precio con un patrón	
		6 000	
		12 000	
		18 000	
		24 000	
		30 000	
		36 000	
		42 000	
		48 000	
		54 000	

Situación	Descripción del problema con secuencias y elaboración de respuestas	
Laura entrena para ser levantadora de pesas. Para lograr sus objetivos comienza con 5 kilos y cada día aumenta 100 gramos. ¿Cuánto peso llegará a levantar en 3 meses, de continuar entrenando de la misma manera?	El peso que levanta Laura en su entrenamiento diario se puede determinar al completar la siguiente tabla de secuencia numérica y al elaborar la expresión general que tiene las condiciones iniciales de que no hay cambio en el aumento del peso y que entrena todos los días.	
	Generalizar $P = 5\,000 + n \cdot 100$	
	Donde n es el número de días del entrenamiento. Luego de 3 meses son 90 días.	
	$P = 5\,000 + 90 \cdot 100 = 14\,000$	
	ELABORAR LA RESPUESTA: al cabo de 90 días Laura levanta 14,000 kilos.	

Se sugiere relevar la utilidad de elaborar una expresión matemática y utilizarla para obtener el valor de un término cualquiera o con condiciones, evaluando un número en dicha expresión o bien, para determinar si aparece el número en la secuencia. En este caso, se necesitan algunas nociones de ecuaciones y de las condiciones de solución en el conjunto de los números naturales.

PRÁCTICA GUIADA

Se sugiere guiar la identificación de los datos y la selección de las estrategias para dar respuesta a los problemas planteados utilizando las secuencias numéricas. Para esto, varíe el tipo de preguntas que se hacen y promueva en ellas el uso de las tablas o la elaboración del término general para dar respuesta. Además, se recomienda dar tiempo para crear frases completas para dar una respuesta a las preguntas planteadas.

Situación	Descripción del problema con secuencias y elaboración de respuestas									
Javiera y Mario entrenan ciclismo en pista. Javiera recorre 2 metros en un segundo y Mario recorre 3 metros en un segundo. Si Javiera parte 10 segundos antes que Mario ¿En qué momento se juntan?	Se sugiere la elaboración de una tabla comparativa:									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Javiera	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	Mario	--	--	--	--	--	--	--	--	--
		10	11	12	13	14	15	16	17	18
	Javiera	20	22	24	26	28	30	32	34	36
	Mario	3	6	9	12	15	18	21	24	27
		19	20	21	22	23	24	25	26	27
	Javiera	38	40	42	44	46	48	50	52	54
	Mario	30	33	36	39	42	45	48	51	54
	A los 27 segundos Mario alcanza a Javiera ambos han recorrido 54 metros en bicicleta.									

Situación	Descripción del problema con secuencias y elaboración de respuestas																					
Florencia ha trabajado 40 horas y aún no ha terminado lo que debe hacer. Ella estima que le quedan 30 horas más de trabajo y debe organizar lo que le queda. Escribe dos posibles secuencias en las que trabaje la misma cantidad de horas por día para completar esas 30 horas. ¿Cuántos días más se demoraría en terminar en cada caso?	Se podría considerar una secuencia que comience con los múltiplos de 5 y otra que comience con los múltiplos de 8. <table><tr><td>40</td><td>45</td><td>50</td><td>55</td><td>60</td><td>65</td><td>70</td></tr><tr><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td><td>--</td><td>--</td></tr><tr><td>30</td><td>33</td><td>36</td><td>39</td><td>42</td><td>45</td><td>48</td></tr></table> En el primer caso se demoraría 6 días y en el segundo estaría lista antes de terminar el cuarto día de trabajo.	40	45	50	55	60	65	70	40	48	56	64	72	--	--	30	33	36	39	42	45	48
40	45	50	55	60	65	70																
40	48	56	64	72	--	--																
30	33	36	39	42	45	48																

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Se sugiere organizar grupos para potenciar la discusión sobre las formas de describir las situaciones mediante secuencias y sus diversas soluciones. En la tabla se muestran algunas situaciones que pueden discutir en el grupo.

Situación	Preguntas
En una verdulería se venden aproximadamente 12 kilos de papas por día. Si los lunes el dueño abastece su stock con 845 kilos:	¿Para cuántos días le alcanzarán? ¿Cuál sería la secuencia que describe esta situación? ¿Qué diferencia tiene esta secuencia con las estudiadas? ¿Cuál sería su patrón?
▶ 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 ▶ 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39 ▶ 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27	¿Qué situación podemos asociar a estas secuencias numéricas?
En un concurso de imitadores las reglas establecen que en cada instancia de eliminación dejarán la competencia uno de cada 3 participantes. Parten 90 participantes.	¿Cómo se podría describir esta situación mediante una secuencia? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de usar secuencias para describir esta situación?
Una tienda tiene 8 estantes de exhibición y 200 artículos distintos para vender. Se necesita ordenar la mayor cantidad de productos en los estantes.	Escriban tres secuencias con las que se puedan ordenar los productos, especificando el patrón usado y la cantidad de artículos total que se exhibirán.

Para retroalimentar la actividad y que cada estudiante pueda revisar los procesos hechos para describir una situación mediante secuencias, se sugiere usar el siguiente instrumento o alguno similar:

Mueve el pin al nivel que corresponde para cada criterio.		 Excelente	 Bueno	 Medianamente logrado	 Puede mejorar
CRITERIO 1: Es capaz de reconocer las situaciones que pueden describirse con secuencias.					
CRITERIO 2: Es capaz de decidir si una situación, estableciendo la secuencia correspondiente.					
CRITERIO 3: Es capaz de decidir si una secuencia representa una situación dada.					
CRITERIO 4: Es capaz de establecer diferentes secuencias para describir una situación dada.					

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN
FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Situación y patrón	Reconoce partes de la situación y la asocia a términos fijos.	Reconoce las partes de la situación y la asocia a una secuencia numérica.	Reconoce las partes de la situación y la asocia a un patrón de una secuencia numérica.
	Asocia una secuencia numérica a una situación con contexto.	Asocia una secuencia numérica a una situación con contexto y viceversa.	Asocia el patrón de una secuencia numérica a una situación con contexto y viceversa.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

En estas actividades se recomienda que el foco del trabajo docente esté en la discusión de la forma de reconocer cuándo una situación dada se puede describir mediante secuencias, en poder detectar los datos claves que dan pistas para establecer el patrón de la secuencia y encontrar más de una secuencia para una determinada situación. Más que resolver el problema mismo, se sugiere dedicar tiempo al proceso que cada estudiante debe desarrollar para resolverlo y los pasos que se deben establecer. De ser necesario, retome las nociones básicas del conteo de dos en dos y la notación que se hace para este tipo de conteo de objetos. Por ejemplo, puede retomar las situaciones que vienen en el anexo del programa del nivel anterior a este

SITUACIÓN 5: conteo en las clases de Matemática

Matea y Mateo son gemelos y han escrito sus conteos de dos en dos y de cinco en cinco numéricamente. Matea tiene 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, ... Mateo tiene 5, 10, 15, 20, 25, 30, ... ¿Cuáles son los números que coinciden?

SITUACIÓN 6: conteo de cuadraditos de lana

Isabel ayuda al hogar de adultos mayores con frazadas y necesita contar todas las que ha recibido este año. Para eso, ella anota en su cuaderno 2, 4, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, ____, ____, ____, ____, ____, 32, 34, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ... Completar con los datos que le faltaron a Isabel.

Actitudes

En este desempeño es fundamental trabajar la proactividad, la participación, la búsqueda de soluciones propias y el respeto por el pensamiento y los aportes de todas las personas. De esta manera será más fácil que las y los estudiantes puedan sentirse cómodos y seguros de dar a conocer sus respuestas y formas en las que están construyendo sus razonamientos.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal

Se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:

COLABORAR	Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
	Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo. Entregar una rúbrica con los criterios y dejar unos dos minutos para revisar las comprensión de las instrucciones.
	La evaluación es grupal y se sugiera no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.
	Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos ya sea de forma aleatoria por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupos y cantidad de la clase.
	Decida con anterioridad los momentos en que los y las participantes del grupos se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que harán, como también en momento en que los grupos se escuchan entre sí.

Módulo Obligatorio 3

Visión panorámica

Gran idea

El movimiento de figuras 2D permite describir, medir y comparar características invariantes de los objetos.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 4

Modelar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Reflexiones de figuras 2D.
 - Traslaciones de figuras 2D.
 - Rotaciones de figuras 2D.
 - Medida de ángulos.
 - Perímetro y área.
-

Tiempo estimado: 6 semanas (24 horas)

Propósito

En el módulo 3 de la asignatura de matemática del Nivel 2 de Educación Básica, se espera que los y las estudiantes comprendan que el movimiento de figuras 2D permite describir, medir y comparar características invariantes de los objetos. Para esto, trasladan, rotan y reflejan figuras y describen aquellas características que quedan invariantes por estos movimientos. Así mismo, se espera que puedan describir algunas de las características de figuras geométricas de su entorno como son sus ángulos, su perímetro y área. De esta manera podrán comparar las figuras originales y las transformadas y poder decidir cuáles de sus características son invariantes y en qué condiciones o movimientos podrían variar.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 3 desarrollan la habilidad de expresar en forma matemática su entorno, a través de la observación, medición y el modelamiento geométrico. Las y los estudiantes también trabajarán la habilidad de resolución de problemas geométricos de transformaciones de figuras, de cálculo de áreas y perímetros y de análisis de los ángulos y lados de figuras, siendo

fundamental el reconocer cada paso de esta habilidad: identificación de los datos, identificación del problema a resolver, selección de la estrategia y aplicación de esta, obtención de los resultados y verificación de estos. Se espera que cada estudiante pueda ser consciente del proceso que realiza y así aplicar este mismo proceso en situaciones idénticas y transferirlo a otras similares.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 3 desarrollan las actitudes para el siglo XXI del ámbito de las Maneras de pensar, las Maneras de trabajar y de las Maneras de vivir en el mundo. Con los contenidos y actividades trabajados en este módulo en particular, las y los estudiantes desarrollarán la producción de ideas, el pensamiento crítico para evaluar la pertinencia de las estrategias elegidas y de los resultados obtenidos, así como el ser conscientes de los procesos efectuados para llegar a la solución de los problemas. También podrán desarrollar algunas habilidades relacionadas con el trabajo con la tecnología. La comunicación es fundamental al momento de verbalizar o escribir las ideas, así como también el respeto por las ideas de otros.

Ruta de Aprendizaje

El movimiento de figuras 2D permite describir, medir y comparar características invariantes de los objetos.

●	Actividad de desempeño 1	Expresar acciones e información del entorno utilizando reflexiones y traslaciones para ampliar el lenguaje matemático.
●	Actividad de desempeño 2	Explicar la rotación y la medida de ángulos utilizados en soluciones propias, procedimientos, definiciones y reglas, para describir acciones e información del entorno.
●	Actividad de desempeño 3	Identificar los datos, seleccionar estrategias y aplicar procedimientos a la resolución de problemas relacionados con el área y el perímetro.
●	Actividad de desempeño 4	Identificar los datos, seleccionar estrategias y aplicar procedimientos para comparar figuras resultantes de un movimiento de rotación, traslación y reflexión.

Actividad de desempeño

1

Propósito

Esta actividad busca definir las transformaciones isométricas de traslaciones y reflexiones, y caracterizar cada una de ellas en base a sus elementos. Además, se espera que las y los estudiantes reconozcan estas transformaciones en su entorno y en sus acciones diarias, y que puedan construir traslaciones y rotaciones para responder a ejercicios rutinarios o problemas.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

Conocimientos esenciales

- Reflexiones de figuras 2D.
- Traslaciones de figuras 2D.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

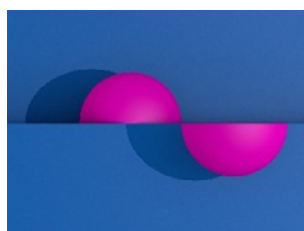
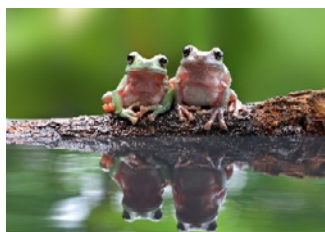
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que incluya:

- Reconocer figuras geométricas en imágenes 2D.
- Identificar rectas y puntos en imágenes.
- Describir una figura poligonal.
- Utilizar palabras asociadas a la ubicación de un objeto: arriba, abajo, dentro, fuera, a la derecha, a la izquierda, diagonal, atrás y al frente.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presentará diferentes imágenes que permitan reflexionar sobre la idea intuitiva de las traslaciones y reflexiones de objetos del entorno de sus estudiantes. Algunos ejemplos pueden ser:

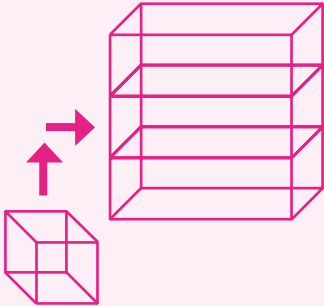
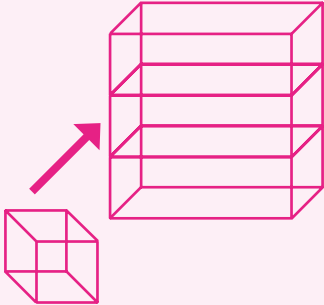
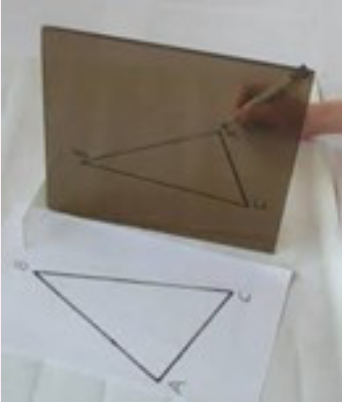


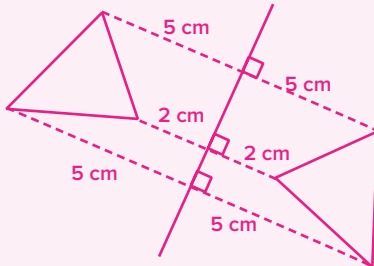
Para generar una conversación sobre la necesidad de describir los movimientos que expresan las imágenes, se sugieren las siguientes preguntas:

- ▶ ¿Cómo describir las situaciones de las imágenes?
- ▶ ¿Qué tienen en común?
- ▶ ¿En qué se diferencian?
- ▶ ¿Qué acciones se ven expresadas en estas imágenes?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para construir los conceptos de traslación y reflexión se sugiere trabajar en 3 categorías de problemas. Los primeros son los de ejemplificación, para que cada estudiante pueda definir lo que es una traslación y una reflexión. En esta primera categoría se recomienda dar varios ejemplos para que las y los estudiantes puedan construir la definición de cada transformación. Los segundos son de cálculo de los elementos de las traslaciones y reflexiones, como también de los elementos de las figuras reflejadas o trasladadas. La tercera será de construcción de reflexiones y traslaciones.

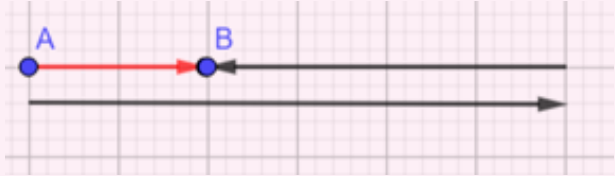
Categoría	Traslación	Reflexión
Definición	Juan trabaja en una bodega y debe colocar la caja que tiene en el suelo, a sus pies, en la segunda división del estante que tiene frente a él, como muestra el dibujo. ¿Qué movimientos debe hacer Juan? ¿Podrías hacer un bosquejo del trabajo que debe hacer Juan? RESPUESTA: debe levantarla hasta la altura de la división del estante y, luego, empujarla hasta colocarla en el sitio deseado.  También podría trasladarse en forma oblicua: 	Viviana le compró a su hijo un proyector para dibujar. Este consiste en un vidrio y un cuaderno que trae dibujos para copiar. Es similar a los que se muestran en estas figuras:  ¿Cómo se logra copiar la figura? ¿Qué características tiene la figura con su imagen? RESPUESTA: se logra copiar ya que, al mirar por el vidrio hacia el otro lado, la imagen se refleja. La característica más importante es que si se toma un punto de la figura original y se mide su distancia hasta el vidrio, el punto imagen de este, estará a la misma distancia del vidrio hacia el otro lado, en la misma línea recta con el punto original. Nota que el vidrio es como un espejo.
Cálculo	Si la repisa donde Juan debe colocar la caja se encuentra a 1 metro del suelo y a 60 cm más atrás de donde se encuentra ubicado Juan: ¿Qué distancia total debe moverla si lo hace hacia arriba y, luego, hacia atrás? RESPUESTA: debe moverla 160 cm en total.	Si Viviana le pide a su hijo que copie el dibujo de un pez cuya cola está a 5 cm del vidrio: ¿A cuántos cm del vidrio estará la cola del pez copiado? RESPUESTA: estará también a 5 cm del espejo hacia el otro lado del vidrio.

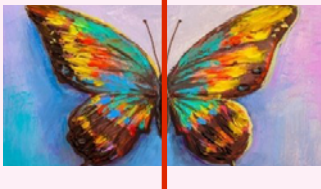
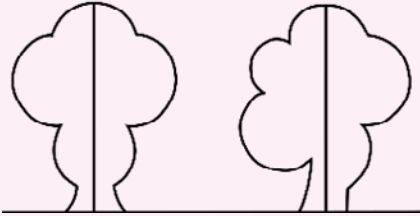
Categoría	Traslación	Reflexión
Construcción	Dibuja en tu cuaderno un cuadrado y muévelo hacia la derecha 4 cm. Dibuja dónde quedarían el cuadrado original y el cuadrado después del movimiento hecho. 	Dibuja una línea en tu cuaderno y a un lado de ella dibuja un triángulo. Supón que la línea es un espejo: ¿Dónde quedaría el reflejo del triángulo? ¿Podrías dibujar su reflejo? Para realizar la reflexión se sugiere la siguiente construcción: 1° Desde uno de los vértices se traza una recta perpendicular al eje de simetría y al usar la escuadra como herramienta que facilita la tarea y se logra un trabajo más ordenado. 2° Medir la distancia que hay desde el vértice al eje y copiar esta distancia hacia el otro lado del eje, de manera perpendicular. Marcar el punto, el cual será la imagen del vértice. 3° Hacer el mismo procedimiento con los otros vértices. 

Luego de revisar varios problemas y situaciones de cada categoría se sugiere construir la definición de ambas transformaciones geométricas, traslaciones y reflexiones, y destacar los elementos que caracterizan a cada una de ellas. Una posible definición es la siguiente:

- **Traslación:** Es la transformación de una figura en otra a través del movimiento de la figura en el plano en forma horizontal, vertical u oblicua. Para poder construir una traslación, se necesita la figura original (a trasladar), la distancia que se quiere trasladar y el sentido de la traslación. La figura que resulta de este movimiento se llamará figura trasladada.
- **Reflexión:** Es la transformación de una figura en otra, que resulta de copiar la primera con respecto a un eje, segmento o recta, como si esta fuera un espejo en el cual la figura se refleja. Para poder construir una reflexión se necesita la figura original a reflejar y un segmento o recta que se llama eje de simetría, que será el espejo donde se refleja la figura. A la nueva figura se le llama figura reflejada o figura simétrica de la original y cada punto de ella está a la misma distancia del eje de simetría que la figura original.

PRÁCTICA GUIADA Para guiar la expresión de ideas matemáticas mediante diferentes representaciones se sugiere utilizar distintos instrumentos de medición y unidades de medidas. En la siguiente tabla se presenta un resumen de las posibles preguntas que orientan el proceso de aprendizaje guiado. En la siguiente tabla se presenta un resumen de las posibles preguntas que orientan el proceso de aprendizaje guiado.

Ejercicios y problemas	Respuestas
Mover un punto 6 cm a la derecha y luego 4 cm a la izquierda, ambas en forma horizontal. Un compañero le dijo que habría sido mejor que solo lo hubiera movido 2 cm a la derecha horizontalmente. ¿Será cierto?	Construcción de las traslaciones en un papel cuadriculado: La traslación compuesta de dos traslaciones al sumar o restar sus magnitudes. 
Traslación de un punto en 6 cm hacia la derecha y luego 8 cm hacia arriba. Otra persona dijo que podría haber realizado solo una traslación en forma oblicua que mida 10 cm. ¿Será cierto? ¿De qué depende que esta traslación oblicua pueda reemplazar a las dos anteriores?	Medir con una regla las diferentes traslaciones y comparar entre ellas. Se sugiere reflexionar sobre los componentes de una traslación oblicua, es decir, el ángulo de inclinación y la magnitud de su movimiento. Es bueno hacer notar que la traslación oblicua es siempre de menor magnitud o de menor distancia que ambas. 
En una empresa de instrumentos musicales han diseñado el siguiente logo para sus guitarras: ¿Puedes encontrar todas las simetrías que hay y señalar su eje de simetría? 	Las simetrías que se pueden observar en el logo están en: ▶ Las letras de la marca T, I, M y A que tienen eje de simetría vertical que cruza por la mitad de cada letra. ▶ En la guitarra, que tiene eje de simetría en una recta oblicua que pasa por medio de ella y que la corta a lo largo en dos partes iguales. Se sugiere mencionar que si se pudiera doblar la imagen por su eje de simetría ambas partes de la figura coincidirían. Se recomienda notar que la letra B no tiene un eje de simetría, aunque pareciera que la recta horizontal la divide en 2 partes iguales, la parte de abajo es diferente a la de arriba.

