FELIX KLEIN

MATEMÁTICA EN RUTA

FICHA TÉCNICA
Situación Didáctica Esencial

El BINGO y los cartones ganadores:
desafiando el azar a través del juego

Nivel	5° básico	Eje curricular	Datos y probabilidades

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA

USACH

Situación Didáctica Esencial

El bingo y los cartones ganadores:
desafiando el azar a través del juego

MATEMÁTICA EN RUTA

FICHA TÉCNICA

Descripción	La situación permitirá a las y los estudiantes reconocer y proponer estrategias destinadas a aumentar sus probabilidades de ganar un juego de azar, utilizando de manera intuitiva el concepto de probabilidad.
Nivel	5° básico.
Eje temático	Datos y probabilidades.
Objetivos de Aprendizaje de las BBCC	**OA25** Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.
Objetivos de Aprendizaje de la SDE	• Identificar que los posibles resultados obtenidos al lanzar dos dados y sumar sus puntos no son equiprobables, a partir de la repetición sucesiva del experimento. • Proponer estrategias ganadoras en un juego de azar a partir de la comparación de la posibilidad de ocurrencia de diferentes eventos. • Aplicar la noción cualitativa de probabilidad para tomar decisiones en nuevas situaciones.
Habilidades matemáticas	*Argumentar y comunicar* **OAd** Formular preguntas y posibles respuestas frente a suposiciones y reglas matemáticas. **OAf** Comunicar de manera escrita y verbal razonamientos matemáticos: • Describiendo los procedimientos utilizados • Dsando los términos matemáticos pertinentes *Modelar* **OAi** Aplicar, seleccionar, modificar y evaluar modelos que involucren [...] el análisis de datos y predicciones de probabilidades sobre la base de experimentos aleatorios. *Representar* **OAl** Extraer información del entorno y representarla matemáticamente en diagramas, tablas y gráficos, interpretando los datos extraídos.

Ministerio de Educación Gobierno de Chile · Plan de Reactivación Educativa · Matemática en Ruta · Felix Klein · USACH

INSTRUCCIONES PARA EL O LA DOCENTE

Esta Situación Didáctica Esencial consta de cuatro fases. En la fase 1, las y los estudiantes jugarán bingo, utilizando cartones conformados por cuatro números distintos entre el 1 y el 12. En el juego, cada número se "canta" tras el lanzamiento de dos dados de seis caras, numerados del 1 al 6 (dados cúbicos), y luego se suman los puntos obtenidos. Ganan el bingo los/las jugadores/as que logran completar los cuatro números de su cartón.

Durante esta fase se espera que, mediante la realización de partidas sucesivas, alumnos y alumnas puedan percatarse de que hay ciertos números que aparecen con mayor frecuencia que otros y, en particular, que el 1 nunca sale. A partir del reconocimiento de aquellos números que tienen mayor probabilidad de salir, se espera que paulatinamente vayan descartando aquellos tableros que contengan los números 1, 2, 11 y 12 y tiendan a escoger cartones que contengan los números 6, 7 u 8, cuya probabilidad de ocurrencia es mayor, para aumentar sus chances de ganar la partida.

En la fase 2, se pone a prueba lo anterior, y aquí las y los estudiantes deben construir su propio cartón ganador, escogiendo cuatro números distintos entre el 1 y el 12. Se espera que ese cartón contenga números que tengan mayor probabilidad de ocurrencia.

En la fase 3, alumnos y alumnas explican y justifican las estrategias que utilizaron para elegir y luego completar su cartón, aplicando de manera intuitiva el concepto de probabilidad. Se finaliza con la fase 4, donde se consolida lo aprendido con un último bingo, en el cual las y los estudiantes ganan al no acertar a ningún número, por lo que se espera que escojan cuatro números distintos cuya probabilidad de ocurrencia es menor.

Para que la implementación de esta SDE se desarrolle de manera óptima, sugerimos fomentar en todo momento un clima de aula adecuado para el aprendizaje. En esta línea, es importante promover un ambiente de respeto y escucha activa, que le permita a usted como docente plantear de buena manera las instrucciones para el desarrollo de las actividades y que las y los estudiantes puedan expresar y escuchar las ideas de los demás, resguardando una participación equitativa.

A continuación, se presenta la descripción de cada fase que compone esta Situación Didáctica Esencial, incluyendo las orientaciones didáctico-matemáticas para su gestión e implementación en aula.

Esta ficha técnica finaliza entregando posibilidades de adaptación de esta Situación Didáctica Esencial a otros niveles educativos.

Ministerio de Educación Gobierno de Chile
PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA
MATEMÁTICA EN RUTA
FELIX KLEIN
USACH

FASE 1

¡A jugar bingo!