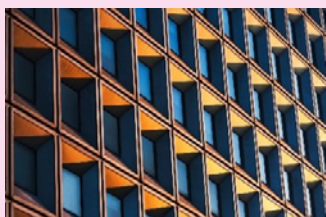
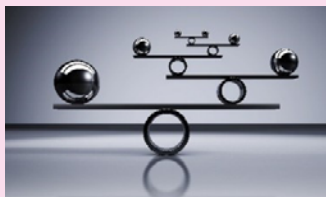
Ejercicios y problemas	Respuestas	
Dadas las siguientes imágenes, determina cuáles corresponden a traslaciones y cuáles a reflexiones. Identifica en cada una de ellas los elementos que permitieron hacer la transformación.		Mariposa, un eje de simetría para la forma, los colores no tienen simetría.
		Abstracto, reflexiones en algunos casos con color y traslaciones de forma y en algunos casos de color. Se sugiere realizar medidas de manera concreta.
		Abstracto, traslaciones de la forma sin el color. Se sugiere realizar mediciones concretas.
		Paisaje, reflexión de forma y color.
Proporcione ejemplos de traslaciones y reflexiones que pueda ver en su entorno o estén asociados a acciones que usted y señale los elementos de ellas.	Traslaciones como caminar, llevar una bandeja, levantar un objeto o empujar un mueble. Reflexiones como en las construcciones de algunos edificios, en espejo, en logos de autos, en el cuerpo humano.	
Diferenciar entre simétrico y asimétrico.		

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Se sugiere que las y los estudiantes trabajen en forma individual en ejercicios y problemas en los que tengan que construir, identificar y ejemplificar traslaciones o reflexiones. Es importante que puedan hacer los tres tipos de ejercicios:

Ejercicios y problemas

Dadas las siguientes imágenes, determine si hay traslaciones y/o reflexiones en ellas, indicando los elementos de estas:



Representación y resultado

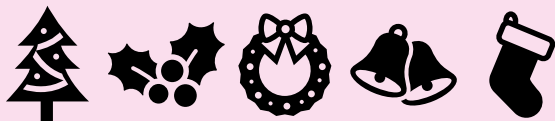
También se pueden usar otras imágenes que los estudiantes puedan buscar en revistas, periódicos, internet, etc.

En la primera imagen, por ejemplo, los estudiantes debieran distinguir que la traslación está realizada entre la 1ª y la 3ª imagen y no en toda la figura.

Se sugiere también mostrar imágenes como la de los dos círculos, donde no haya traslaciones ni rotaciones para que los estudiantes también puedan distinguirlas de las que si representan una traslación o reflexión.

Note también que se han presentado imágenes donde hay tanto reflexiones como traslaciones y, en este caso, la finalidad es que los estudiantes puedan argumentar sus respuestas, especificando la transformación realizada.

A una empresa que se dedica a la ornamentación de las tiendas de un mall, se le ha encomendado realizar una propuesta para las vitrinas de navidad de este año. Ellos han elegido los siguientes íconos para hacer el diseño.



Usando solo reflexiones y traslaciones de ellos, realice un posible diseño para la vitrina de la tienda.

Para esta actividad y luego de realizar su diseño, se sugiere que algunos y algunas estudiantes puedan poner en común su trabajo y contarle al resto cuáles fueron las traslaciones y las reflexiones construidas.

También se pueden tomar ejemplos de las marcas y las ruedas de autos, las señales de tránsito y las letras del abecedario y, luego, reflexionar sobre el por qué se hace este tipo de diseño y por qué a las personas les gustan, es decir, qué es lo que los hace tan atractivos.

Para retroalimentar la actividad y diferenciar entre conceptos que han sido aprendidos y los que aún se deben reforzar, se recomienda aplicar las señales de aprendizaje:

SEÑALES DE APRENDIZAJE

INSTRUCCIÓN: Durante o luego de la actividad, colorea el círculo del color que corresponde a cada criterio.



CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Explica qué es una traslación y cuáles son sus elementos.



Explica qué es una reflexión y cuáles son sus elementos.



Distingue y ejemplifica traslaciones y rotación de su entorno.



Construye reflexiones y traslaciones.



https://www.curriculumnacional.cl/porta/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN FORMATIVA

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar la siguiente rúbrica:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Traslación	Reconoce la traslación de una figura.	Reconoce la traslación de una figura, identifica la distancia de una a otra y mide de un punto a otro.	Reconoce la traslación de una figura, identifica la distancia de una a otra, mide de un punto a otro y realiza traslaciones de figuras dadas.
Reflexión	Reconoce la reflexión de una figura.	Reconoce la reflexión de una figura, identifica el eje de simetría y marca puntos de manera perpendicular al eje, respetando la distancia al eje.	Reconoce la reflexión de una figura, identifica el eje de simetría, marca puntos de manera perpendicular al eje, respetando la distancia al eje y realiza reflexiones de figuras dadas.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

Es fundamental poder trabajar las actividades de este desempeño abordando las habilidades de comprensión y aplicación. Para esto, se recomienda abordar el reconocimiento del movimiento, la identificación de los elementos y la construcción de traslaciones y reflexiones. De esta manera lograrán expresar matemáticamente la información de su entorno mediante el uso de las representaciones estudiadas. Se sugiere relevar la observación del medio y comentar como se manifiestan las reflexiones y traslaciones en el entorno propio.

Se sugiere planificar un módulo cero que considere las definiciones de las figuras 2D y la identificación de ellas en el entorno. Para esto, se puede tener en cuenta secciones del módulo 3 del Nivel 1 de Educación Básica. También es recomendable incluir instrucciones de uso cotidiano, por ejemplo, para indicar la ubicación de los objetos mediante el uso de palabras como arriba, abajo, dentro, fuera, sobre, debajo, derecha e izquierda.

Además, se recomienda utilizar algunos interactivos relacionados con la rotación y traslación de la Tierra. Esto permitirá profundizar en los conocimientos y hacer relaciones interdisciplinarias. Para ello, puede visitar las páginas:

<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Ejes/Matematica/Geometria/17656:MA05-OA-18>

<https://www.liveworksheets.com/es/w/es/ciencias-sociales/214966>

Para adecuarlas al contexto de sus estudiantes, incluya detalles en las definiciones utilizadas por las ciencias o busque algunos interactivos similares.

Actitudes

Este desempeño permite el uso de herramientas técnicas como la regla y el compás, que favorecen el desarrollo de habilidades manuales, de motricidad fina y del trabajo prolijo. También promueven el interés por las distintas posibilidades que ofrece la tecnología. Si la o el docente lo estima conveniente puede trabajar con programas dinámicos de geometría de libre acceso.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal

Para organizar e implementar el trabajo de este desempeño, se sugiere:

Independencia	Pensar las soluciones y los caminos para obtenerlas por cuenta propia.
Confianza en lo que se sabe	Generar seguridad en lo que se hace en cada paso. La confianza como facilitador de explicaciones propias y para explicar a otros.
Trabajar a su propio ritmo	En ciertos momentos es necesario saber dónde se está y trabajar al propio ritmo.
Practicar la autoregulación	La tarea requiere de concentración y fuerza de voluntad para acudir a alguien y pedir ayuda directa.

Anexo situaciones

SITUACIÓN Creación de mosaicos a partir de las obras de M. C. Escher

Conexión interdisciplinar
Lenguaje y Comunicación
OA 3 Nivel 2 EB

Maurits Cornelis Escher (1898 – 1972) fue un artista y diseñador gráfico holandés. Fue conocido por crear figuras imposibles y por desarrollar la técnica de completar el área de manera regular o por medio de figuras fantásticas.

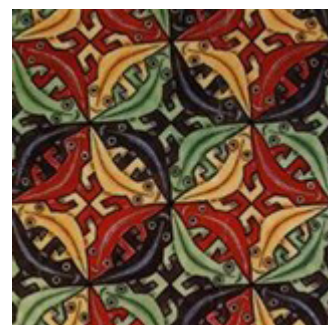
Algunas de las obras más conocidas en esta técnica de completar el área o embaldosado son:



Flying Fish, año desconocido,
Op. art.



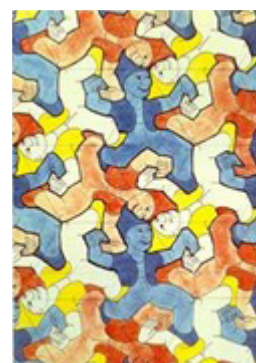
Horseman, 1946, Op. art.



Gecko, año desconocido,
Op. art.



Metamorphosis II excerpt 4, 1939, Op. art.



Dwarves, 1938, Op. art.



Lizard, 1942, Op. art.

Hoja de trabajo

1. Completa las instrucciones visuales para realizar un embaldosado con instrucciones escritas.

Imagen	Instrucción verbal	Imagen	Instrucción verbal
	Tomar una figura inicial.		Recortar un pedazo y ponerlo en el mismo lado.
	Recortar un pedazo y ponerlo en el lado opuesto.		Recortar más de una figura y ponerlas según las instrucciones anteriores.
	Recortar un pedazo y ponerlo en el lado adyacente.		

2. Construye una o dos plantillas y utiliza solo traslaciones o solo reflexiones para obtener un embaldosado. Píntalo a tu gusto.

Actividad de desempeño 2

Propósito

Esta actividad busca explicar un tipo de movimiento y modelar situaciones cotidianas en lenguaje matemático, particularmente, mediante el uso de la medida de los ángulos para construir las rotaciones. Para esto, los y las estudiantes describen acciones e información de su entorno y resuelven problemas cotidianos relacionados con las rotaciones de figuras.

Objetivos de aprendizaje

OA 4

Modelar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

Conocimientos esenciales

- Medida de ángulos.
- Rotaciones de figuras 2D.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que incluya:

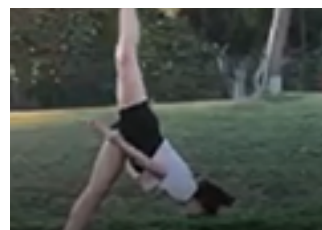
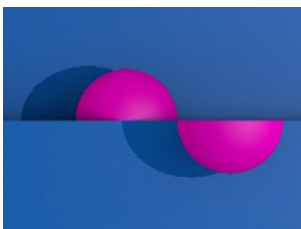
- Identificar elementos principales de los polígonos.
- Identificar figuras poligonales y no poligonales en el entorno.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presentará diferentes imágenes que sirvan para conversar sobre el concepto de ángulo y su forma de medirlos. También dará ejemplos de rotaciones de manera que sus estudiantes puedan construir la idea intuitiva de rotación y relacionarla con la medida del ángulo de giro y el centro de rotación. Esto, en un contexto conocido por ellas y ellos. Algunos ejemplos pueden ser:

Conexión interdisciplinar
Lenguaje y Comunicación
OA 4 Nivel 2 EB



Algunas de las posibles preguntas que podrían guiar la conversación son:

- ▶ ¿Qué elementos reconocen en estas imágenes?
- ▶ ¿Cómo pueden describir las acciones que representan las imágenes?
- ▶ ¿Qué tienen en común estas imágenes?
- ▶ ¿Qué tienen de diferente?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para construir explicaciones, se sugiere considerar la medida y clasificación de ángulos para, luego, utilizarlos en la explicación y aplicarlos al concepto de rotación. Para abordar la rotación, se sugiere trabajar en 3 categorías de problemas. La primera es la de ejemplificación, donde cada estudiante definirá lo que es una rotación. En este momento se sugiere dar varios ejemplos para construir la definición e identificar los elementos que la definen. La segunda, abarcará los ejercicios que se relacionan con el cálculo de los elementos de las rotaciones y la tercera será de rotar figuras dadas.

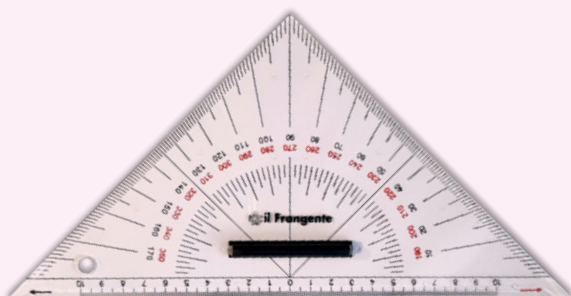
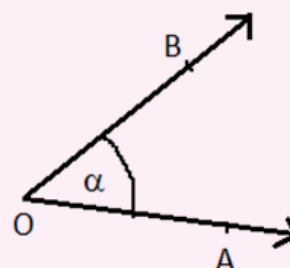
a) Ángulos y su medida

Se recomienda recoger la idea intuitiva de ángulo desde el diálogo logrado en la situación experiencial, para luego construir la definición formal del concepto, como también la forma de nombrarlo y medirlo.

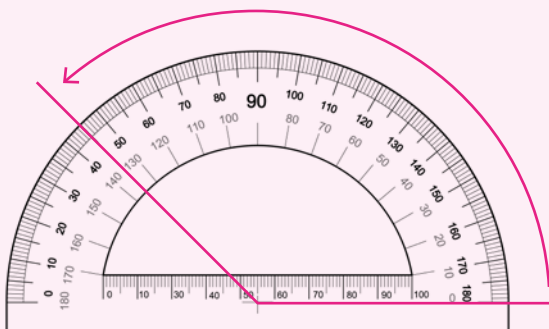
Un ángulo es la unión de dos rayos con un vértice en común.

El punto O se llama vértice del ángulo.

Un ángulo se nombra por las letras de sus lados y vértices, dejando siempre este al medio. Por ejemplo: $\angle AOB$, o también por las letras griegas como $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta, \lambda, \xi, \varphi, \phi$.



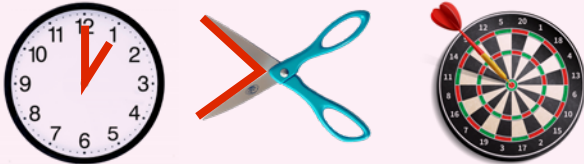
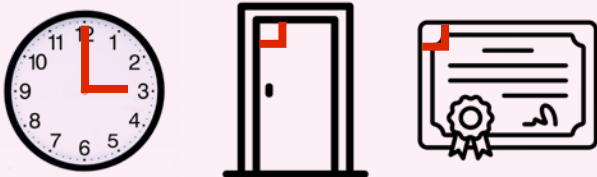
El espacio interior de un ángulo se puede medir y la unidad de medida de un ángulo son los grados sexagesimales, conocidos solo como grados. Para medir un ángulo usamos un transportador redondo o triangular.



Los ángulos se miden en sentido contrario al de los punteros del reloj. Se coloca uno de los lados del ángulo de manera tal que coincida con la línea del 0 y el vértice en el centro del transportador.

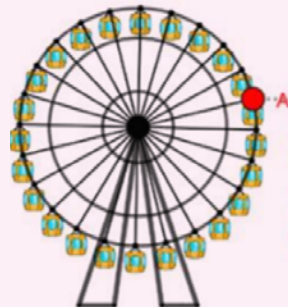
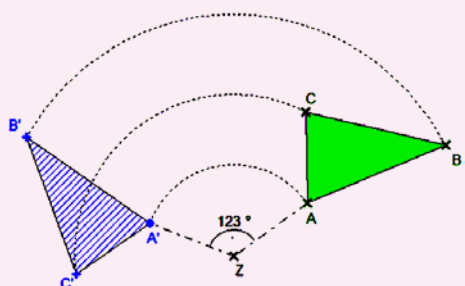
El otro lado del ángulo marcará la medida de este. En el ejemplo, el ángulo

Es recomendable ampliar el vocabulario específico relacionado con los ángulos. Por ejemplo, al clasificarlos según su medida y al darle un nombre a cada clase. Se sugiere integrar con situaciones y objetos cotidianos, donde se puedan visualizar estos ángulos. Se puede apoyar de imágenes o solicitar que busquen otras, como una donde se encuentre un ángulo menor a 50° o indicar su clase, en este caso, ángulo agudo.

Nombre del ángulo y definición	Ejemplos
Agudo: mide más de 0° y menos de 90° .	El ángulo que forman los punteros del reloj cuando es la 1 de la tarde, el ángulo que forman las cuchillas de una tijera semi abierta o el de los sectores negros del tablero de lanzamiento de dardos. 
Recto: mide 90° .	El ángulo que forman los punteros del reloj cuando son las 3 de la tarde, el ángulo que se forma en la esquina de un sobre o de una puerta. 
Obtuso: mide más de 90° y menos de 180° .	El ángulo que forman los punteros del reloj cuando son las 5 de la tarde, el ángulo que forman las aspas del rotor de las torres en un campo eólico o el ángulo que se forma entre el eje del avión y una de las alas. 
Extendido: mide 180° .	El ángulo que forman las manecillas del reloj cuando son aproximadamente las 1:38 horas, que forman nuestros brazos cuando lo estiramos a la altura de los hombros hacia los lados, que se forma al abrir una carpeta o un cuaderno. 

También se pueden definir los ángulos cóncavos y completos, pero no son necesarios, pues para las rotaciones se pueden componer ángulos para obtener unos mayores a 180° .

b) Rotaciones

Categoría	Problema	Respuesta
Definición	Hoy ha llegado un técnico a un parque de diversiones para enseñarle a uno de los empleados cómo funciona la rueda de la fortuna, cómo están distribuidos los carros y el orden en que debe subir a las personas a ellos. ¿Qué movimiento hace la rueda? ¿Cuáles son los elementos que permiten este movimiento? ¿De qué depende el lugar donde está una persona en cada instante?	Se sugiere abordar las respuestas, destacar que el movimiento es un giro e introducir el significado de la palabra rotación o giro en torno a un punto fijo. En el caso de los carros donde van las personas que rotan o giran en torno al centro, el punto que queda fijo al girar, se llamará centro de rotación y, en este caso, es el centro de la rueda. Cada rotación depende de un ángulo de giro o de un ángulo de rotación. El lugar en el que está una persona mientras transcurren los segundos queda definido en términos de un ángulo.
Cálculo	El técnico le explica que debe subir a una persona en la entrada que se encuentra a los pies de la rueda y, luego, debe girar la rueda para subir a la otra persona, justo en el carro que está diametralmente opuesto a este, es decir, en el que se encontraba en la parte más alta cuando subió la primera persona. Si la rueda del parque tiene 24 carros: ¿Cuál es el ángulo de rotación que debe recorrer la primera persona para que la segunda se pueda subir? ¿Se podría medir el ángulo de rotación cuando la primera persona ha subido 7 posiciones?	Un buen bosquejo ayudará a la comprensión y análisis del problema.  Cuando esté en la parte más alta habrá rotado en 180°. Cuando llegue nuevamente donde partió habrá rotado otros 180°, por lo tanto, el giro completo será de 360°. Como son 24 carros, haciendo $360 : 24 = 15$, obtendremos el ángulo que hay entre carros, es decir, el ángulo de rotación de un carro para llegar a la posición siguiente. La primera persona $7 \cdot 15^\circ = 105^\circ$
Construcción	Construye una rotación del triángulo con centro en el punto Z de 123° .	Se recomienda construir junto con sus estudiantes paso a paso la rotación: Una un vértice con el centro de rotación. Mida el ángulo de rotación, 123°. Mida la distancia entre el vértice y el centro de rotación con el compás y copie esa distancia en el lado del ángulo construido. Repita el mismo procedimiento con los otros vértices. 

Se sugiere construir la definición matemática de rotación y destacar los elementos que la caracterizan. Una posible definición es la siguiente: una rotación es una transformación geométrica que gira o cambia de orientación una figura con respecto a un punto del plano que permanece fijo y a un ángulo de giro o rotación. Las características de la figura no cambian, es decir, este movimiento mantiene la medida de los lados y de los ángulos.

PRÁCTICA GUIADA Para guiar la internalización de la medición de ángulos y de las rotaciones que se acaban de abordar se sugiere trabajar los siguientes ejercicios y problemas:

Ejercicios y problemas	Respuestas
Mida con un transportador los siguientes ángulos y clasifíquelos según su medida: a) b) c) d)	Las medidas de los ángulos son: a) 125°, obtuso. b) 90°, recto. c) 70°, agudo. d) 25°, agudo.
Germán construyó una rotación que mueve la figura A a la posición de la figura B. ¿Cuál es el centro y el ángulo de rotación?	El centro de rotación es el vértice inferior derecho y el ángulo de rotación es 80°. Se sugiere que para ejercicios de este tipo se haga énfasis en que el centro de rotación es aquel punto que queda fijo en el plano. Un buen ejemplo puede ser pensar que se asemeja a clavar un alfiler en un plumaviv y mover el resto de la figura. Para encontrar el centro se debe usar un compás para dibujar dos perpendiculares.
¿Qué rotación hay que aplicar a la figura A para que encaje en las otras?	Al fijar el centro de rotación en la punta de la flecha, entonces: ▶ se gira en 90° para hacerla coincidir con D; ▶ se gira en 180° para hacerla coincidir con C; ▶ se gira en 270° para hacerla coincidir con B.
¿Cómo describirías este logo? ¿Qué logo podrías crear utilizando las transformaciones vistas hasta el momento?	La mayoría de las rotaciones en logos tienen su centro de rotación al centro de la imagen, pues esto las hace simétricas y, por lo tanto, más armónicas. La mayoría de las rotaciones son en 90° y 180°. Sin embargo, el logo de Mitsubishi utiliza una rotación de 120°.
¿Cómo se encuentra el centro de rotación?	La mayoría de las rotaciones en logos tienen su centro de rotación al centro de la imagen, pues esto las hace simétricas y, por lo tanto, más armónicas. La mayoría de las rotaciones son en 90° y 180°. Sin embargo, el logo de Mitsubishi utiliza una rotación de 120°. Para encontrar el centro hay que utilizar compás y dibujar dos perpendiculares que pasen por el punto medio.

FUENTE: <https://www.youtube.com/watch?v=Xk5mIK2LTVM>

**PRÁCTICA
INDEPENDIENTE**

Se sugiere realizar trabajos grupales en los que sus estudiantes desarrollen ejercicios y problemas donde tengan que medir y construir ángulos y deban construir, identificar y ejemplificar rotaciones

Situaciones	Preguntas
Midan todos los ángulos que se encuentren en cada una de las siguientes figuras. Primero, discutan cuáles podrían tener igual medida y cuáles no. Luego, compruébenlo con su medición. Tangrama  Circuito electrónico 	¿Qué ángulos son iguales? ¿Cómo te aseguras que son iguales? ¿Por qué hay que triángulos que tiene ángulos iguales o que tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño? ¿Qué sabes sobre el concepto de semejanza? ¿Qué ángulos entre paralelas son iguales?
Ainara está practicando gimnasia artística y ha sacado tres momentos de la trayectoria de un salto para conversar con su entrenador sobre el giro. 	¿Cuántos centros de rotación tiene la siguiente trayectoria? ¿De qué manera le ayuda al entrenador saber cuál es el centro del giro y el ángulo del giro? ¿De qué manera le ayuda a Ainara conocer el centro de la trayectoria del salto?

Para retroalimentar la actividad y diferenciar entre conceptos que han sido aprendidos y los que aún se deben reforzar, se recomienda aplicar las señales de aprendizaje:

Nombre

¿Cómo seguimos avanzando?



Tu trabajo se destaca por:

- Construir paso a paso la rotación de figuras y objetos en el plano.



Puedes mejorar:

- Considerando que los ángulos se miden de derecha a izquierda, es decir, en contra del sentido del reloj.

Fecha

<https://utpsenior.webnode.cl/l/%C2%A1luces-de-aprendizaje-y-mas%21/>

EVALUACIÓN
FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Ángulos	Mide ángulos menores a 90°.	Mide diferentes ángulos.	Mide y estima diferentes ángulos.
	Identifica en situaciones y objetos cuando un ángulo es menor a 90°.	Identifica en situaciones y objetos cuando un ángulo es menor a 90° o está entre 90° y 180°.	Identifica en situaciones y objetos cuando un ángulo es menor a 90°, de 90° o está entre 90° y 180°, clasificándolos por su nombre.
Rotación	Identifica una rotación en imágenes y contextos.	Identifica una rotación en imágenes y contextos, además, marca el centro y el ángulo de rotación.	Identifica una rotación en imágenes y contextos, además, marca el centro y el ángulo de rotación, y elabora rotaciones de figuras dadas.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos
disciplinares

Así como en el desempeño anterior, el concepto de rotación requiere que los y las estudiantes puedan trabajar la capacidad de observación y avanzar desde la idea intuitiva hacia la definición formal de una rotación. Para ello, es fundamental que sepan reconocer y medir los ángulos y que los pasos de la construcción de las rotaciones queden explícitos y claros. Se sugiere chequear de la forma más personalizada posible que estos objetivos se logren. Así mismo, es importante que puedan identificar y describir la información de su entorno mediante conceptos geométricos, esto sienta las bases para el estudio de nuevos conceptos. Es recomendable que el o la docente aproveche las instancias de diálogo para trabajar las habilidades de modelar situaciones y acciones cotidianas y el ser capaces de expresar ideas y soluciones propias a los problemas planteados.

Actitudes

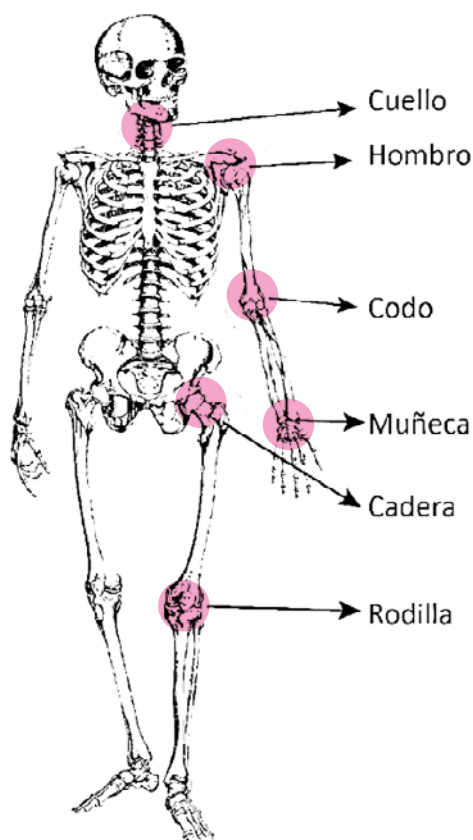
Las actividades planteadas en este desempeño facilitan el trabajo de actitudes como la tolerancia, el respeto hacia otras personas cuando plantean sus ideas y el razonamiento reflexivo. Además, permite desarrollar el interés por las distintas posibilidades que ofrece la tecnología. Si la o el docente lo estima conveniente puede trabajar con programas dinámicos de geometría de libre acceso.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo grupal

Se sugieren las siguientes motivaciones para promover el trabajo grupal en esta actividad:

COLABORAR	Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
	Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo. Entregar una rúbrica con los criterios y dejar unos dos minutos para revisar las comprensión de las instrucciones.
	La evaluación es grupal y se sugiera no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.
	Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos ya sea de forma aleatoria por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupos y cantidad de la clase.
	Decida con anterioridad los momentos en que los y las participantes del grupos se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que harán, como también en momento en que los grupos se escuchan entre sí.

Anexo



Situación de reconocimiento de rotaciones en nuestro cuerpo

En nuestro cuerpo existen 3 tipos de articulaciones:

- Las articulaciones de bisagra: que solo permiten movimientos en una dirección.
- Las articulaciones en pivote: que permiten movimientos giratorios.
- Las articulaciones esféricas: que son las que permiten mayor movimiento en cualquier dirección.

Hoja de trabajo

1. Identifica cada tipo de articulación en tu propio cuerpo.

• Mi cuello es una articulación de tipo	
• Mis hombros son articulaciones de tipo	
• Mis codos son articulaciones de tipo	
• Mis muñecas son articulaciones de	
• Mi cadera es una articulación de tipo	
• Mis rodillas son articulaciones de	

2. Completa la tabla según tus propios movimientos. Trabaja con dos compañeros o compañeras para que se ayuden en las mediciones.

	Articulación	Ángulo mínimo	Ángulo máximo
	• Cuello		
	• Hombro derecho		
	• Hombro izquierdo		
	• Codo derecho		
	• Codo izquierdo		
	• Muñeca derecha		
	• Muñeca izquierda		
	• Rodilla derecha		
	• Rodilla izquierda		

Actividad de desempeño

3

Propósito

Esta actividad busca que las y los estudiantes puedan comprender y diferenciar los conceptos de perímetro y área de figuras poligonales y no poligonales. Para esto, calcularán el perímetro y el área de figuras geométricas y aplicarán estos conceptos en la resolución de problemas cotidianos.

Objetivos de aprendizaje

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones.
(Resolver problemas)

Conocimientos esenciales

- Perímetro.
- Área.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

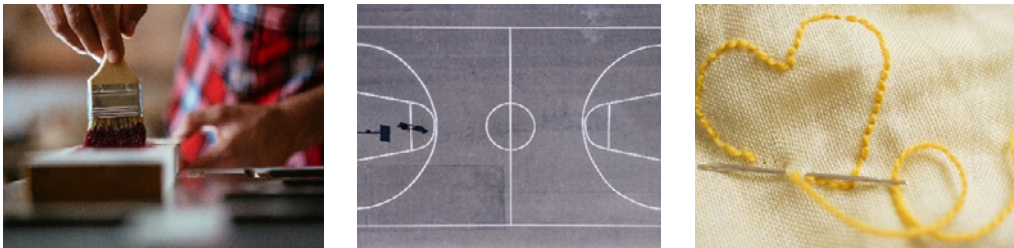
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que incluya:

- Identificar elementos principales de polígonos, como lados y vértices.
- Identificar triángulos y cuadriláteros en el entorno.
- Operatoria de números naturales y decimales.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN
EXPERIENCIAL

El o la docente presentará diferentes imágenes para introducir los conceptos de perímetro y área de manera intuitiva, como aquellas medidas del contorno y superficie de figuras. Algunos ejemplos posibles son los siguientes:

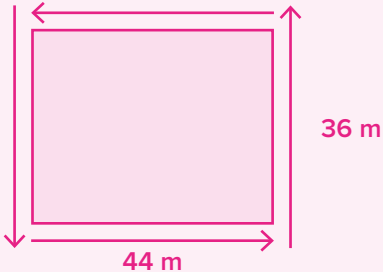


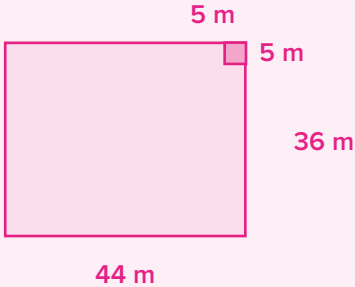
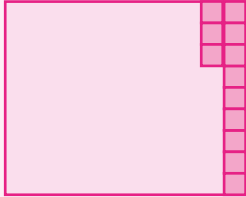
Algunas preguntas que se pueden usar para guiar el diálogo son:

- ▶ ¿Qué acciones muestran las imágenes?
- ▶ ¿Qué se debería hacer para marcar un terreno que servirá para una cancha de básquetbol?
- ▶ ¿Qué se necesita saber para pintar una casa?
- ▶ ¿Cómo se puede calcular el hilo que se necesita para bordar?

CONSTRUCCIÓN DE
CONOCIMIENTO

Para construir los conceptos de este desempeño se sugiere trabajar primero con el perímetro y, luego, con el área. Ante un problema, los y las estudiantes debieran poder distinguir cuál de estos dos conceptos está involucrado y hacer los cálculos correspondientes para dar respuesta al problema. Entonces, cuando se estudien será relevante hacer énfasis en la diferencia entre ambos conceptos.

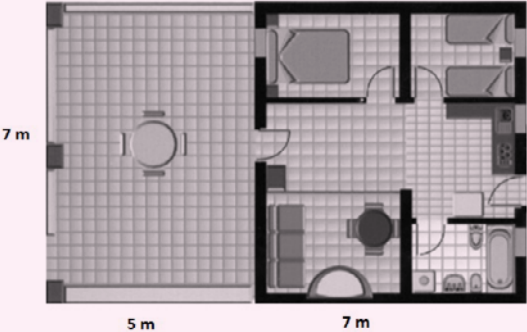
Concepto	Situación	Construcción del conocimiento
Perímetro	Mauricio ha comprado un terreno. Para comenzar a construir su casa, debe colocar una cerca que lo delimite. El terreno es rectangular y mide 36 m de frente por 44 m de fondo. Mauricio lo rodeará colocando 1 vuelta de una trenza de alambre de púas. ¿Cuántos metros de ese alambre de púas necesitará?	Hacer un bosquejo de la situación para visualizar y comprender los datos.  IDENTIFICAR LAS CARACTERÍSTICAS DE UN RECTÁNGULO: lados opuestos de igual medida y paralelos, ángulos interiores rectos. Relacionar la idea de cercar el terreno con el perímetro: Colocar alambre por todo el contorno. Si se da una vuelta, se deberían recorrer los 4 lados. $36\text{ m} + 44\text{ m} + 36\text{ m} + 44\text{ m} = 160\text{ m}$

Concepto	Situación	Construcción del conocimiento
Área	Mauricio quiere hacer una huerta en el fondo de su terreno y para ello marca un cuadrado en la esquina posterior derecha de 5 m de lado. Como debe abonar la tierra, un amigo le ha dicho que el saco de abono que debe usar le alcanzará para abonar 10 m ² . ¿A qué se refiere el amigo de Mauricio? ¿Cuántos sacos necesitará para abonar la tierra de su huerta?	Bosquejo:  IDENTIFICAR LAS CARACTERÍSTICAS DE UN CUADRADO: todos los lados de igual medida, dos pares de lados paralelos y ángulos rectos.  Relacionar la idea de esparcir el abono por toda la superficie con el área: se quiere abonar toda la tierra que está en el cuadrado, no basta con recorrer el borde, sino que es necesario medir también el interior. Por lo tanto, la medida buscada será la de la superficie que cubre la tierra que está en el cuadrado. Se sugiere trabajar con la noción básica de cubrimiento por cuadrados unitarios de 1m² más pequeños: De esta forma cubriremos el interior del cuadrado y, por lo tanto, toda su superficie. Como cada cuadradito mide lo mismo y se ocuparon 5 cuadraditos hacia la derecha y 5 cuadraditos hacia abajo, entonces se usaron 5 veces 5 cuadraditos. La superficie para cubrir es: 5 · 5 = 25 La superficie para cubrir es de 25m². El amigo de Mauricio se refería a la superficie que se puede abonar con un saco, ya que está en m². Y como cada saco le alcanza para 10m², deberá comprar al menos 3 sacos.

Se sugiere dar otros ejemplos después de revisar estos u otros similares y hacer énfasis en el concepto de perímetro y área. Una posible es la siguiente:

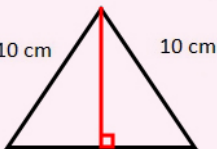
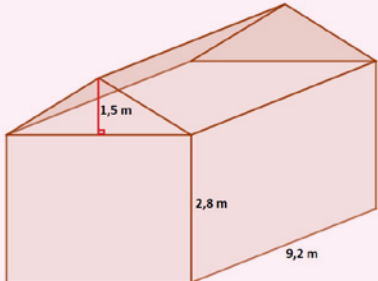
- **Perímetro de una figura geométrica:** es la medida del contorno de la figura o de la línea que forma la figura.
- **Área de una figura geométrica:** es la medida de la superficie de la figura, esto es del interior y su contorno.

PRÁCTICA GUIADA Para guiar la internalización de los conceptos de área y perímetro que se acaban de abordar, es recomendable trabajar los siguientes problemas; y tratar de abarcar los polígonos básicos como el cuadrado, el rectángulo, el paralelogramo, el rombo y el triángulo:

Problema	Desarrollo y respuesta
Valeria está cotizando pisos cerámicos para cambiar el piso de su casa. En una de las empresas que visitó le dijeron que el costo era \$10 740 el m². ¿A qué se refieren con ese dato? ¿Qué medidas de su casa debiera tomar Valeria? ¿Qué debiera calcular?	Este problema solamente tiene por objetivo indagar en la comprensión del concepto. En la tienda le están dando la información del costo de cubrir 1 m², es decir, le dan la información de la superficie. Debiera entonces, tomar las medidas necesarias para calcular el área del piso de su casa. Necesita las medidas de los lados, pero la medida del área va a depender de la forma que la casa de Valeria tenga.
Si el siguiente es el plano de la casa de Valeria: ¿Cuánto gastará al comprar las cerámicas para la parte interior de su casa, sin incluir el patio? 	La parte interior de la casa de Valeria tiene 7 m · 7 m, por lo tanto, su piso es un cuadrado y su área se calculará como: $A = 7 \text{ m} \cdot 7 \text{ m} = 49 \text{ m}^2$ Como cada m² cuesta \$10 740, deberá pagar: 49 · 10 740 = 526 260 Debe pagar \$526 260.
Valeria quiere colocar en todo el contorno de su patio una hilera de clavelinas. Fue a averiguar a un vivero y le dijeron que debe colocar una planta cada 25 cm y que cada una cuesta \$1 290. ¿Cuánto gastaría en plantas?	Como pondrá una fila de flores, necesita calcular una medida lineal, por lo tanto, es necesario el perímetro del patio. $P = 7 \text{ m} + 5 \text{ m} + 7 \text{ m} + 5 \text{ m} = 24 \text{ m}$ Como colocará 1 planta cada 25 cm, y en 1 m hay 100 cm, entonces, necesita 4 plantas para cubrir 1 m. Recuerda: 1 m = 100 cm Así, necesitará en total: 4 · 24 = 96 plantas y gastará 96 · 1 290 = 123 840. Gastará \$123 840.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Se sugiere un trabajo personal para resolver ejercicios y problemas en los que tengan que identificar y calcular perímetros y áreas de las figuras 2D. La idea de esta práctica es trabajar las habilidades desde las de menor a mayor complejidad.

Ejercicios y problemas	Desarrollo y resultado
Dadas las siguientes figuras, determina su área y su perímetro: 1) Cuadrado  10 cm 2) Rectángulo  12 cm 8 cm 3) Triángulo de altura 8 cm  10 cm 10 cm 12 cm 4) Paralelogramo de lados 5 cm y 11 cm y altura 4 cm 	Aplicación de fórmulas sin contexto: $P = 10\text{ cm} + 10\text{ cm} + 10\text{ cm} + 10\text{ cm}$ $P = 4 \cdot 10\text{ cm} = 40\text{ cm}$ $A = 10\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 100\text{ cm}^2$ $P = 12\text{ cm} + 8\text{ cm} + 12\text{ cm} + 8\text{ cm}$ $P = 2 \cdot 12\text{ cm} + 2 \cdot 8\text{ cm}$ $P = 24\text{ cm} + 16\text{ cm} = 40\text{ cm}$ $A = 12\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 96\text{ cm}^2$ $P = 10\text{ cm} + 10\text{ cm} + 12\text{ cm} = 32\text{ cm}$ $A = \frac{12\text{ cm} \cdot 8\text{ cm}}{2} = \frac{96}{2} = 48\text{ cm}^2$ $P = 11\text{ cm} + 5\text{ cm} + 11\text{ cm} + 5\text{ cm} = 32\text{ cm}$ $A = 11\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 44\text{ cm}^2$
Juan ha ido al médico y este le ha dicho que necesita comenzar a caminar para recuperar la movilidad que ha perdido por la pandemia. Él ha decidido dar varias vueltas a la manzana donde está su casa. Si la manzana que el elige tiene 4 cuadras de largo por 3 cuadras de ancho: ¿Cuántos metros recorrerá al dar 2 vueltas? Una cuadra en Chile mide aproximadamente 125,39 m.	Reconocer la figura e identificar el concepto de perímetro en la situación. $P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 = 14$ 14 cuadras. Entonces, recorrerá: $14 \cdot 125,39 = 1\,755,46$ 1 755,46 metros. ▶ Aproximadamente 1,8 km
Miguel quiere pintar el exterior de su casa. Ha tomado las medidas y ha hecho el siguiente bosquejo: Miguel quiere pintar el exterior de su casa. Ha tomado las medidas y ha hecho el siguiente bosquejo:  1,5 m 2,8 m 9,2 m Si comprará látex para exteriores, que viene en un galón que rinde 35 m², que tiene un costo de \$49 360 y debe darle 2 manos de pintura: ¿Qué cálculos deberá hacer? ¿Cuántos galones necesita? ¿Cuánto gastará en pintura?	Reconocer cada figura e identificar el concepto de área de superficie, utilizar la descomposición por partes como estrategia. ▶ Área techo (2 triángulos) ▶ 2 manos de pintura $\frac{8,7\text{ m} \cdot 1,5\text{ m}}{2} \cdot 2 = 13,05\text{ m}^2$ $113,29\text{ m}^2 \cdot 2 = 226,58\text{ m}^2$ ▶ Área frontal y trasera (2 rectángulos) ▶ El galón rinde 35 m² $8,7\text{ m} \cdot 1,5\text{ m} \cdot 2 = 48,72\text{ m}^2$ $226,58\text{ m}^2 : 35\text{ m}^2 \approx 6,47$ ▶ Área lados (2 rectángulos) ▶ Gasto $2,8\text{ m} \cdot 9,2\text{ m} \cdot 2 = 51,52\text{ m}^2$ $2 \cdot \$49 \cdot 360 = \$345\,280$ Miguel gastará \$345 280 ▶ Área para pintar $13,05\text{ m}^2 + 48,72\text{ m}^2 + 51,52\text{ m}^2 = 113,29\text{ m}^2$

Para retroalimentar la actividad y que cada estudiante pueda detectar aquellos conceptos que han sido bien aprendidos y los que aún debe reforzar, se sugiere utilizar la escalera de retroalimentación:

ESCALERA DE RETROALIMENTACIÓN

HACER SUGERENCIAS

Te sugiero que cada vez que enfrentes un problema hagas un dibujo que te ayude a visualizar lo que se pide y puedas identificar si corresponde a cálculo de área o perímetro.

EXPRESAR INQUIETUDES

Me pregunto qué pasaría si antes de comenzar a desarrollar cada ejercicio verbalizaras las características de las figuras involucradas:¿Crees que esto te ayudaría a ordenar los pasos para resolver el ejercicio?

VALORAR

Destaco que seas ordenado/a en tus desarrollos, eso hace que sea más fácil también ordenar tus razonamientos.

ACLARAR

¿Cómo diferenciaste en los ejercicios si se trataban de cálculos de área o perímetro?¿Qué hiciste para comprender las fórmulas que trabajas?

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN
FORMATIVA

Para verificar aprendizajes se sugiere considerar los siguientes criterios:

Criterio	Inicial	Intermedio	Avanzado
Perímetro	Reconoce el perímetro como la medida del contorno de una figura 2D.	Reconoce el perímetro como la medida del contorno de una figura y lo calcula para polígonos regulares usando la fórmula.	Reconoce el perímetro como la medida del contorno de una figura y lo calcula para cualquier polígono usando fórmulas y midiendo.
Área	Reconoce el área como la medida de la superficie o el interior de una figura 2D.	Reconoce el área como la medida de la superficie o el interior de una figura 2D y lo calcula para polígonos regulares usando la fórmula.	Reconoce el área como la medida de la superficie o el interior de una figura 2D y lo calcula para cualquier polígono usando fórmulas y midiendo.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

En relación con los conceptos de área y perímetro es importante relevar que:

- El perímetro es una medida lineal y las unidades de medida son **mm, cm, dm, m, km**, entre otras.
- El área es una medida cuadrática y las unidades de medida a utilizar son **mm², cm², dm², m²**, entre otras.

En relación con la resolución de problemas y ejercicios, explique a sus estudiantes que, antes de resolver el problema, es importante realizar la identificación de los datos y de las figuras involucradas, la verbalización de las características y propiedades de ellas, del reconocimiento de lo pedido y del plan paso a paso para resolver el problema. Esto les ayudará a ordenar su razonamiento.

Actitudes

En este desempeño es importante destacar las actitudes de perseverancia y proactividad al resolver un problema, así como también el respeto y la valoración de las opiniones de otras personas al momento de analizar un problema y crear un plan de resolución. También lo es el valorar todas las aplicaciones que tienen estos conceptos en la vida cotidiana.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal

Para organizar e implementar el trabajo de este desempeño, se sugiere:

Interacción guiada	De modo que con sus preguntas, cada estudiante pueda construir la definición de secuencia numérica y de patrón.
Confianza en lo que se sabe	Generar seguridad en lo que los y las estudiantes hacen en cada paso.
Verbalizar lo que se piensa	De manera intuitiva, no matemática, el patrón de cada secuencia y así poder escribir otros términos de ella.
Aplicar y resolver	Aplicar lo aprendido a la resolución de problemas cotidianos. Enfatizar que cada paso de la resolución de un problema es igualmente importante y necesario.

Actividad de desempeño

4

Propósito

Con el trabajo de esta actividad se espera que las y los estudiantes puedan reflexionar sobre las características de las transformaciones isométricas, traslaciones, reflexiones y rotaciones, que hacen que las propiedades de cada figura no varíen. El objetivo también es introducir de manera intuitiva el concepto de congruencia de figuras geométricas y, luego, poder definirlo matemáticamente haciendo particular mención a la igualdad de ángulos y lados correspondientes entre ambas figuras.

Objetivos de aprendizaje

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones.
(Resolver problemas)

Conocimientos esenciales

- Reflexiones.
- Traslaciones.
- Rotaciones.
- Medidas de ángulos.
- Perímetro y área.

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

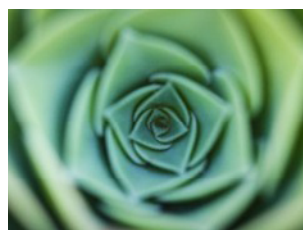
En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que incluya:

- Identificar conceptos de reflexiones, traslaciones y rotaciones.
- Identificar características y propiedades de polígonos.
- Determinar perímetro y área de triángulos, cuadrados y rectángulos.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presentará diferentes imágenes que sirvan para reflexionar de forma intuitiva sobre las características invariantes de las figuras geométricas que han sido sometidas a transformaciones isométricas de reflexiones, traslaciones y rotaciones. Se mostrarán imágenes de transformaciones isométricas y otras de distintas transformaciones que modifican el tamaño de las figuras para que las puedan comparar. Algunos ejemplos pueden ser los siguientes:

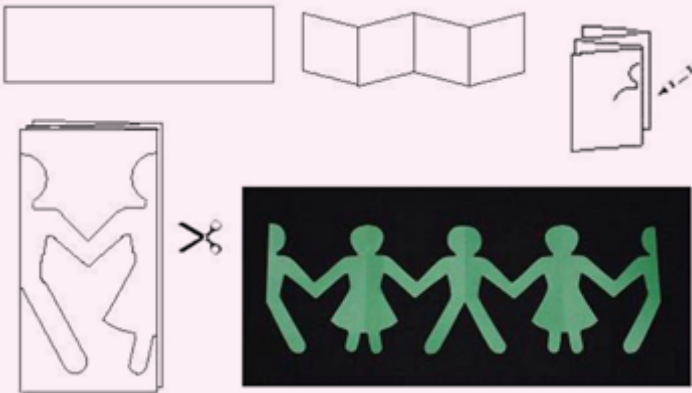
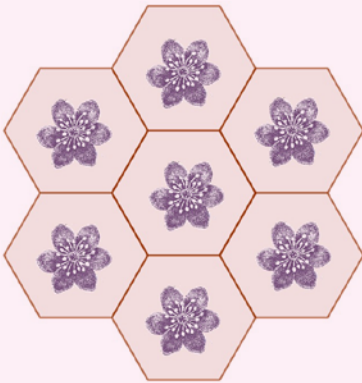


Algunas de las posibles preguntas que podrían guiar la conversación son:

- ▶ ¿Qué similitudes o diferencias se pueden apreciar en las imágenes?
- ▶ ¿Qué transformaciones se pueden describir con estas imágenes?
- ▶ ¿Qué se conserva o varía en las figuras de las imágenes?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

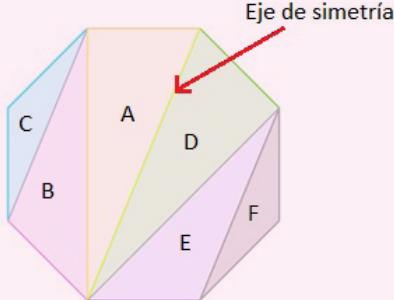
Para construir el conocimiento de este desempeño y poder reflexionar sobre las propiedades invariantes de las figuras cuando se hacen traslaciones, reflexiones y simetrías y las características que definen que dos figuras sean congruentes, se sugiere trabajar en los siguientes ejercicios y problemas u otros similares.

Situación	Preguntas orientadoras
Para ahorrar un poco de dinero, Verónica ha decidido hacer ella misma los adornos del cumpleaños de su hija. Buscó en internet y encontró un tutorial de <i>kirigami</i>, que es la técnica de doblar y cortar papel para guirnalda, donde se explicaba lo siguiente: 	¿Qué significado le damos a la noción de figuras idénticas? ¿Qué transformación describe a la guirnalda? ¿Qué transformación hay en cada figura de la guirnalda? ¿Qué figura puedes hacer para que no haya una reflexión?
La tendencia de hoy en día para decoraciones con cerámicas es personalizarlas. Así, uno puede mandar a hacer sus propias cerámicas pintadas a mano. Un taller tiene varias muestras, entre las que se encuentran estas cerámicas hexagonales que quedarían puestas de la siguiente forma: 	¿Qué podemos decir sobre su tamaño? ¿Qué podemos decir de sus ángulos? ¿Qué podemos decir de los lados? ¿Qué ocurre al superponer las baldosas? ¿Qué sentido le podemos dar al concepto de congruencia? ¿Cómo se logra hacer una figura que coincida solo al rotarla? ¿Si se pinta a mano logramos siempre la misma figura? ¿Qué método podríamos utilizar para lograr figuras congruentes?
Al triángulo ABC de la figura se la ha hecho rotación, obteniéndose el triángulo DEF. Si el área del triángulo DEF es 45 cm²: ¿Cuánto mide el lado AB?	Como el ΔDEF resulta de una rotación del ΔABC, entonces, son congruentes o idénticos, es decir, sus lados correspondientes son de igual medida. El área del ΔDEF es 40 cm² y su altura mide 15 cm, por lo tanto, se puede anotar que: $A = \frac{\overline{DE} \cdot 15}{2} = 45$ Por lo tanto, $\overline{DE} \cdot 15 = 90$ $\overline{DE} = 6$ Y como el lado AB es el lado correspondiente del lado $\overline{DE}$ es igual a 6 y el lado $\overline{AB}$ medirá también 6 cm.

Se sugiere relacionar la obtención de figuras congruentes al realizar transformaciones isométricas y de la conservación de las medidas de ángulos, lados, perímetros y áreas.

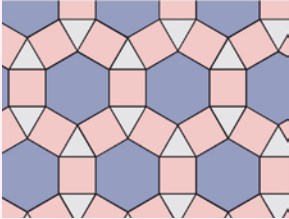
PRÁCTICA GUIADA Para guiar la internalización de los conceptos de traslación y reflexión que se acaban de abordar, se sugiere reflexionar sobre la siguiente frase:

Dos figuras congruentes tienen la misma área, pero dos figuras que tienen la misma área no son necesariamente congruentes.

Problema	Desarrollo y respuesta
Laura compró una alfombra con forma octogonal, donde todos sus lados son iguales, como la que se muestra en la figura:	Una posible solución es: 
¿Cuáles de los triángulos que se observan resultado a partir de traslaciones, reflexiones o rotaciones? Verifique que ellos conservan invariantes la medida de sus ángulos y lados.	Donde los triángulos A y D, B y E, C y F son congruentes entre sí debido a que son resultado de simetrías. Los y las estudiantes deben medir sus ángulos y lados en cada par de triángulos para comprobar que sus elementos no varían.
Como parte del plan de emprendimiento de trabajadores en las zonas costeras y también para incentivar el turismo, se han construido los locales comerciales que observas en la imagen. ¿Qué condiciones deben cumplir para que sean congruentes? 1° Para construirlos había disponibles 120 m² de terreno rectangular, los que están separados por 0,9 m. Hay 10 de ellos, la medida de fondo de cada uno es de 3 m y ocupan todo el terreno, tanto en su fondo como en el frente. ¿Cuál es la medida del frente de cada local? 	Para que sean congruentes deben ser todos exactamente de las mismas medidas en todos sus elementos. Al colocarlos como en la foto, se está imitando una traslación de las casetas. Es recomendable organizar los pasos que se harán: 2° Como hay 0,9 m de separación entre las casetas, entonces hay 9 espacios de separaciones. Es decir, $9 \cdot 0,9 = 8,1$ entonces se tiene 8,1 m de espacio libre. 3° Si el terreno total tiene 3 m de fondo y su área en 120 m², entonces, como el área de un rectángulo se calcula multiplicando las medidas del frente y del fondo, la medida del frente del terreno es 40 m. 4° Como hay libres 7,2 m y $40 - 8,1 = 31,9$ entonces 31,9 m ocupan los 10 locales de frente y como ellos son congruentes, el frente de todos es de igual medida. Así el frente de cada local mide $31,9 : 10 = 3,19$ es decir 3,19 m.

PRÁCTICA
INDEPENDIENTE

Se sugiere que cada estudiante trabaje en forma individual en ejercicios y problemas donde tengan que identificar figuras congruentes y calcular la medida de sus elementos.

Problema	Desarrollo y respuesta
Vitrales del tipo: 	Determinar las transformaciones isométricas y las propiedades invariantes de las figuras. Medir y relacionar con objetos reales. Determinar posibles contextos en los cuales sea necesario utilizar las rotaciones y los vitrales.
En Chile, el tamaño de las señales de tránsito depende de la velocidad máxima de la vía donde se colocan. Así, si la velocidad máxima es de $50 \frac{km}{h}$, la señal medirá 60 cm de lado. Si la velocidad máxima es de $70 \frac{km}{h}$, la señal medirá 80 cm de lado. Si la velocidad máxima es de $90 \frac{km}{h}$ la señal medirá 100 cm de lado. Cada señal además está hecha de distinto material y con distinto tipo de láminas reflectantes según el tipo de camino donde se colocan. Matías trabaja en la empresa donde hacen las señales de tránsito y debe hacer las siguientes señaléticas para un camino cuya velocidad máxima es de $70 \frac{km}{h}$:  ZONA DE ESCUELA NIÑOS JUGANDO CURVA Y CONTRACURVA A LA DERECHA ZONA DE CURVAS DOS SENTIDOS DE TRÁNSITO ¿Qué figura debe cortar como modelo para hacerlas? ¿Cuál es la cantidad de lámina reflectante amarilla que necesita para hacer las 5 señales?	El molde que debe hacer es un cuadrado de lado 80 cm y se necesitan figuras idénticas, es decir, figuras congruentes. Para las 5 señales de 80 cm de lado, que es 0,8 m necesitará $A = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$ 0,64 m² para una señal. Por lo tanto, para las 5 láminas necesita: $5 \cdot 0,64 = 3,2$ Para las 5 láminas necesita 3,2 m²

Para retroalimentar la actividad y que los estudiantes puedan detectar aquellos conceptos que han sido bien aprendidos y los que aún deben reforzar, se sugiere utilizar la diana:

Mueve el pin al nivel que corresponde para cada criterio.		 Excelente	 Bueno	 Medianamente logrado	 Puede mejorar
CRITERIO 1: Describe las características de las figuras obtenidas por traslaciones y rotaciones.					
CRITERIO 2: Define de manera intuitiva y matemáticamente el concepto de figuras congruentes.					
CRITERIO 3: Determina las medidas de una figura congruente a otra.					
CRITERIO 4: Identifica las características invariantes por rotación, reflexión y traslación.					

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

En este desempeño el concepto central es muy sencillo pero, a la vez, muy importante. Recuerde que, aunque no se trabajará en este nivel con criterios de congruencia y otras aplicaciones matemáticas más formales, es fundamental que sus estudiantes tengan la idea intuitiva y definida como igualdad de ángulos y lados correspondientes que rige la congruencia de figuras geométricas. Es importante que comprendan que una de las formas en las que siempre se obtienen figuras congruentes es a través de las transformaciones isométricas (reflexiones, traslaciones y rotaciones) y también que esto nos asegura que tanto los elementos principales, como secundarios, área y perímetro de una figura se mantienen invariantes al aplicarles dichas transformaciones.

Actitudes

Es importante trabajar las habilidades de comunicación y respeto hacia los pares. Se espera que en esta actividad se converse y se pida constantemente a las y los estudiantes que den argumentos para establecer los conceptos y para compartir el desarrollo de sus ejercicios. En este sentido, es fundamental crear un ambiente de confianza y respeto, tanto como un ambiente en el que se propicie la proactividad y el razonamiento.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal

Para organizar e implementar el trabajo de este desempeño, se sugiere:

Interacción guiada	De modo que con sus preguntas, cada estudiante pueda construir la definición de secuencia numérica y de patrón.
Confianza en lo que se sabe	Generar seguridad en lo que los y las estudiantes hacen en cada paso.
Verbalizar lo que se piensa	De manera intuitiva, no matemática, el patrón de cada secuencia y así poder escribir otros términos de ella.
Aplicar y resolver	Aplicar lo aprendido a la resolución de problemas cotidianos. Enfatizar que cada paso de la resolución de un problema es igualmente importante y necesario.

Módulo Obligatorio 4

Visión panorámica

Gran idea

Los conceptos estadísticos permiten describir y caracterizar a personas o a una población.

Objetivos de aprendizaje

OA 2

Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático aprovechando las herramientas disponibles. **(Representar)**

OA 3

Seleccionar un modelo pertinente a una situación real, asumiendo una postura razonada. **(Modelar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Media
 - Mediana
 - Moda
-

Tiempo estimado: 6 semanas (24 horas)

Propósito

En el módulo 4 de la asignatura de matemática del Nivel 2 de Educación Básica, se busca que los y las estudiantes sean capaces de comprender algunos conceptos estadísticos con los que se puede describir y caracterizar a personas o poblaciones. Los conceptos estadísticos que se abordarán en este módulo son los de media, moda y mediana. Se espera que los y las estudiantes puedan calcularlos e interpretar su valor según el contexto, los problemas o los ejercicios planteados. También se aplicarán estas medidas de tendencia central a la comparación de dos o más muestras, donde los estudiantes debieran poder discernir cuál es el estadígrafo que es más pertinente utilizar para resolver un determinado problema.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 4 desarrollan las habilidades de comunicación, de procesamiento y análisis de la información y de interpretación de datos. A través del trabajo de problemas de estadística, se espera que cada

estudiante se interese por argumentar al dar respuesta a los problemas planteados. La resolución de problemas implica identificar los datos y el problema a resolver, elegir la estrategia más apropiada, determinar las medidas estadísticas necesarias y, finalmente, dar respuesta a lo pedido.

Los Objetivos de Aprendizaje del módulo 4 desarrollan las actitudes para el siglo XXI del ámbito de las Maneras de pensar, las Maneras de trabajar y las Maneras de vivir en el mundo. Las actividades trabajadas ayudarán a sus estudiantes a internalizar herramientas para mejorar su pensamiento crítico, su manera de argumentar, para evaluar la pertinencia de las estrategias elegidas y de los resultados obtenidos, así como el ser conscientes de los procesos efectuados para llegar a la solución de los problemas. Una vez más la comunicación es fundamental al momento de verbalizar o escribir las ideas, así como también el respeto por las ideas de otros.

Ruta de Aprendizaje

Los conceptos estadísticos permiten describir y caracterizar a personas o a una población.

	Actividad de desempeño 1	Explicar el razonamiento matemático utilizado para determinar, calcular media, moda y mediana.
	Actividad de desempeño 2	Seleccionar entre media, moda o mediana según las necesidades de la situación.
	Actividad de desempeño 3	Identificar los datos, seleccionar estrategias y aplicar procedimientos a la resolución de problemas relacionados con el cálculo de la media y la determinación de la moda y mediana.
	Actividad de desempeño 4	Contrastar utilizando los criterios de moda, media y mediana dos poblaciones y sus características representadas de diversas maneras.

Actividad de desempeño

1

Propósito

Con el trabajo de esta actividad se espera que las y los estudiantes puedan definir los conceptos de media, moda y mediana de una población, cuando los datos están expresados como un conjunto, en tablas o en gráficos. El objetivo de los ejercicios y problemas trabajados en este desempeño es que sus estudiantes aprendan a calcular dichas medidas de tendencia central, a diferenciarlas y a poder interpretar su valor en el contexto dado.

Objetivos de aprendizaje

OA 5

Explicar el razonamiento matemático utilizado para elaborar reglas y procedimientos matemáticos. **(Argumentar y Comunicar)**

Conocimientos esenciales

- Media
 - Mediana
 - Moda
-

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

Se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Operatoria con números naturales.
- Operatoria con decimales.
- Lectura de gráficos de barra.
- Elaboración de tablas de datos.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presentará diferentes imágenes para discutir y acercarse a la idea intuitiva de los conceptos estadísticos de media, moda y mediana de una población o muestra. Puede considerar estas imágenes:



Algunas preguntas que podrían guiar la conversación con las y los estudiantes son:

- ▶ ¿Qué elemento se repite más?
- ▶ ¿Qué sentido se puede dar a la noción de promedio en base a estas imágenes?
- ▶ ¿Qué significa estar en el centro?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para construir los conceptos de moda, mediana y media se sugiere explicar paso a paso el razonamiento que da pie a la construcción de la forma de determinar y calcular estas medidas de tendencia central. De esta manera se podrán internalizar los procedimientos matemáticos que sustentan estos conceptos y su interpretación.

Conexión interdisciplinar
Ciencias Naturales
OA 3 y OA 4 Nivel 2 EB

EJEMPLO

Una empresa tiene 9 trabajadores con los siguientes salarios mensuales (en dólares):

\$1 200, \$1 300, \$1 400, \$1 500, \$1 500, \$1 500, \$1 600, \$1 700, \$5 000.

Determinar moda, mediana y media.

▶ Cálculos

Moda: es el valor con mayor frecuencia: **\$1 500** (se repite 3 veces)

Mediana: es el valor central de la lista ordenada: **\$1 500** (no necesariamente es igual que la moda).

Media aritmética o promedio:

$$\frac{\$1\,200 + \$1\,300 + \$1\,400 + \$1\,500 + \$1\,500 + \$1\,500 + \$1\,600 + \$1\,700 + \$5\,000}{9} = \frac{\$16\,700}{9} \approx 1\,855,56$$

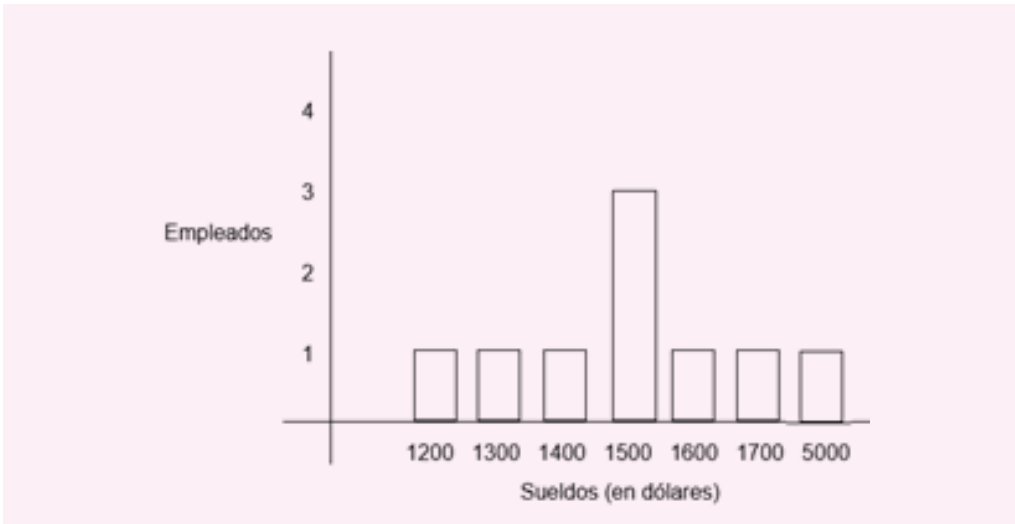
▶ Interpretación

Moda: el salario más común en la empresa es **\$1 500**.

Mediana: la mitad de los trabajadores gana **\$1 500** o menos y la otra mitad gana más.

Promedio: el salario promedio es **\$1 855.56**, pero este valor está inflado por un salario alto (\$5 000).

► Gráfico de la situación



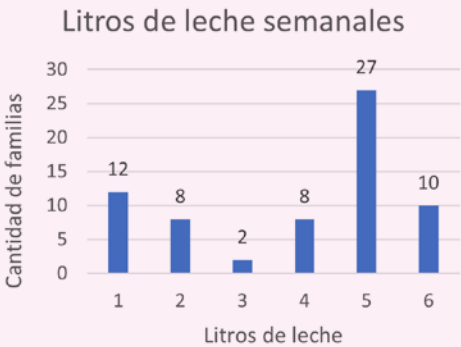
► Conclusiones

En este caso, la moda y la mediana dan una mejor idea del salario típico. El promedio es engañoso dado que un solo salario alto (\$5 000) lo distorsiona. Se sugiere relevar las nociones de repetición con mayor frecuencia para la moda; elemento central para la mediana y de equilibrio para el promedio.

Medida estadística: Moda

Se ha encuestado a varias familias para tener información sobre su consumo de leche semanal.

El siguiente gráfico muestra las respuestas obtenidas:



¿Cuántos litros de leche toma la mayoría de las familias durante la semana?

- La variable que se trabaja en este ejemplo es la cantidad de litros de leche consumido.
- La característica de la variable es que esta variable es cuantitativa, pues sus valores son numéricos.
- La frecuencia de cada valor de la variable es el número de veces que se repite ese valor, en este caso, por ejemplo, la frecuencia del valor 1 es 12. Esto quiere decir que 12 familias respondieron que consumían 1 litro de leche a la semana.
- La mayoría de las familias está representada por la mayor frecuencia y este es el valor de la moda. Es decir, **Mo = 5**

Otra forma de razonar es escribir todos los datos en línea, esto es:

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2
2 3 3 4 4 4 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 6
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6

Se debe tener en cuenta que esta forma es engorrosa cuando hay muchos datos.

Medida estadística: Mediana

A Rosa le piden llenar un formulario con los días trabajados desde marzo a septiembre. El número de días fueron:

10 — 12 — 9 — 17 — 22 —
11 — 10

¿Cuál es el número de días que dividiría los datos en dos partes: la de más altos valores y la de más bajos valores? ¿Y si solo se tuvieran los 6 primeros meses?

1º Ordenar los datos de menor a mayor.

9 — 10 — 10 — 11 — 12 — 17 — 22

2º Si el número de datos es impar, en este caso 7, habrá un dato central. Este se obtiene dividiendo:

$7 \div 2 = 3,5$, entonces se aproxima a 4 y ese el lugar del término central.

9 — 10 — 10 — 11 — 12 — 17 — 22



La mediana es 11.

Si el número de datos es par, habrá dos datos centrales.

Considerar los 6 primeros meses del ejemplo. La mediana en este caso es la suma de los términos centrales 10 y 11 dividido en 2.

9 — 10 — 10 — 11 — 12 — 17



$$Me = \frac{10 + 11}{2} = 10,5$$

La mediana siempre existe en datos numéricos, pero no siempre es un valor de la muestra.

Medida estadística: Media o promedio

Manuel está pensando en arrendar una casa. Debido al trabajo que tiene, su sueldo es variable porque depende de las horas extraordinarias que pueda hacer durante un mes. El propietario de la casa que desea arrendar, le ha pedido las liquidaciones de los últimos 3 meses para determinar su sueldo promedio. Si los montos de sueldo de Manuel durante los 3 meses pedidos son:

\$681 300 — \$715 200 — \$699 450

¿Cuál será este sueldo promedio que se quiere calcular?

Se sugiere presentar el promedio como el valor que permite reordenar los datos para que todos tomen el mismo valor.

Para calcular el promedio se deben sumar todos los valores de la variable y dividirla por el número de datos:

$$\bar{x} = \frac{681\,300 + 715\,200 + 699\,450}{3}$$

$$\bar{x} = \frac{2\,095\,950}{3} = 698\,650$$

Por lo tanto, el promedio de sueldo es:

\$698 650

En este caso, si ganara lo mismo los 3 meses ese sueldo sería **\$698 650** por mes.

Se sugiere el uso de calculadora para obtener la media.

Luego de revisar estos problemas para definir la media, moda y mediana y estudiar cómo se determina o calcula cada una de ellas, se sugiere poner énfasis nuevamente en la interpretación de cada medida de tendencia central. Pida a sus estudiantes que verbalicen qué significa en el contexto de la pregunta el valor de la media, la moda y la mediana. También es recomendable hacer varios ejercicios donde los datos estén dados en diferentes representaciones: tablas, gráficos o conjunto de datos, de modo que sus estudiantes sean capaces de leerlos e interpretarlos en cualquier contexto. Se sugiere presentar ejemplos para trabajar sobre la creencia errada de que el promedio es un valor que tiene la mayoría.

PRÁCTICA GUIADA

Para guiar la internalización de los conceptos de media, moda y mediana que se acaban de abordar, para cada ejercicio se recomienda explicar los procedimientos utilizados para así verificar el razonamiento construido. Incluya diferentes habilidades de la lectura de información, para esto se pueden trabajar en conjunto tres problemas, uno que incluya la lectura de gráficos, otro de lectura de tablas y otro donde se tenga la lista de datos. En cada caso, se sugiere presentar las frases que permiten ejemplificar las posibles explicaciones de cómo se determina o calcula la media, la moda y la mediana.

La facultad de ciencias físicas y matemáticas de la Universidad de Chile publicó un estudio del Centro Sismológico Nacional donde se da a conocer la sismicidad ocurrida en Chile durante los meses del año 2020. Esta información se presenta en el siguiente gráfico:



Fuente: <http://ingenieria.uchile.cl/noticias/172624/csnl-localizo-7826-sismos-en-chile-durante-el-2020>

► ¿Cuál fue el promedio de sismos para el año 2020?

Para calcular la media o promedio, bastará sumar todos los sismos registrados en los 12 meses del año y dividirlo entre 12.

$$\bar{x} = \frac{7\,828}{12} \approx 652,33$$

En promedio hay 652,33 sismos mensuales.

► **¿Bajo qué cantidad de sismos mensuales se encuentra la mitad del año?**

Como se pregunta por el número de sismos donde se encontrará la mitad más baja, entonces se debe calcular la mediana.

1° Ordenar los datos de menor a mayor:

533 — 553 — 566 — 595 — 603 — 608 — 627 — 644 — 665 — 683 — 764 — 985

2° Número de datos es par, los datos centrales se ubicarán en el lugar 6 y 7:

533 — 553 — 566 — 595 — 603 — 608 — 627 — 644 — 665 — 683 — 764 — 985

$$Me = \frac{10 + 11}{2} = 10,5$$

El 50% de los meses del año 2020 está bajo los 617,5 sismos mensuales.

► **¿Existe una cantidad de sismos mensuales que se repita más?**

Haga notar que en esta muestra no hay valores repetidos, por lo tanto, no hay moda y entonces no hay una tendencia de repetición del número de sismos registrados.

Para presentar la lectura de tablas, se sugiere trabajar con el siguiente problema:

Rolando quiere independizarse y ha pensado en instalar un gimnasio. Para ello, ha decidido hacer un pequeño sondeo entre varias personas que frecuentan el lugar de locales comerciales donde quiere instalar el gimnasio y ha preguntado cuántas veces a la semana vendrían a entrenar si hubiera un buen gimnasio en el lugar. La tabla que él hizo para ordenar los datos obtenidos fue la siguiente:

N° de veces del entrenamiento	Cantidad de personas
0	6
1	8
2	25
3	34
4	20
5	14

¿Qué medida estadística le sirve más a Rolando para tomar una decisión?

La moda es ir 3 veces al entrenamiento, hay 34 personas que eligen esta opción. Esto quiere decir que la mayoría de las personas encuestadas iría 3 veces a la semana al gimnasio.

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 1 + 25 \cdot 2 + 34 \cdot 3 + 20 \cdot 4 + 14 \cdot 5}{107}$$

$$\bar{x} = \frac{8 + 50 + 102 + 80 + 70}{107}$$

$$\bar{x} = \frac{310}{107} \approx 2,9$$

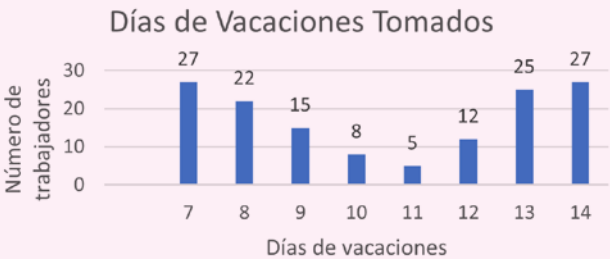
La media es igual a la moda y Rolando puede estar más seguro si estima sus ingresos pensando en que las personas tomaran un plan de 3 veces por semana.

PRÁCTICA
INDEPENDIENTE

Se sugiere que las y los estudiantes trabajen en parejas en ejercicios y problemas en los que tengan que calcular la media, la moda y la mediana de datos presentados en gráficos, tablas y listas. En la siguiente tabla se presentan ejemplos de problemas y preguntas.

Problemas

En el trabajo de Jaime dan la posibilidad de dividir las vacaciones en dos o tres periodos al año, pensando en aquellas familias que necesitan hacer coincidir las vacaciones con las de sus hijos e hijas. El departamento de personal de la empresa lleva una estadística de los momentos en que las personas se toman las vacaciones y cuántos días del total deciden tomarse en ese periodo. Aquí se muestran los datos del verano (Enero – Marzo) que relaciona los días tomados y el número de trabajadores y trabajadoras:



¿Cuál es la moda, la media y la mediana?

¿Qué información entregan estas estadísticas a las personas que trabajan en el departamento de personal de la empresa?

Esperar un trasplante es una de las cosas más difíciles por las que pasan las personas. En Chile, se han hecho muchas campañas para incentivar las donaciones de órganos. Sin embargo, nunca son suficientes. La Universidad San Sebastián publicó un estudio sobre los trasplantes en Chile con datos obtenidos del Ministerio de Salud. Parte de la información presentada está en la siguiente tabla:

Año	Cantidad de trasplantes
2013	306
2014	353
2015	321
2016	348
2017	457
2018	349
2019	180

Fuente: <http://www.ipsuss.cl/ipsuss/estadisticas-e-indicadores/evolucion-de-los-trasplantes-en-chile/2019-06-05/200221.html>

Para los siguientes datos:

123 — 123 — 180 — 183 — 72 — 78 — 77 — 77 — 92 — 94 — 95 — 95 — 95 — 96 — 103 — 104 —
105 — 106 — 108 — 162 — 163 — 164 — 167 — 172 — 123 — 124 — 127 — 128 — 132 — 145 —
151 — 153 — 153 — 93

Determina la media, la moda y la mediana.
¿Qué información te entregan estas estadísticas?
Encuentra un contexto que de sentido a los datos.

Para retroalimentar la actividad y que sus estudiantes puedan detectar aquellos conceptos que han sido bien aprendidos y los que aún deben reforzar, se sugiere la siguiente forma de retroalimentación:

Nombre

¿Cómo seguimos avanzando?



Tu trabajo se destaca por:

- La buena interpretación de la moda, la media y la mediana en el contexto de cada ejercicio.



Puedes mejorar:

- No olvides que debes distinguir cuál es la variable del estudio y cuál es su frecuencia en las distintas representaciones de los datos en cada problema.

Fecha

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN FORMATIVA

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Moda	Diferencia la moda de la media y la mediana.	Diferencia la moda de la media y la mediana, y calcula en los casos que se solicita.	Diferencia la moda de la media y la mediana, calcula en los casos que se solicita e interpreta según el contexto.
Mediana	Diferencia mediana de la media y la moda.	Diferencia mediana de la media y la moda, y calcula en los casos que se solicita.	Diferencia mediana de la media y la moda, calcula en los casos que se solicita e interpreta según el contexto.
Media	Diferencia la media de la moda y la mediana.	Diferencia la media de la moda y la mediana, y calcula en los casos que se solicita.	Diferencia la media de la moda y la mediana, calcula en los casos que se solicita e interpreta según el contexto.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

Es importante trabajar de manera sencilla con los conceptos de variable y frecuencia, de manera que no se confundan en el contexto de los problemas. Se sugiere considerar el término de la variable estadística como la característica de una población que puede tomar diferentes valores, generalmente la característica sobre la que se desea averiguar y la frecuencia absoluta de la variable, como el número de veces que la variable ocurre. También es importante mencionar las variables cualitativas, dando algunos ejemplos sencillos para que los estudiantes puedan visualizar que en muchas encuestas que se realizan, incluso que ellos han contestado, hay diversas variables de este tipo y que para hacer un análisis se requieren de otros procesos.

Por último, es imprescindible que cada cálculo de las medidas estadísticas esté acompañado de su interpretación en relación con el contexto del problema, los valores de la media, la moda y la mediana. Como simples datos numéricos no son útiles ni ayudan a la comprensión de lo que se calcula y se pierde el sentido de lo que motivó el estudio estadístico.

Se sugiere, realizar un módulo cero, en el cual se trabaje con el conteo. Para esto se puede utilizar como apoyo el módulo 1 del nivel 1 de Educación Básica. También, se pueden incluir en el módulo cero algunas de las actividades de desempeño del módulo 4 del nivel 1 de educación básica, a modo de repaso de los conocimientos previos.

Actitudes

La actitud más importante a trabajar en este desempeño es la argumentación, dar razones fundamentadas y respetar las ideas de los demás. Se sugiere aprovechar toda la gama de temas que se pueden abordar, tanto del punto de vista valórico, como desde los intereses de cada estudiante. En el momento de la interpretación se sugiere dar espacio a la interacción entre los y las estudiantes.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en parejas

Para organizar e implementar el trabajo de este desempeño, se sugiere:

COLABORAR	Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
	Entregar instrucciones precisas sobre lo que se espera al término del trabajo. Entregar una rúbrica con los criterios y dejar unos dos minutos para revisar las comprensión de las instrucciones.
	La evaluación es grupal y se sugiera no evaluar hasta que se comprenda que la idea es contribuir para el logro de un objetivo común.
	Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos ya sea de forma aleatoria por coincidir con las propuestas o por nivel de comprensión del tema, considere siempre la cantidad de participantes por grupos y cantidad de la clase.
	Decida con anterioridad los momentos en que los y las participantes del grupos se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que harán, como también en momento en que los grupos se escuchan entre sí.

Actividad de desempeño 2

Propósito

Con el trabajo de esta actividad se espera que las y los estudiantes sean capaces de discernir, a partir del contexto dado y de las preguntas realizadas en ejercicios y problemas, cuál de las medidas de tendencia central deben determinar o calcular. Este desempeño exige haber internalizado el concepto de la media, la moda y la mediana, como también la asociación de frases y medidas estadísticas que den luces de cómo poder diferenciarlas. Los y las estudiantes no solo deben quedarse con el valor numérico de las medidas calculadas, sino que además tendrán que dar una interpretación contextual de ellas. Objetivos de aprendizaje.

OA 3

Seleccionar un modelo pertinente a una situación real, asumiendo una postura razonada. **(Modelar)**

Conocimientos esenciales

- Media
- Mediana
- Moda

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

Se sugiere realizar un diagnóstico que verifique los siguientes criterios:

- Operatoria con números naturales.
- Operatoria con decimales.
- Lectura de gráficos de barra.
- Elaboración de tablas de datos.
- Definición de media.
- Definición de moda.
- Definición de mediana.

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presentará una serie de frases para discutir sobre el significado y la interpretación contextual de la mediana, la media y la moda. De esta manera, se espera que esta actividad sea la base para trabajar con las y los estudiantes en estrategias para elegir la medida de tendencia central que sea más adecuada para responder a situaciones de estadística cotidiana.

La mayoría de las personas prefieren cantar

El promedio de agua que toman al día es 3 vasos

Se calcula sumando los datos y dividiendo la suma por el total de datos

¿A qué representa cada frase, a la media, la moda o la mediana?

Valor central de un conjunto de datos ordenados

Al reordenar los datos todos serían igual a 20

Casi todas las personas se inclinan por usar instangram

Se determina ordenando los datos

El 50% de las personas tienen 32 años o menos

Divide a los datos en dos partes iguales

El dato de mayor frecuencia

Algunas preguntas que pueden guiar la conversación son:

- ▶ ¿Qué palabras claves ayudan a identificar la medida de tendencia central de la que se habla?
- ▶ ¿Cuáles de las frases describen la definición de la media, la moda y la mediana?
- ▶ ¿Qué otras frases se podrían usar para referirse a la media, la moda y la mediana?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para trabajar e internalizar la habilidad de modelar una situación a través de alguna de las medidas de tendencia central, como son la media, la moda y la mediana, es necesario que las y los estudiantes lean comprensivamente cada enunciado, tanto de los ejercicios como de los problemas. Luego, busquen palabras clave que ayuden a identificar la medida estadística que se debe determinar o calcular. Trabaje junto con sus estudiantes en técnicas como subrayar, revisar las definiciones o parafrasear la información.

Luego de analizar los ejercicios y la forma de detectar la medida de tendencia central, se sugiere hacer una síntesis para reforzar los pasos a seguir y recordar las palabras claves y los procesos para determinar la moda, la mediana y la media.

Ejercicios y problemas	Desarrollo										
La venta de autos durante un mes en las diferentes sucursales de una automotora se refleja en los siguientes datos: 11 – 20 – 15 – 17 – 19 – 14 – 7 – 7 – 10 – 10 Si todas las sucursales hubieran vendido la misma cantidad de autos y el gerente quiere estimar el número total de autos vendidos: ¿Cuál sería este número?	1º Ordenar los datos de menor a mayor. 2º Subraye las palabras o conceptos claves. 3º Verbalice a qué medida corresponde dicho concepto. En este caso corresponde a la media. $\bar{x} = \frac{130}{19} \approx 6,8$ 4º Calcule la medida pedida:										
El monto de los ingresos mensuales de una empresa, registrados durante 2 años, se presentan en el siguiente gráfico:  Ingresos mensuales 2019 - 2020 ¿A cuánto ascienden los ingresos más frecuentemente registrados?	1º Subraye las palabras o conceptos claves. 2º Verbalice a qué medida corresponde dicho concepto. En este caso corresponde a la moda. 3º Determine la medida pedida: la variable con mayor frecuencia, con 7 meses es 13 millones. 4º Responda lo pedido: 13 millones son los ingresos con mayor frecuencia registrados, tienen una frecuencia de 7 meses.										
En una fábrica de ropa se revisan 100 prendas al azar para detectar cuántas fallas presentan. Los resultados se presentan en la siguiente tabla: <table border="1" data-bbox="550 1389 951 1641"> <thead> <tr> <th>Cantidad de fallas</th><th>Cantidad de prendas</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td><td>32</td></tr> <tr> <td>1</td><td>21</td></tr> <tr> <td>2</td><td>5</td></tr> <tr> <td>3</td><td>42</td></tr> </tbody> </table> ¿Cuántas fallas como máximo presenta la mitad de las prendas?	Cantidad de fallas	Cantidad de prendas	0	32	1	21	2	5	3	42	5º Subraye las palabras o conceptos claves. 6º Verbalice a qué medida corresponde dicho concepto. En este caso corresponde a la mediana. 7º Determine la medida pedida: como son 100 datos, habrá 2 datos centrales, $100 : 2 = 50$, por lo tanto, los datos centrales son los de lugar 50 y 51. Acumulando las frecuencias: en la segunda fila habrá $32 + 21 = 53$ prendas, entonces, el dato de lugar 50 y 51 son ambos 1. Así: $Me = \frac{1 + 1}{2} = 1$ 8º Responda lo pedido: el 50% de las prendas revisadas presenta una o menos de una falla.
Cantidad de fallas	Cantidad de prendas										
0	32										
1	21										
2	5										
3	42										

PRÁCTICA GUIADA Para guiar la internalización del proceso que se acaba de abordar se sugiere trabajar los siguientes ejercicios y problemas. Invite a sus estudiantes a realizar el desarrollo paso a paso. Para aprender a modelar situaciones es muy importante revisar el proceso y cada paso para así aplicarlos en otros ejercicios similares.

► ¿Es correcto afirmar que las regiones tienen más o menos 42 quirófanos públicos?

Tabla N° 45 Quirófanos (por región y propiedad en Chile), 2022

Regiones / propiedad	Privado	Público	Total general
Metropolitana	266	258	524
Bio Bio	41	67	108
Valparaíso	38	64	102
De Los Lagos	28	34	62
Araucanía	12	46	58
Maule	5	45	50
Antofagasta	25	24	49
Libertador B. O'Higgins	12	29	41
Coquimbo	6	33	39
De Los Ríos	6	16	22
Ñuble	7	15	22
Arica y Parinacota	8	9	17
Tarapacá	5	10	15
Magallanes y Antártica Chilena	3	12	15
Atacama	3	9	12
Aysén		6	6
Total general	465	677	1.142
%	40,7%	59,3%	100,0%

Fuente: DEIS MINSAL y ACCh A.G.

Fuente: <https://www.clinicasdechile.cl/wp-content/uploads/2023/12/Dimensionamiento-Completo-2022.pdf>

- 1° Subrayar palabras o frases claves.
- ¿Es correcto afirmar que las regiones tienen más o menos 42 quirófanos públicos?
- 2° Elegir el estadígrafo a calcular: media.
- 3° Calcular la medida.

$$\frac{677}{16} = 42,3125$$

4° Responder: la media o promedio dice que, si se reparten todos los quirófanos públicos entre las 16 regiones del país, cada región tendría aproximadamente 42 quirófanos públicos. Entonces, es correcto afirmar que las regiones tienen en promedio 42 quirófanos públicos.

Sin embargo, el problema que se puede conversar luego de este cálculo tiene que ver con la distribución real de los quirófanos públicos, pues hay regiones que tienen 6 (Aysén) y otras 158 (Metropolitana). Se puede discutir sobre la población que hay en cada región, las necesidades o la centralización de los servicios. Además, de la sensibilidad de la media a los datos atípicos.

PRÁCTICA
INDEPENDIENTE

Se sugiere que las y los estudiantes trabajen en forma individual en los siguientes ejercicios y problemas. En cada uno de ellos es recomendable insistir en las técnicas trabajadas como el subrayado, la identificación de la medida de tendencia central a calcular, el proceso paso a paso para la determinación de la medida escogida y dar la respuesta en contexto, interpretando el valor de la media, la moda o la mediana. Algunos de los problemas que pueden trabajar son:

Conexión interdisciplinar
Ciencias Naturales
OA 4 Nivel 2 EB

Datos	Preguntas																		
Horas de sueño <table><thead><tr><th>Horas de sueño en la noche</th><th>Número de personas</th></tr></thead><tbody><tr><td>3</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td></tr><tr><td>5</td><td>23</td></tr><tr><td>6</td><td>40</td></tr><tr><td>7</td><td>38</td></tr><tr><td>8</td><td>32</td></tr><tr><td>9</td><td>21</td></tr><tr><td>10</td><td>19</td></tr></tbody></table>	Horas de sueño en la noche	Número de personas	3	12	4	15	5	23	6	40	7	38	8	32	9	21	10	19	¿Duerme la mitad de la población más de 7 horas? ¿El aporte más frecuente es de \$1 000? ¿Cada persona aporta alrededor de unos \$600?
Horas de sueño en la noche	Número de personas																		
3	12																		
4	15																		
5	23																		
6	40																		
7	38																		
8	32																		
9	21																		
10	19																		
DONACIÓN PARA INSTITUCIÓN DE BENEFICENCIA <table><thead><tr><th>Monto de la donación en pesos</th><th>Número de personas</th></tr></thead><tbody><tr><td>100</td><td>495</td></tr><tr><td>500</td><td>249</td></tr><tr><td>1 000</td><td>123</td></tr><tr><td>2 000</td><td>89</td></tr><tr><td>5 000</td><td>44</td></tr></tbody></table>	Monto de la donación en pesos	Número de personas	100	495	500	249	1 000	123	2 000	89	5 000	44	¿El aporte más frecuente es de \$1 000? ¿Cada persona aporta alrededor de unos \$600?						
Monto de la donación en pesos	Número de personas																		
100	495																		
500	249																		
1 000	123																		
2 000	89																		
5 000	44																		

Para retroalimentar la actividad y que las y los estudiantes reflexionen sobre el proceso que se debe seguir para reconocer qué medida estadística se pide en un determinado ejercicio o problema y plantear un modelo en base a la media, moda o mediana, para resolver correctamente el problema, se sugiere la siguiente forma de retroalimentación:

SEÑALES DE APRENDIZAJE

INSTRUCCIÓN: Durante o luego de la actividad, colorea el círculo del color que corresponde a cada criterio.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	
Identifica según el contexto las palabras claves que se relacionan con la media, moda o la mediana.	
Escoge correctamente la medida de tendencia central que se debe determinar para dar respuesta al problema.	
Determina correctamente la moda, la media y la mediana.	
Responde al problema, interpretando correctamente el valor de la media, moda o mediana.	

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN
FORMATIVA

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Contexto	Marca palabras en el contexto.	Marca palabras en el contexto que tienen relación con las medidas estadísticas.	Marca palabras en el contexto que tienen relación con las medidas estadísticas y asocia a las medidas de tendencia central.
	Calcula alguna medida estadística.	Calcula la medida estadística según el contexto.	Calcula la medida estadística según el contexto e interpreta el valor obtenido.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

Es importante, al igual que en el desempeño anterior, tener claridad en los pasos a seguir para poder comparar las muestras en base a la información entregada. Tanto la definición de los elementos a comparar, como los criterios que serán la base de la comparación, se deben elegir cuidadosamente. Se sugiere dar tiempo en la clase, de modo que todos y todas puedan participar, trabajar y evaluar cuáles criterios son mejores que otros. Trabaje también en la correcta recolección de la información de cada criterio de las muestras y, especialmente, en las conclusiones que puedan establecerse en base a la idea de similitudes y diferencias a partir de la información obtenida de cada criterio.

Actitudes

En este desempeño se sugiere trabajar con las y los estudiantes no solo en la resolución de los problemas. Cada problema planteado, así como otros que se puedan plantear, se enmarcan en contextos que son muy ricos en temas a conversar con sus estudiantes. Con ellos se trabajarán el respeto, la diversidad, la flexibilidad en el razonamiento y en los distintitos paradigmas, en la valoración del otro, etcétera. En este sentido se recomienda detenerse un momento en cada problema, reflexionar y conversar.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo personal

Para organizar e implementar el trabajo de este desempeño, se sugiere:

Independencia	Pensar las soluciones y los caminos para obtenerlas por cuenta propia.
Confianza en lo que se sabe	Generar seguridad en lo que se hace en cada paso. La confianza como facilitador de explicaciones propias y para explicar a otros.
Trabajar a su propio ritmo	En ciertos momentos es necesario saber dónde se está y trabajar al propio ritmo.
Practicar la autoregulación	La tarea requiere de concentración y fuerza de voluntad para acudir a alguien y pedir ayuda directa.

Actividad de desempeño

3

Propósito

Con el trabajo de esta actividad se espera que los y las estudiantes trabajen la habilidad de resolver problemas. Para lograr la internalización de esta habilidad se sugiere mostrar los pasos necesarios para comprender el problema y calcular e interpretar los resultados para dar una respuesta. Es esperable que puedan reproducir esta estrategia de resolución de problemas en los problemas a los que se enfrenten y que sean similares. Entonces, esta actividad estará basada en la construcción del método para adquirir la habilidad de resolución de problemas, enmarcados en el cálculo de la media, la moda y la mediana de un grupo de datos.

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones.
(Resolver problemas)

Conocimientos esenciales

- Media
- Mediana
- Moda

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que incluya:

- Operatoria con números naturales.
- Operatoria con decimales.
- Lectura de gráficos de barra.
- Elaboración de tablas de datos.
- Definición de media.
- Definición de moda.
- Definición de mediana

Desarrollo de la actividad

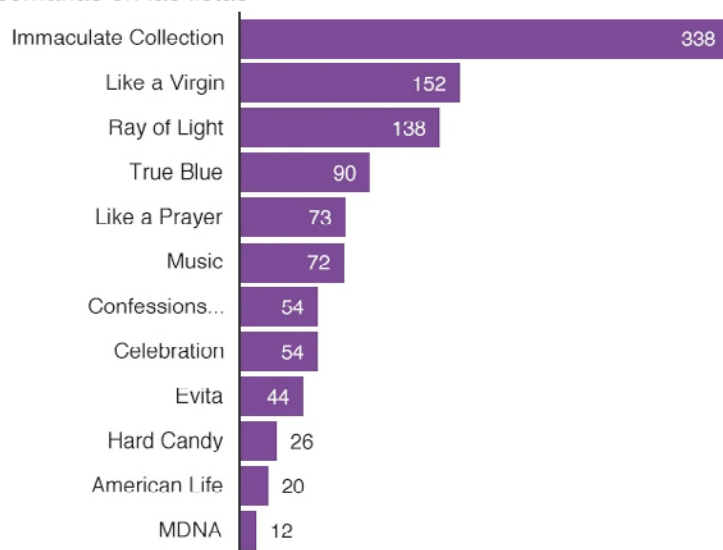
CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para trabajar en la construcción del procedimiento de la resolución de problemas, se sugiere trabajar con la siguiente estrategia interrogativa según los tres pasos de la resolución de problema.

Pasos	Secuencia interrogativa
1. Comprender el problema	▶ ¿Cómo expreso el problema con mis propias palabras? ▶ ¿Cuáles son las variables del problema? ▶ ¿Cuáles son los datos que hay disponibles de manera directa? ▶ ¿Se requieren otros datos?
2. Representar o calcular	▶ ¿De qué forma puedo organizar los datos? ▶ ¿De qué manera puedo relacionar las variables? ▶ ¿Qué contenidos de la matemática ayudan en el trabajo con los datos? ▶ ¿Qué propiedades o relaciones puedo utilizar para pasar a la siguiente etapa? ▶ ¿Qué aplicación está faltando para tener una respuesta?
3. Dar respuesta al problema	▶ ¿El resultado responde al problema? ▶ ¿Habrá otras soluciones posibles? ▶ ¿Cómo explico y comunico la respuesta? ▶ ¿El resultado requiere una interpretación de acuerdo con el contexto del problema?

Immaculate Collection permaneció más tiempo en las listas de éxito

Álbums de Madonna en el #1 en Reino Unido por número de semanas en las listas



Fuente: Listas oficiales de éxitos

BBC

Se sugiere utilizar un organizador gráfico para aplicar esta secuencia a problemas relacionados con la media, la moda y la mediana.

Medir el éxito de popularidad de un artista según las semanas que permanecen sus canciones en los rankings internacionales.

- ▶ ¿Qué nos dicen los datos y las medidas de tendencia central sobre el éxito de los sencillos de Madonna en el Reino Unido?

Fuente: <https://www.bbc.com/mundo/noticias-45202316>

Descripción del problema (frases propias):		
La idea es utilizar las medidas de tendencia central para medir el éxito de los sencillos de Madonna según las semanas en que han estado como número 1 en el Reino Unido		
¿Cuáles son las variables del problema?	¿Cuáles son los datos que hay disponibles de manera directa?	¿Requiero de otros datos?
Cantidad de títulos: 12 Cantidad de semanas: 1073	Las frecuencias absolutas de las semanas que ha estado cada sencillo como número 1.	Sí, de las medidas de tendencia central.



Conocimiento matemático para utilizar:	¿Cómo organizo la información?	¿De qué manera puedo relacionar las variables?	¿Qué propiedades o relaciones puedo utilizar para pasar a la siguiente etapa?
	En tablas, gráficos o listas.	Utilizando la media, moda o mediana.	Media: $\frac{1073}{12} \approx 89,4$ Moda: 338



¿Qué estaría faltando para tener una respuesta?	¿El resultado responde al problema?	Respuesta: Madonna es una cantante exitosa en el Reino Unido.
Interpretar estos cálculos.	Al decir que Madonna ha tenido sus doce sencillos en promedio unas 89,4 semanas como número 1, se puede afirmar que la cantante ha tenido 12 éxitos. Estos han estado en promedio casi dos años como número 1 en el ranking del Reino Unido.	

PRÁCTICA GUIADA Para guiar la internalización de la habilidad de resolución de problemas invite a sus estudiantes a respetar el paso a paso, a tomar el tiempo necesario para comprender el problema, leer el enunciado, escribir los datos del problema y pensar en el significado de los conceptos estudiados. Refuerce la importancia del orden en el desarrollo y de la interpretación de los resultados en el contexto dado. Un problema que puede trabajar con su curso es:

Para plantear políticas de mejora de la calidad del trabajo, una empresa consulta a sus trabajadores sobre las horas que cada uno se demora en volver a sus casas después del trabajo.

Tiempo en minutos que demora en llegar a la casa	Cantidad de prendas
30	21
45	42
60	78
75	12
90	30
105	29
120	17

La empresa decide dar un beneficio si el 50% de sus trabajadores demoran más de 60 minutos. ¿Los trabajadores podrán contar con algún beneficio?

Pasos	Procedimiento
1. Comprender el problema	Se pide calcular la mediana del tiempo ya que interesa determinar los tiempos de viaje de la mitad de la población.
2. Representar o calcular	Son 229 datos $229 : 2 = 114,5$ El dato central se encuentra en el lugar 115. Al sumar las frecuencias se tiene: $21 + 42 = 63$ $63 + 78 = 141$ El término en el lugar 115 es de 60 minutos de retraso.
3. Dar respuesta al problema	Que la mediana sea 60 quiere decir que el 50% de los trabajadores demora 60 minutos o más en llegar a su casa. Sin embargo, como en la categoría donde está la mediana hay aún 26 datos después de la mediana que aún tienen valor igual a 60, habría trabajadores que son parte del 50% de la población que se demora 60 minutos y no más. Por lo tanto, la empresa no dará el beneficio.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Se sugiere realizar el trabajo en tríos. Cada estudiante tendrá una parte de la resolución de problema por vez. En la tabla se muestra un esquema de trabajo según los tres pasos vistos de la resolución de problemas.

Conexión interdisciplinar
Historia, Geografía
y Ciencias Sociales
OA4 Nivel 2 EB

	Paso 1	Paso 2	Paso 3
Estudiante A	Problema 1	Problema 2	Problema 3
Estudiante B	Problema 3	Problema 1	Problema 2
Estudiante C	Problema 3	Problema 2	Problema 1

Problema 1

A Marcelo, su doctor le pidió que midiera sus niveles de azúcar en la sangre de manera diaria durante una semana, pues sospecha que podría tener diabetes. Si los registros de Marcelo fueron las siguientes:

98 – 110 – 98 – 114 – 98 – 80 – 98 – 101 – 98 – 100 –
111 – 109 – 107 – 105 – 99 – 85 – 87 – 90

¿Cuál fue su nivel de azúcar en la sangre la mayoría de los días?
¿A cuánto ascendió su nivel de azúcar?

Problema 2

Las empresas de turismo fueron afectadas por la pandemia. Tras la apertura de las fronteras, un grupo ha tomado el informe del año 2019 en el rubro para analizarlo. Los datos son los que aquí se muestran:



Problema 3

Tiempo de desconexión en horas	Número de personas
1	76
2	172
3	124
4	43
5	35
6	50

¿En qué tramo horario se desconecta la mitad de los encuestados?

Para retroalimentar la actividad y que sus estudiantes puedan detectar aquellos conceptos que han sido bien aprendidos y los que deben reforzar, se sugiere la siguiente forma de retroalimentación:

Mueve el pin al nivel que corresponde para cada criterio. 	 Excelente	 Bueno	 Medianamente logrado	 Puede mejorar
CRITERIO 1: Identifica las diferencias entre el cálculo de media, mediana y moda.				
CRITERIO 2: Identifica la información necesaria para resolver el problema, organizando en tablas u ordenando de menor a mayor los datos.				
CRITERIO 3: Calcula la media y determina la moda y mediana.				
CRITERIO 4: Da respuesta al problema utilizando la medida estadística que requiere la situación.				

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN FORMATIVA

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Estrategia de 3 pasos	Identifica el orden los de pasos.	Asocia la secuencia interrogativa con la resolución del problema en 3 pasos.	Asocia la secuencia interrogativa con la resolución del problema en 3 pasos y utiliza el ordenador gráfico.
Paso 1	Identifica que hay un problema al cual se le puede dar respuesta.	Identifica que hay un problema al cual se le puede dar respuesta y lo describe con sus propias palabras.	Identifica que hay un problema al cual se le puede dar respuesta, lo describe con sus propias palabras y asocia algún concepto con moda, media y mediana.
Paso 2	Calcula una de las medidas de tendencia central.	Calcula las medidas de tendencia central que dan respuesta al problema.	Calcula las medidas de tendencia central que dan respuesta al problema según el contexto.
Paso 3	Elabora una respuesta.	Elabora una respuesta con el resultado previamente calculado.	Elabora una respuesta con el resultado previamente calculado e interpreta según el contexto.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

En este desempeño, debido a que es el trabajo de una habilidad, es fundamental poder modelar con los y las estudiantes los procesos de razonamiento que hay detrás de cada paso planteado, así como también el orden en que ellos se realizan. También es importante que sean conscientes del razonamiento que realizan y más aún de lo que han dejado de hacer o han hecho de forma incorrecta al resolver los problemas. Para ello, se sugiere dar espacio para que verbalicen sus aciertos y errores. De esta manera, podrán comprender el problema, identificar los datos, seleccionar las estrategias, aplicar los procedimientos matemáticos correctos y dar respuesta exitosa a lo pedido.

Se recomienda utilizar las TIC tanto para generar representaciones de la información, como para obtener datos reales de las situaciones sobre las que se está interesado en averiguar. Es necesario dar tiempo para el aprendizaje del uso de los programas tradicionales, por ejemplo, para el uso de las planillas de cálculo. También, dar tiempo para la búsqueda de información en los medios de comunicación, como periódicos y revistas impresas o en línea, la televisión tradicional o de aplicaciones como YouTube.

Actitudes

Es importante recordar que, como el trabajo en la adquisición de la habilidad de resolución de problemas requiere de constante metacognición, se debe invitar a las y los estudiantes a participar activamente, a respetar los ritmos y tiempos tanto propios como el de las demás personas. Trabajar también la perseverancia y la tolerancia a la frustración es un pilar fundamental de este desempeño.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en tríos

Para organizar e implementar el trabajo de este desempeño, se sugiere:

Organización del trabajo	Organizar los roles de cada integrante y distribuir el trabajo antes de comenzar.
Utilización de listas	Las listas permiten ir verificando lo qué ha realizado cada integrante. Se sugiere tener la lista a la vista de la clase.
Tiempo	Dar un tiempo determinado para cada etapa. Esto permitirá terminar a tiempo con la tarea.

Actividad de desempeño 4

Propósito

Con el trabajo de esta actividad se espera aplicar las medidas de tendencia central: moda, media y mediana, en la comparación de dos muestras y establecer también las ventajas y desventajas de utilizar estas medidas al realizar esta comparación. Es deseable que los y las estudiantes sean capaces de establecer algunos criterios que les permitan discernir cuándo dos o más poblaciones pueden ser comparables y cuáles son las mejores medidas estadísticas para ello.

OA 2

Contrastar información entre distintos niveles de representación para un mismo contenido matemático aprovechando las herramientas disponibles. **(Representar)**

Conocimientos esenciales

- Media
 - Mediana
 - Moda
-

Tiempo estimado: 6 horas

Diagnóstico

En este caso se sugiere realizar un diagnóstico que incluya:

- Operatoria con números naturales.
- Operatoria con decimales.
- Lectura de gráficos de barra.
- Elaboración de tablas de datos.
- Definición de media.
- Definición de moda.
- Definición de mediana

Desarrollo de la actividad

SITUACIÓN EXPERIENCIAL

El o la docente presentará diferentes imágenes para motivar la conversación en torno al tema de la comparación de dos o más muestras, la necesidad y las condiciones para realizar la comparación y los criterios para realizarla entre dos poblaciones.

Algunas de las imágenes que se sugieren para dialogar sobre la comparación son:



Algunas de las posibles preguntas que podrían guiar la conversación son:

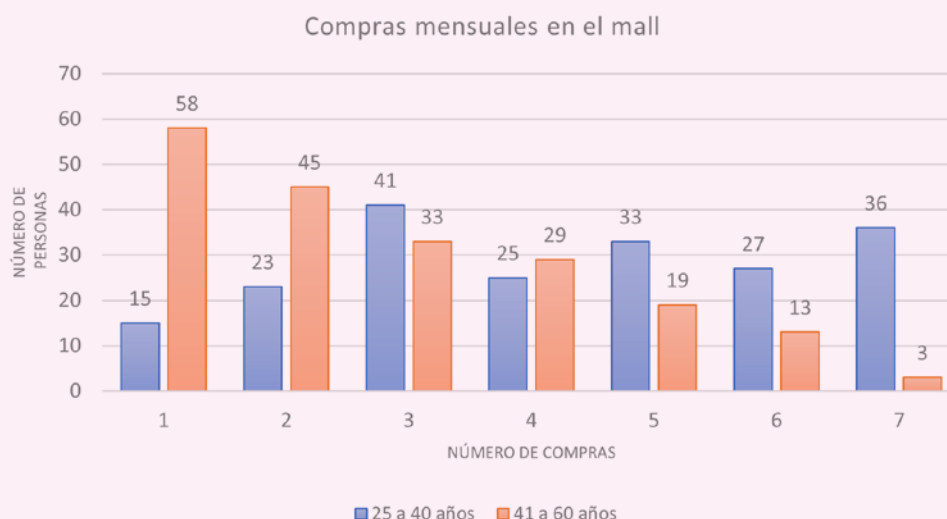
- ▶ ¿Es posible establecer diferencias y similitudes entre las imágenes?
- ▶ ¿Qué tamaño tienen las muestras en las imágenes?
- ▶ ¿Qué tipo de población son?
- ▶ ¿Qué características tienen en común?

CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO

Para construir el conocimiento y la habilidad que trabaja este desempeño es fundamental que los y las estudiantes puedan establecer los pasos a seguir para realizar una comparación. Se sugiere que, al igual que en el desempeño anterior, se explicita cada paso y al abordar los ejercicios y problemas, estos se desarrollen paso a paso. También es recomendable que, a medida que aborden los ejercicios, se reflexione sobre la pertinencia de las comparaciones y en qué ocasiones es factible realizar una comparación donde las conclusiones que se hacen a partir de ella sean representativas de los datos.

Comparación

Se ha realizado un estudio sobre la frecuencia de compras en un mall según el rango de edad de las personas. La información obtenida se presenta en el siguiente gráfico:



¿Cómo se podría comparar la información de estos dos grupos etarios?

¿Qué se podría concluir?

Se puede comparar utilizando las tres medidas de tendencia central, la moda, la media y la mediana.

25 a 40 años	41 a 60 años
Moda: 3 compras mensuales	Moda: 1 compra mensual
Mediana: 4 compras mensuales	Mediana: 2 compras mensuales
Media: 4,3 compras	Media: 2,8 compras

La personas encuestadas:

- ▶ Entre 25 y 40 años van más veces al mes al mall que las que tienen entre 41 y 60 años.
- ▶ La mitad de las personas entre 25 y 40 años van el doble de veces al mall que la mitad de los de 41 a 60 años.
- ▶ En promedio las personas entre 25 y 40 años van casi dos veces más al mall mensualmente que aquellas que tienen entre 41 y 60 años.

PRÁCTICA GUIADA Para guiar la internalización de la habilidad de comparación y poder contrastar información de distintos grupos, se sugiere trabajar con columnas de comparación en forma explícita. Invite a sus estudiantes verbalizar la finalidad de cada columna según las características de cada población.

Conexión interdisciplinar
Historia, Geografía
y Ciencias Sociales
OA4 Nivel 2 EB

Comparación

En una escuela, se hizo una encuesta a parte de su estudiantado para ver cuántas horas de música escuchan. Los resultados se presentan en el siguiente gráfico:

Horas diarias en las que se escucha música

Cantidad de horas	Grupo 1 (Azul)	Grupo 2 (Naranja)
0	7	4
1	12	12
2	21	15
3	7	10
4	3	9

¿Cómo se podría comparar la información de estos dos grupos etarios?

¿Qué se podría concluir?

Se puede comparar utilizando las tres medidas de tendencia central, la moda, la media y la mediana.

Hombres	Mujeres
Moda: 2 horas	Moda: 2 horas
Mediana: 2 horas	Mediana: 2 horas
Media: 1,74 horas	Media: 2,16 horas

Hay diferencias y similitudes.

- ▶ En ambos la mayoría de las personas escucha 2 horas diarias de música.
- ▶ En ambos grupos, la mitad de las personas que escucha música durante más tiempo lo hace de 2 a 4 horas al día.
- ▶ En cuanto al promedio y la diferencia entre hombres y mujeres, se puede afirmar que mientras los hombres escuchan un poco más de una hora al día, las mujeres lo hacen un poco más de 2 horas al día.

PRÁCTICA INDEPENDIENTE

Se sugiere trabajar en parejas en problemas donde los y las estudiantes deban comparar distintas muestras en base a las medidas de tendencia central: moda, media y mediana. Para esto, es recomendable que cada uno de los integrantes tome la representación de una de las características a comparar.

Comparación

A nivel nutricional, se recomienda consumir al menos 2 veces a la semana pescados y mariscos. En este contexto, en una encuesta nacional de salud se ha preguntado: ¿Cuántas veces en la semana usted consume pescado?

Los resultados fueron los siguientes:

Veces en que se come pescado en su familia	De 15 a 25 años	De 26 a 50 años
0	23	20
1	32	22
2	11	24
3	7	8
4	2	1

¿Cómo se podría comparar la información de estos dos grupos etarios?

¿Qué se podría concluir?

Se puede comparar utilizando las tres medidas de tendencia central, la moda, la media y la mediana.

15 a 25 años	26 a 50 años
Moda: 1 vez	Moda: 2 veces
Mediana: 1 vez	Mediana: 1 vez
Media: 1,1 veces	Media: 1,3 veces

Hay diferencias y similitudes.

- ▶ La mayoría de las personas de 15 a 25 años come 1 vez a la semana pescado y la mayoría de las personas de 26 a 50 años comen 2 veces a la semana pescado.
- ▶ La mitad de las personas come menos de una vez a la semana pescado. Esto es independiente del tramo etario.
- ▶ En promedio, las personas de 15 a 25 años comen 1,1 veces a la semana pescado y el promedio de veces que las personas de 26 a 50 años son de 1,3 veces.

Para retroalimentar la actividad y que sus estudiantes puedan detectar aquellos conceptos que han sido bien aprendidos y los que deben reforzar, se sugiere la siguiente forma de retroalimentación:

Mueve el pin al nivel que corresponde para cada criterio.		 Excelente	 Bueno	 Medianamente logrado	 Puede mejorar
CRITERIO 1: Utiliza una tabla de comparación de manera ordenada.					
CRITERIO 2: Identifica según el contexto los elementos que se pueden comparar.					
CRITERIO 3: Calcula para cada población las medidas de tendencia central.					
CRITERIO 4: Establece similitudes y diferencias, y concluye según el contexto del problema.					

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Evaluacion/#recuadros_articulo_8495_2

EVALUACIÓN
FORMATIVA

Para verificar aprendizajes, se sugiere considerar una rúbrica con los siguientes criterios:

Indicador	Inicial	Intermedio	Avanzado
Media, moda y mediana	Calcula alguna medida de tendencia central.	Calcula alguna medida de tendencia central y la compara por su diferencia.	Calcula alguna medida de tendencia central y la compara por su diferencia y el contexto.
	Elabora frases de respuestas.	Elabora frases de respuestas de comparación de dos poblaciones.	Elabora frases de respuestas de comparación de dos poblaciones y utiliza las medidas de tendencia central.

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

Es importante, al igual que en el desempeño anterior, tener claridad en los pasos a seguir para poder comparar las muestras en base a la información entregada. Tanto la definición de los elementos a comparar, como los criterios que serán la base de la comparación, se deben elegir cuidadosamente. Se sugiere dar tiempo en la clase, de modo que todos y todas puedan participar, trabajar y evaluar cuáles criterios son mejores que otros. Trabaje también en la correcta recolección de la información de cada criterio de las muestras y, especialmente, en las conclusiones que puedan establecerse en base a la idea de similitudes y diferencias a partir de la información obtenida de cada criterio.

Actitudes

En este desempeño se sugiere trabajar con las y los estudiantes no solo en la resolución de los problemas. Cada problema planteado, así como otros que se puedan plantear, se enmarcan en contextos que son muy ricos en temas a conversar con sus estudiantes. Con ellos se trabajarán el respeto, la diversidad, la flexibilidad en el razonamiento y en los distintitos paradigmas, en la valoración del otro, etcétera. En este sentido se recomienda detenerse un momento en cada problema, reflexionar y conversar.

Orientaciones para organizar e implementar el trabajo en parejas

Para organizar e implementar el trabajo de este desempeño, se sugiere:

COLABORAR	Actividad dentro del horario de clases, el trabajo colaborativo y cómo ocurre debe ser observado en clases.
	Entregar las instrucciones claras de lo que se espera. Dar una rúbrica con criterios y dejar aproximadamente dos minutos para corroborar que las instrucciones fueron comprendidas.
	La evaluación formativa es grupal. En este caso la evaluación entre pares debe realizarse una vez que se haya desarrollado la idea de contribuir para el logro de los objetivos entre todos y todas.
	Decida con anterioridad la forma de organizar los grupos, ya sea de forma aleatoria por coincidencia con la conjetura. Considere siempre la cantidad de participantes por grupos y cantidad de la clase.
	Decida con anterioridad los momentos en que los y las participantes del grupo se escuchan y toman las primeras decisiones para organizar lo que hará cada persona y el momento en que en que los grupos se escuchan entre sí.

Módulos Electivos de la Asignatura

Módulo Electivo 1
**Aprendizaje Basado
en Proyectos**

Módulo Electivo 2
**Aprendizaje Basado en
Resolución de Problemas**

Módulo Electivo 1

Aprendizaje Basado en Proyectos

Visión panorámica

Gran idea

Los números naturales, las fracciones y su operatoria son un medio para describir cantidades y relaciones que permiten resolver problemas en contextos cotidianos.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. **(Argumentar y Comunicar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Fracciones.
 - Decimales.
 - Fracción de una cantidad.
 - Adición de fracciones y decimales.
 - Sustracción de fracciones y decimales.
 - Multiplicación de fracciones y decimales.
 - División de fracciones y decimales.
 - Operatoria combinada con fracciones y decimales.
-

Tiempo estimado: 6 semanas (24 horas)

Resumen del Proyecto

El proyecto interdisciplinario **Expresar las fracciones en la elaboración de instrumentos musicales** surge de la necesidad de crear objetos que permitan expresarnos musicalmente. Aprender cómo se construye un instrumento musical mediante el uso de las fracciones, puede sentar los cimientos para una artesanía de instrumentos, como también puede motivar a la comprensión de la estructura de estos instrumentos desde la matemática. El proyecto da la oportunidad de enfrentarse a un problema desde una perspectiva propositiva y activa. Los y las estudiantes proponen desde la sinergia para actuar de manera concertada y obtienen un resultado mayor a la suma de los resultados particulares, entendiendo que un instrumento musical puede generar emociones en otras personas.

Se busca que los y las estudiantes elaboren instrumentos musicales que tienen el propósito de generar sonidos, que se relacionan con fracciones; o bien modificar la estructura de instrumentos musicales ya conocidos para generar sonidos nuevos.

Nombre del Proyecto

Expresar las fracciones en la elaboración de instrumentos musicales

Presentación central

Los costos de instrumentos musicales profesionales no necesariamente están al alcance de todas las personas. Aprender sobre la estructura de los instrumentos musicales puede facilitar su elaboración y la creación de otros nuevos, ya sea con material de construcción o reciclado. La música siempre ha sido un canal de expresión para los seres humanos. Muchas veces, lo que sentimos, vivimos y experimentamos es más fácil expresarlo de manera no verbal y la música es uno de estos caminos de expresión.

Propósito

En este proyecto se busca que las y los estudiantes propongan y elaboren un producto para expresar lo que dicen las fracciones, en particular instrumentos musicales; o bien utilizar las fracciones como conocimiento para la elaboración de instrumentos musicales. La forma de abordar el proyecto corresponde a una investigación sobre la relación entre las fracciones, lo auditivo y los instrumentos musicales. Luego se deben tomar decisiones sobre lo que se quiere elaborar y lograr con parte del instrumento, además de justificar mediante el uso de fracciones. El proyecto concluye con la presentación del instrumento y su ejecución. El paso principal para la planificación del instrumento será el cálculo de las fracciones según lo que se quiere lograr. Este puede variar tras la elaboración, mediante el uso de la estrategia de ensayo y error, y así lograr lo que realmente se quiere escuchar.

Objetivos de Aprendizaje

Matemática

OA1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. (Representar)

OA 5

Explicar soluciones propias, procedimientos utilizados, definiciones y reglas trabajando con empatía y respeto. (Argumentar y Comunicar)

Ciencias Naturales

OA 1

Observar y describir objetos, procesos y fenómenos del mundo natural usando los sentidos y pensando con flexibilidad para reelaborar las propias ideas, puntos de vista y creencias. (Observar y plantear preguntas)

PREGUNTAS

- ▶ ¿Cómo se relaciona la música con las fracciones?
- ▶ ¿Cómo considerar las fracciones en la construcción de instrumentos musicales?
- ▶ ¿Cómo comprender los cambios de sonido?
- ▶ ¿Qué ocurre con el sonido al variar las dimensiones de partes del instrumento?

TIPO DE PROYECTO INTERDISCIPLINARIO

- Matemática
- Ciencias Naturales

PRODUCTOS

- Informe breve de la investigación.
- Esquema del instrumento.
- Instrumento musical.
- Afiche con los resultados para ser mostrados a la comunidad.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

- Creatividad e innovación.
- Pensamiento crítico.
- Trabajo colaborativo.
- Uso de la información.

Recursos

Para el modelo concreto del instrumento musical: material de construcción, reciclado o de fácil adquisición como tubos de PVC, botellas, cuerdas plásticas. Para la elaboración manual del afiche: impresión del afiche si fuera necesario o papelógrafos y plumones.

Etapas

FASE 1 Identificación del problema

En esta fase las y los estudiantes investigarán cómo se utilizan las fracciones en la música. Las notas de la escala musical, el tiempo de duración de cada nota, el ritmo, la melodía y cómo pueden estar regidos por las fracciones, como en las partituras. En esta fase se espera que puedan comprender cómo se usan las fracciones para que, a partir, de una cuerda tensa o de un envase lleno se logren los sonidos exactos de las notas de la escala musical.



Algunas de las preguntas para motivar el trabajo de esta fase pueden ser:

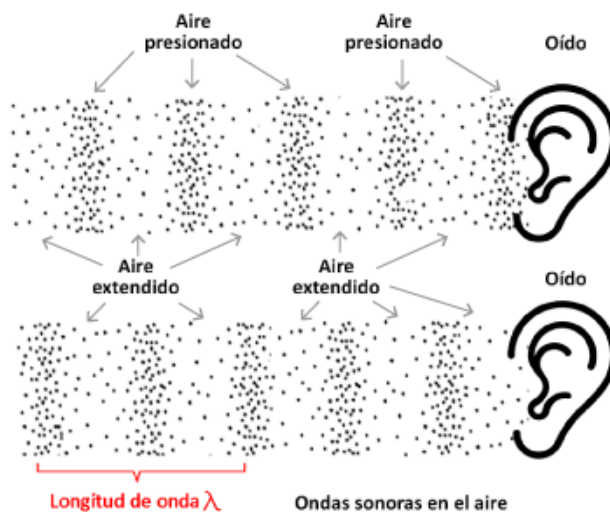
- ▶ ¿Qué es una escala musical?
- ▶ ¿Qué notas componen una escala musical?
- ▶ ¿Qué relación existe entre las fracciones y las notas de la escala musical?
- ▶ ¿Qué relación hay entre el tamaño del instrumento y lo que escuchamos?
- ▶ ¿Cómo se relacionan las fracciones con el sonido que escuchamos?

Al final de esta fase los y las estudiantes deben tener un marco teórico sobre el cual sustentar algunas de las decisiones sobre el instrumento que quieren elaborar, identifican el problema para la elaboración de un instrumento y conocen las soluciones que se han aplicado en otros instrumentos.

FASE 2 Experimentación sensorial y las fracciones

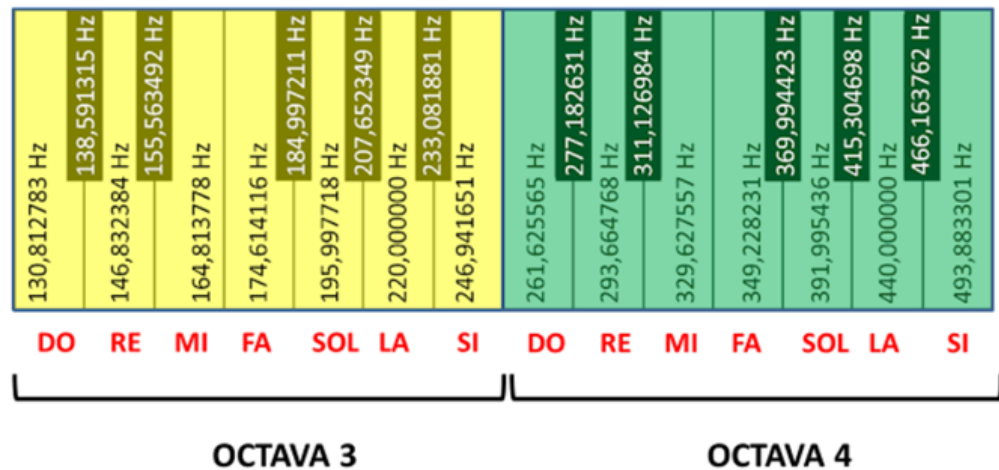
En esta fase se espera que las y los estudiantes experimenten sobre la relación entre las fracciones y el sonido para crear las notas de una escala musical, en la propagación del sonido y en la relación con la frecuencia del sonido de cada nota musical.

- ▶ ¿Cómo se propaga el sonido que escuchamos a través de las ondas sonoras?



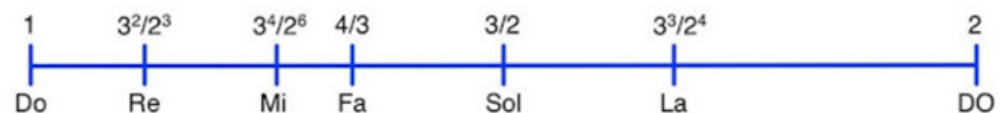
Si se propaga un tono en el aire no se propagan las partículas del aire. Lo que se propaga es una secuencia de presión y extensión que se genera en el aire. Así, al tímpano del oído llegan en forma alternada presión y depresión causando la oscilación del tímpano, que finalmente se percibe como tono. A esta secuencia de presión y extensión la llamamos onda sonora.

Decimos que la frecuencia de una onda sonora es la altura o la cantidad de veces que vibra por segundo y esta es la característica por la que distinguimos cada uno de los sonidos que escuchamos. La frecuencia de una onda sonora se mide en una unidad llamada Hertz. Un ejemplo de la frecuencia de las notas musicales es la de la imagen adjunta. Puede preguntar a sus estudiantes: ¿Qué fracciones se pueden establecer entre cada nota y su frecuencia?

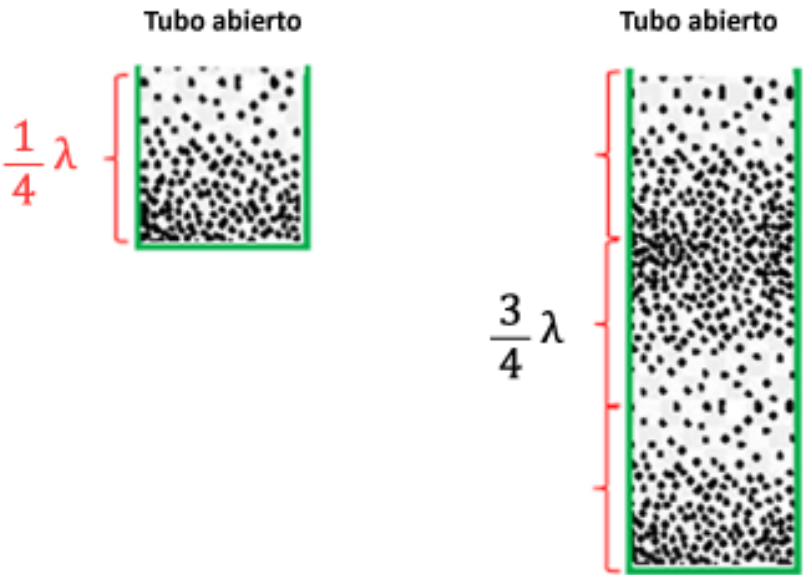


Fuente: <https://www.ciudadpentagrama.com/2018/02/frecuencia-notas-musicales-octavas-semitono-tono-formula.html>

► ¿Cómo se obtienen las notas de la escala musical a partir de una cuerda tensa?



También se pueden sugerir algunos experimentos como el siguiente que calcula la longitud de onda en base a la frecuencia de las notas. Si se conoce la frecuencia de la nota musical o sonido, se puede calcular el largo de una onda del tono. En un tubo, por reflexión del sonido, dentro de él se genera una onda sonora estacionaria bajo la condición que en la parte abierta del tubo hay la máxima depresión en el aire. Esto ocurre si en el tubo la altura de la columna del aire tiene exactamente $\frac{1}{4}\lambda$, donde λ es la longitud de la onda sonora.



Por medio de un recipiente con agua, un tubo de PVC y un diapasón o una aplicación de celular que emita las notas musicales con frecuencia en Hertz, se puede calcular la longitud de la onda sonora para esa nota al utilizar la siguiente tabla. Se redondea en cm a la 1ª decimal

Frecuencia f [Hz]	Cálculo de λ [cm]	Largo λ [cm]	Altura de la columna de aire [cm]
440	$\frac{340}{440}$	77,3	19,3
660	$\frac{340}{660}$	51,5	12,9
880	$\frac{340}{880}$	38,6	9,7
1 200	$\frac{340}{1\ 200}$	28,3	7,1

Materiales	Posición	Mover, escuchar y marcar

Algunos *links* sugeridos para la investigación son:

- <https://www.palermo.edu/ingenieria/downloads/CyT6/6CyT%2003.pdf>
- https://revistasuma.fespm.es/wp-content/uploads/2022/01/68_109-116.pdf

FASE 3 Elección del instrumento a confeccionar y diseño de los planos

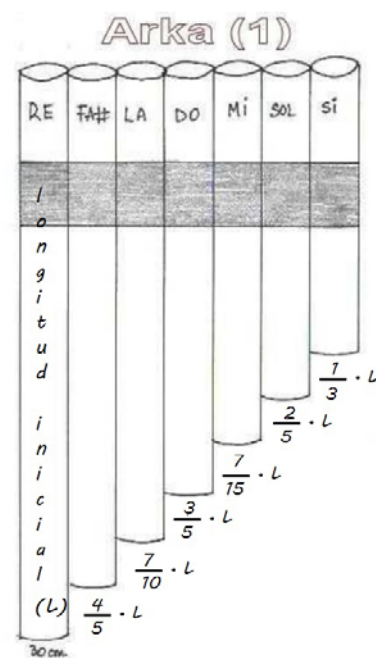
En esta fase cada grupo escogerá un instrumento para confeccionar con materiales reciclados. Se sugiere elaborar previamente una lista de posibles instrumentos que se puedan elaborar y que cada grupo escoja uno. Luego, el grupo deberá presentar un bosquejo del diseño del instrumento que explique cómo se construirá (incluyendo los materiales necesarios) y cómo las fracciones ayudan a que emita las notas deseadas.

Algunos de los posibles instrumentos son:

- Zampoñas y flautas (hechas con cañerías de PVC).
- Xilófono (hechos con botellas llenas de agua).
- Guitarra (plástico con cuerdas de nylon).

Algunas de las preguntas que pueden guiar esta fase son:

- ▶ ¿Qué fracciones utilizaré en el instrumento que quiero elaborar?
- ▶ ¿Qué quiero lograr con estas fracciones?
- ▶ ¿Cómo puedo incluir un tono intermedio?
- ▶ ¿Qué ocurre si agrego una parte al instrumento?
- ▶ ¿Si se hace un poco más largo?
- ▶ ¿Si se agrega la fracción $\frac{2}{3}L$?



Cada grupo podrá construir el instrumento que desee y probará utilizando la estrategia de ensayo y error entre el sonido que quiere lograr y la fracción a utilizar. Los instrumentos tienen como fundamento de su ejecución las fracciones y el trabajo con estas para obtener el sonido que emite. Para la realización de esta etapa se puede buscar información en Internet o bien consultar a docentes de música o ciencias.

Lo fundamental de esta fase es que cada grupo respalde su elección y realice los cálculos matemáticos de fracciones necesarios para que, al construir el instrumento elegido, este suene con las notas correctas de la escala musical.

Algunos enlaces que pueden servir de apoyo son:

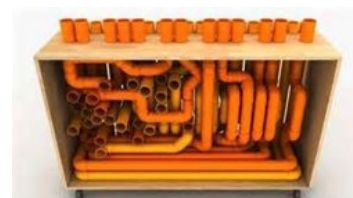
- https://www.secst.cl/upfiles/documentos/06042015_740pm_5523359834eb8.pdf
- <https://www.youtube.com/watch?v=f27BGASKDbQ&t=85s>

FASE 4 Construcción del instrumento

En esta fase cada grupo deberá conseguir el material reciclado necesario para la confección del instrumento y confeccionarlo. Además, debe asegurar que, cuando se toque, emita notas similares a las esperadas de la escala musical. Cada grupo tendrá el deber de probar su instrumento antes de la entrega. Algunas preguntas que pueden guiar la conversación en esta etapa son:

- ▶ ¿Qué materiales necesitamos para construir nuestro instrumento?
- ▶ ¿Qué cantidad de cada material necesitamos?
- ▶ ¿Dónde y cómo vamos a conseguir el material?
- ▶ ¿Quién estará encargado de conseguir cada material?
- ▶ ¿Cómo asignaremos qué trabajo hace cada uno?
- ▶ Se espera que esta fase finalice con la muestra o entrega del instrumento.

Algunos ejemplos pueden ser los siguientes:



En esta fase se espera que cada grupo pueda elegir una canción o pieza musical breve a interpretarla con su instrumento. Cada grupo, entonces, debe hacer una breve presentación ante el curso o la comunidad. En esta presentación cada grupo hará una breve introducción en la que muestre su instrumento y dé a conocer cómo se diseñó, explicite la forma en que la matemática está presente y cómo se construyó. Deben hacer referencia a los materiales usados y, luego, interpretar el tema elegido.

Es fundamental que en esta presentación cada grupo de cuenta de las 4 etapas anteriormente realizadas. Algunas posibles preguntas que pueden guiar la presentación son:

- ▶ ¿Cómo fue el proceso de diseño y construcción del instrumento musical?
- ▶ ¿Qué papel tuvo la matemática en el diseño del instrumento?
- ▶ ¿Qué materiales eligieron y por qué fueron adecuados para su instrumento?
- ▶ ¿Qué dificultades o desafíos encontraron durante el proyecto y cómo los superaron?
- ▶ ¿Por qué eligieron esa canción o pieza musical y cómo se relaciona con su instrumento?

Evaluación

Se sugiere la siguiente rúbrica de evaluación del proceso del proyecto:

Aspectos a evaluar	Puntaje por aspecto	Puntaje obtenido por el o la estudiante
Planteamiento del problema		
Identifica la relación entre las fracciones y la música y la oportunidad que se tiene para la elaboración de un instrumento propio con ciertas características de sonido.	3	
Identifica la relación entre las fracciones y la música y la oportunidad que se tiene para la elaboración de un instrumento propio.	2	
Identifica la relación entre las fracciones y la música.	1	
No identifica ninguna relación entre las fracciones y la música.	0	
Experimentación		
Experimenta con varios materiales y elabora de manera sistemática una tabla con datos extraídos de la experimentación y los relaciona con el tamaño y las fracciones utilizando la noción de parte-todo.	3	
Experimenta con varios materiales y los relaciona con el tamaño y las fracciones utilizando la noción de parte-todo.	2	
Experimenta con varios materiales.	1	
No experimenta de manera concreta.	0	
Elección del instrumento		
Argumentan la elección del instrumento a elaborar justificando cada parte del instrumento con las fracciones y el sonido que se quiere lograr.	3	
Argumentan la elección del instrumento a elaborar justificando cada parte del instrumento con las fracciones.	2	
Argumentan la elección del instrumento utilizando criterios estéticos.	1	
No argumentan la selección del instrumento.	0	

Aspectos a evaluar	Puntaje por aspecto	Puntaje obtenido por el o la estudiante
Construcción del instrumento		
Elaboran un instrumento basándose en los argumentos dados previamente, relacionando cada parte del instrumento con las fracciones y construyendo en base a este conocimiento.	3	
Elaboran un instrumento basándose en los argumentos dados previamente.	2	
Elaboran un instrumento.	1	
No elaboran un instrumento.	0	
Presentación		
Presentan el instrumento, logran tocar las notas según lo esperado, lo acompañan con un afiche y responden a las preguntas de los espectadores.	3	
Presentan el instrumento, logran tocar las notas según lo esperado y responden a las preguntas de los espectadores.	2	
Presentan el instrumento con un afiche.	1	
No hacen una presentación.	0	

Criterios de habilidades para el siglo XXI

Se sugiere usar rúbricas y criterios relacionados con habilidades para el siglo XXI de Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico, y Trabajo colaborativo, como también de Diseño del proyecto y la Presentación del trabajo que se muestran en el texto metodología de Aprendizaje basado en Proyectos, páginas 21 a 29 en https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-140166_recurso_pdf.pdf

Módulo Electivo 2

Aprendizaje Basado en Resolución de Problemas

Visión panorámica

Gran idea

El movimiento de figuras 2D permite describir, medir y comparar características invariantes de los objetos.

Objetivos de aprendizaje

OA 1

Expresar matemáticamente información del entorno y de problemas utilizando diversas representaciones e interesándose por las posibilidades que ofrece la tecnología. **(Representar)**

OA 4

Modelar acciones y situaciones cotidianas en lenguaje matemático asumiendo posturas razonadas. **(Modelar)**

OA 6

Identificar los datos, seleccionando estrategias, y aplicando los procedimientos a situaciones idénticas, pensando con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones. **(Resolver problemas)**

Conocimientos esenciales

- Reflexiones de figuras 2D
 - Traslaciones de figuras 2D
 - Rotaciones de figuras 2D
 - Perímetro y área
-

Tiempo estimado: 6 semanas (24 horas)

Propósito

En este módulo electivo se busca desarrollar las habilidades de resolver problemas, modelar y representar a través de la metodología del aprendizaje basado en el problema Un nuevo estacionamiento para Santiago de Chile. Para esto, se propone un contexto relacionado con la necesidad de tener estacionamientos en ciudades grandes como Santiago de Chile. Los y las estudiantes buscan y representan información mediante el uso de fórmulas del perímetro y del área para determinar la cantidad de autos que alcanzarían en un estacionamiento de forma rectangular. Además, utilizan las nociones de traslación y rotación para visualizar la estructura del estacionamiento.

Título

Un nuevo estacionamiento para Santiago de Chile¹⁵

Presentación del problema

Para que las y los estudiantes se preparen para el problema, se sugiere plantear la escasez de estacionamientos en las grandes ciudades como el contexto del problema. Este es un dilema cotidiano que se vive en varias ciudades de Chile. La idea de construir un nuevo estacionamiento implica que las y los estudiantes asuman el rol de un arquitecto, lo que les permitirá reconocer la importancia que tiene esta profesión.

- ▶ ¿Qué consideraciones deberíamos tener para construir un estacionamiento?
- ▶ ¿Cuál podría ser una buena distribución de los autos?
- ▶ ¿Qué superficie podría tener el estacionamiento?
- ▶ ¿Cuáles son los movimientos del auto que influyen en esta construcción?
- ▶ ¿Cuántas plazas se pueden tener por piso?

Para modelar desde el propio entorno, se anima a las y los estudiantes a relacionarse conscientemente con su entorno, a proponer consejos para la ciudad y a considerar diferentes aspectos en la resolución de un problema, especialmente sobre la longitud, el área y los movimientos de los autos. Estas ideas y sus variaciones crean formas de pensar más complejas, que luego se pueden organizar y comunicar, especialmente en la fase de comparación de los resultados.

Para presentar el problema del módulo, se sugiere entregar un documento impreso y por medio de la escucha activa y la lectura comprensiva, promover que cada estudiante registre detalles de la situación general y de su propia situación con respecto al diseño de un estacionamiento.

¹⁵ La elaboración del problema fue realizada por la Dra. Rita Borromeo-Ferri de la Universidad de Kassel, Alemania, 2021.

La escasez de estacionamientos en Santiago de Chile es una dificultad para todos quienes viven y trabajan en la ciudad. Una empresa tuvo la suerte de obtener un permiso para construir un estacionamiento en 4 226 m² de terreno. El arquitecto debe determinar de antemano la cantidad aproximada de automóviles que cabrán en él.

- Apoya al arquitecto en su planificación y en la justificación matemática de cuántos automóviles se pueden estacionar en el nuevo aparcamiento durante el próximo año.
- Presenta tus hallazgos de forma comprensible, como si quisieras que te adjudicaran el contrato del proyecto.



Algunas consideraciones para enfrentar el problema

- Acciones para enmarcar la búsqueda de información. Por ejemplo, cuánto miden en promedio los autos de ciudad; cuánto espacio necesita para hacer una vuelta, para bajarse del auto cuando se abren las puertas; que condiciones de calidad hay para los estacionamientos en Chile.
- Preguntas previas que permiten acercarse al problema son:
 - ▶ ¿Cuál es el problema?
 - ▶ ¿Cuál es mi conocimiento previo sobre el tema?
 - ▶ ¿Cómo puedo confirmar estas estimaciones?
- Organización para enfrentarse al problema y las posibles variaciones que se pueden hacer al problema.

Los y las estudiantes asocian la situación de ayuda al arquitecto con sus propias experiencias y se hacen una idea mental de la situación y de los requerimientos. Esta etapa previa es importante, porque se descubre la pregunta y surgen los pasos hacia la solución y la construcción del conocimiento.

Investigación

Los y las estudiantes averiguan sobre las medidas de los autos (largo y ancho) y comparten la información con sus pares en caso de ser necesario. Organizan la información en tablas y construyen el conocimiento sobre área y movimientos de los autos para estacionarse.

Desarrollo de la investigación

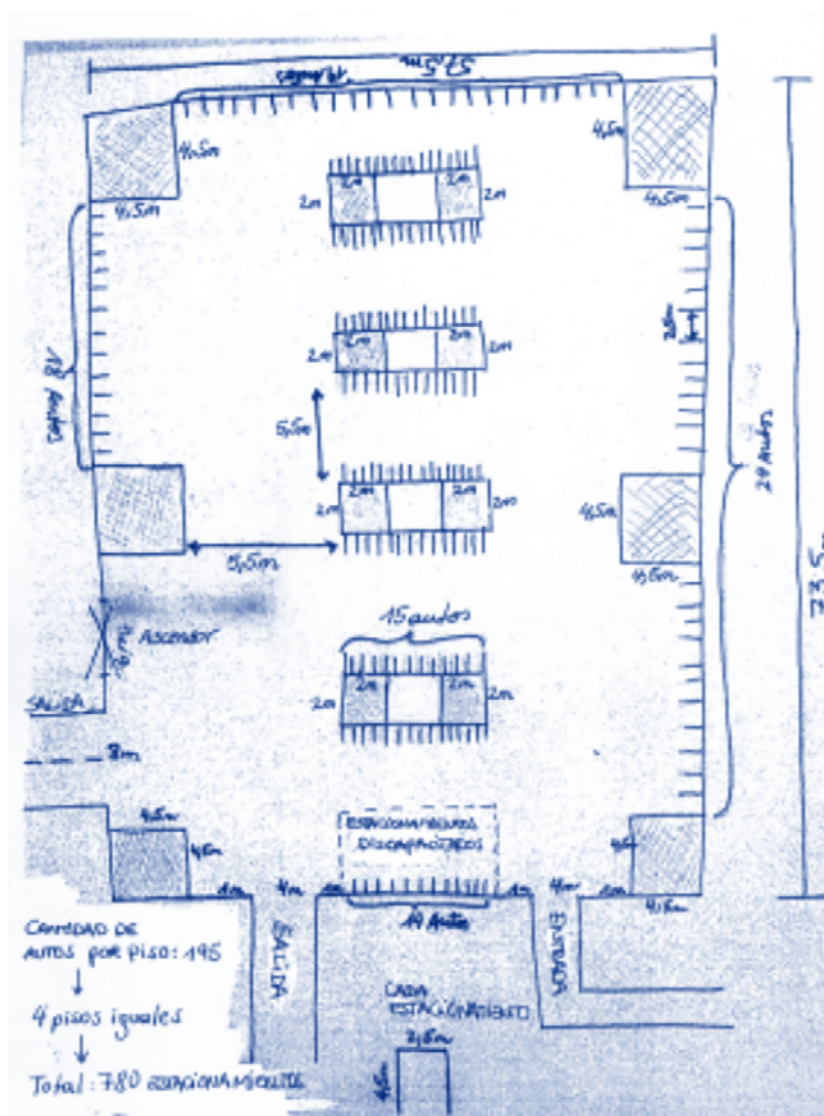
- Buscar datos de las medidas de los autos.
- Medidas estandarizadas de estacionamiento.
- Organizar los datos en tablas.
- Medidas de estacionamientos para discapacitados.
- Medida de áreas para caminar, de ascensores, salidas y entradas.
- Espacio para las escaleras.

Posibles soluciones al problema

Los y las estudiantes elaboran un esquema con los supuestos para matematizar y construir el modelo matemático. Este consiste principalmente en el cálculo de áreas y, por lo tanto, de multiplicaciones. Con la ayuda de un boceto, por ejemplo, la cuestión de qué elementos deben formar parte del aparcamiento se puede aclarar al dividir el área.

Para lograr un resultado satisfactorio a través del trabajo matemático, se sugiere considerar:

- Planta rectangular para hacer un buen uso de la zona.
- Ubicación de las plazas de aparcamiento.
- Número de ascensores.
- Conexiones a través de entradas a o desde los pisos.
- Número y disposición de los pilares de soporte.
- Disposición de las salidas de emergencia.
- Ubicación de las entradas y salidas.



A partir de esta posible respuesta, se puede incluir una comparación y proponer un nuevo esquema que sea más realista. Las nuevas preguntas que pueden organizar esta etapa podrían ser:

- ▶ ¿He respondido al problema?
- ▶ ¿Qué variaciones se pueden hacer?
- ▶ ¿Qué es más aconsejable para este caso?
- ▶ ¿Necesito de nuevos datos?
- ▶ ¿Necesito apoyo de nuevos conocimientos?

Estas preguntas ayudan a repensar el problema y a profundizar en la siguiente etapa, ya sea en la presentación de la información o en la ampliación del conocimiento, al transferir desde un ejemplo a una situación particular.

Evaluar una solución del problema

Los y las estudiantes evalúan una solución al problema y transfieren a su caso particular. Se sugiere relevar la representación utilizada para, luego, elegir la más adecuada según el problema seleccionado y la respuesta que se quiere presentar.

Al partir del supuesto de que la planta debe ser rectangular, el área dada de $4\,226\text{ m}^2$ da como resultado una longitud de $73,5\text{ m}$ y un ancho de $57,5\text{ m}$:

$57,5\text{ m} \cdot 73,5\text{ m} = 4\,226,25\text{ m}^2$. Lo cual es una buena aproximación de $4\,226\text{ m}^2$.

- Los pilares en el borde exterior del estacionamiento deben medir $4,5\text{ m} \cdot 4,5\text{ m}$ cada uno. Para ahorrar espacio y permitir que quienes conducen entren y salgan, se miden las dimensiones de un espacio de estacionamiento en $2,5\text{ m} \cdot 4,5\text{ m}$.
- Las ocho columnas dispuestas en pares en el medio tienen las dimensiones $2\text{ m} \cdot 2\text{ m}$.
- Los caminos de entrada en los pisos entre las filas de espacios de estacionamiento deben tener $5,5\text{ m}$ de ancho.
- La entrada y salida tiene 4 m de ancho y la rampa de ascenso y descenso entre los pisos es de 8 m de ancho.
- También hay un ascensor de 6 m de ancho para los clientes.

Si pone los elementos para tener en cuenta en relación con el largo y ancho del estacionamiento, queda claro que las dimensiones totales de los elementos individuales no deben exceder dichas dimensiones.

- En el lado este del estacionamiento hay tres pilares que juntos tienen una longitud de $13,5\text{ m}$. Esto deja 60 m para espacios de estacionamiento con un ancho de $2,5\text{ m}$ cada uno. Como resultado, 24 autos encajan uno al lado del otro en este lado $60\text{ m} : 2,5\text{ m} = 24$. En el lado norte hay dos pilares que juntos ocupan 9 m . Aquí hay 19 coches $48,5\text{ m} : 2,5\text{ m} = 19,4$.

- En el lado oeste se resta $3 \cdot 4,5 \text{ m} = 13,5 \text{ m}$ para los pilares, 6 m para el elevador y 8 m para las ramplas de ascenso y descenso, con una longitud de 46 m . Por lo tanto, hay espacio para 18 plazas de aparcamiento adicionales $46 \text{ m} : 2,5 \text{ m} = 18,4 \text{ m}$.
- Los espacios de estacionamiento para discapacitados se encuentran en el lado sur, entre la entrada y la salida. Reste el $2 \cdot 4,5 \text{ m} = 9 \text{ m}$ de los pilares y el $2 \cdot 6 \text{ m} = 12 \text{ m}$ de las entradas y salidas. Esto da como resultado 14 plazas de aparcamiento $36,5 \text{ m} : 2,5 \text{ m} = 14,6$.
 - ▶ Para todos los espacios de estacionamiento en el medio, a lo largo de los pilares, debe haber un ancho de $2 \cdot 4,5 \text{ m} = 9 \text{ m}$ para los pilares exteriores y $2 \cdot 5,5 \text{ m} = 11 \text{ m}$ para los pasillos. Estos se restan para que quepan en un rango de 15 coches $37,5 \text{ m} : 2,5 \text{ m} = 15$.
- Sumar los espacios de estacionamiento en las áreas individuales da la capacidad de estacionamiento para un piso:
 - ▶ $8 \cdot 15$ autos en los estacionamientos del medio + 24 autos en el lado este + 19 autos en el lado norte + 18 autos en el lado oeste + 14 autos en los estacionamientos para discapacitados dan como resultado 195 estacionamientos por piso.
 - ▶ El aparcamiento de varios pisos tendrá cuatro plantas, por lo tanto, tiene una capacidad total de $4 \cdot 195 = 780$ plazas de aparcamiento.

Elaborar predicciones y ajustar las respuestas

Los y las estudiantes comparan y elaboran los cálculos para su propio plan y realizan ajustes según las condiciones iniciales. Esto se traduce en sacar o agregar algunos espacios según las necesidades de estacionamiento.

En general, los resultados obtenidos en esta situación particular deben ser evaluados desde un sentido de realidad y con una postura razonada, para proponer en base a datos reales.

- La comparación realizada por medio de la diferencia de valores debe ser interpretada bajo cada contexto particular. La elección final quedará en manos del arquitecto, la presentación de la información debe ser lo bastante sólida para que se tomen decisiones en base a los datos y no bajo supuestos.
- La consideración de algunos posibles cambios según las normas establecidas para la calidad de los estacionamientos debería quedar expresada según el esquema y sus ajustes.
- Los resultados obtenidos se evalúan bajo la pregunta: ¿Sirven estos cálculos según el dato inicial sobre la cantidad de metros cuadrados a utilizar eficientemente?
- Un razonamiento que surge de los resultados de esta situación particular es presentar siempre una segunda opción.

- La comparación de cada plano y sus cálculos, así como la evaluación de los resultados debe tener la premisa de que todas las situaciones son diferentes y cada caso es correcto. Lo que se busca es la justificación con cálculos precisos y cercanos al máximo total del área.

Comunicar

Los resultados obtenidos son comunicados y comparados entre ellos. Por ejemplo, se pueden considerar la misma cantidad de estacionamientos, mayor espacio para abrir las puertas, para caminar y para el ascensor, para así ver similitudes en los resultados o las variaciones en el procedimiento. Algunas preguntas para guiar esta etapa son:

- ▶ ¿Qué tienen en común las propuestas de estacionamiento?
- ▶ ¿Qué tiene de nuevo o especial este estacionamiento?
- ▶ ¿Qué propuesta ha utilizado más eficientemente el espacio?

Se sugiere comunicar la información y las sugerencias mediante el uso de alguna de estas posibilidades:

- Afiche
- Poster
- Dóptico
- Presentación
- Informe
- Video

Orientaciones al docente

Para unificar conceptos disciplinares

Se sugiere precisar los momentos que sean de aplicación de conocimientos. Por ejemplo, en la aplicación de las fórmulas de área o en la construcción del conocimiento relacionado con los movimientos que se realizan para estacionar un auto.

Para focalizar el desarrollo de habilidades

Aunque esta actividad desarrolla varias habilidades matemáticas, se sugiere focalizar el desarrollo solo en una de ellas. Para esto se puede tener presente la siguiente estrategia interrogativa enfocada en el desarrollo de la habilidad de representar:

- ¿Qué es lo que quiero representar?
- ¿Con qué medios puedo representarlo?
- ¿Qué se requiere matemáticamente para poder transitar entre los diferentes niveles de representación?
- ¿Cuál es la nueva representación?
- ¿De qué otra manera se puede expresar la misma información?

Además, se puede poner a disposición de los y las estudiantes un organizador gráfico que puede ser utilizado como bitácora para el desarrollo del problema. Por ejemplo:

Descripción del problema propio:		
¿Cuáles son las variables del problema que voy a considerar?	¿Cuáles son los datos que hay disponibles en cada etapa?	¿Requiero de otros datos?
↓		
Conocimiento matemático para utilizar:		
¿Cómo organizó la información?	¿Cuál es el modelo u operatoria que voy a seleccionar?	¿Qué propiedades o relaciones puedo utilizar para pasar a la siguiente etapa?
↓		
¿Qué estaría faltando para tener una respuesta?	¿El resultado responde al problema?	¿Cómo explico y comunico mi respuesta?
Respuesta particular:		