Objetivo	Reconocer que los posibles resultados de un experimento aleatorio no son equiprobables, a partir de los resultados obtenidos al repetir sucesivamente este experimento.
Consigna	• Escojan alguno de los cartones disponibles para jugar bingo. • Un/a jugador/a gana la partida si salen los cuatro números de su cartón. En tal caso deberá gritar ¡BINGO! • Los números que salen en este bingo se obtienen sumando los puntos resultantes al lanzar dos dados comunes (dados con caras del 1 al 6).
Materiales	• Cartones de bingo numerados plastificados • Dos dados comunes en formato virtual o físico. Los dados virtuales se pueden obtener del sitio https://es.mathigon.org/polypad • Una tabla para el registro de los números que van saliendo (en formato Excel) • Plumones • Toalla de papel • Presentación Power Point [diapositivas 1 a 6] • Premios para los ganadores (dulces, lápices, stickers, etcétera)
Consideraciones del material	• Se debe considerar un cartón por cada estudiante más 30 cartones adicionales. • Cada cartón debe tener 4 números del 1 al 12 (sin repetición). • Al menos 10 cartones del total deben incluir el número 1.
Modalidad de trabajo	Cada estudiante juega con un solo cartón. El juego se realiza de manera colectiva.

Descripción de la fase 1 y sugerencias de gestión

En esta fase las y los estudiantes jugarán al bingo. Es necesario que la profesora o el profesor pregunte si conocen este juego y si lo han jugado en alguna oportunidad, dando espacio para que las niñas y los niños comenten sus experiencias.

Se comienza el juego presentando la primera consigna de esta actividad: *"Escojan alguno de los cartones disponibles para jugar bingo"* (Presentación de Power Point, diapositiva 3). Para esto, el o la docente distribuye sobre un par de mesas algunos de los cartones de bingo para que las y los estudiantes, de manera ordenada, puedan escoger uno para jugar. Es importante asegurarse de que la cantidad de cartones para elegir sea de aproximadamente 10 más que la cantidad de estudiantes que hay en la sala, y que en esta cantidad se incluyan cartones con el número 1, de modo que haya estudiantes que escojan algunos de ellos.

Luego de que cada estudiante elige su cartón, retorna a su puesto y, mientras tanto, usted puede preguntarles por qué eligieron ese cartón en particular. Se espera que las respuestas obtenidas tengan relación, por ejemplo, con la elección de números de la suerte, números relacionados con fechas especiales, o simplemente por "tincada".

En este momento se entregan plumones a las alumnas y a los alumnos para que marquen cada vez que salga alguno de los números de su cartón. También se les entrega toalla de papel, para que puedan borrar sus marcas una vez que termine la partida.

Se presenta entonces la segunda y tercera consigna del juego: *"Un jugador/a gana la partida si salen los cuatro números de su cartón. En tal caso deberá gritar ¡BINGO!" y "Los números que salen en este bingo se obtienen a partir de la suma de los puntos resultantes al lanzar dos dados comunes"* (Presentación de Power Point, diapositiva 4).

Los dados utilizados en el juego pueden ser físicos o virtuales. En el primer caso se pueden lanzar sobre un escritorio o alguna mesa. Si se decide utilizar dados virtuales, se recomienda proyectarlos, de modo que el conjunto de estudiantes pueda ver el resultado de cada lanzamiento. Una vez que se lancen los dados, es importante decir a viva voz el número obtenido.

El o la docente debe asegurarse de que la totalidad de estudiantes han comprendido la consigna. Para esto, se recomienda hacer un primer lanzamiento de prueba, lanzando los dados una vez, diciendo en voz alta el número obtenido y pidiendo a aquellos estudiantes que tienen el número en el cartón que lo marquen.

En este juego de prueba, es importante presentar la tabla de registro, que en su primera columna considera los números del 1 al 12 y en las siguientes columnas registra las partidas que se jugarán.

Número	Partida 1	Partida 2	Partida 3
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

Tabla de registro

En esta tabla se debe ir registrando con una X los números que van saliendo en cada bingo. A modo de ejemplo, se puede marcar el número que salió en el juego de prueba. Para la dinámica de la actividad es muy importante que todos los y las estudiantes puedan ver con claridad las anotaciones de los números que se van marcando, ya que esto es un insumo para tomar la decisión de cambiar o no el cartón en las próximas rondas.

Una vez que se ha ejemplificado un juego de prueba, se retornan los materiales a su presentación original: en los cartones se borran las marcas realizadas por el lanzamiento de prueba y se elimina el registro de la tabla.

En este momento, es posible que algunos o algunas estudiantes se manifiesten disconformes con su cartón porque contiene el 1 o que quieran cambiarlo. Si esto sucede, se recomienda ofrecer la oportunidad de cambio, sin ahondar en los motivos que sustentan esta decisión, ya que en las siguientes fases se abordará por qué un cartón que incluye el 1 nunca será un cartón candidato a ganar el juego.

Con todo lo anterior, el profesor o la profesora ya puede comenzar con el primer juego de bingo, siguiendo los pasos que se exponen a continuación:

- Lanzar ambos dados y mencionar a viva voz el resultado obtenido, correspondiente a la suma de los puntos de los dados. Mientras las y los estudiantes marcan el número en sus cartones, su docente marca el número en la tabla de registro.
- Se repite el paso anterior, marcando en la tabla de registro todos los números que van saliendo. Si algún número aparece por segunda vez, no es necesario que se vuelva a marcar en la tabla de registro.
- Se lanzan nuevamente los dados, se "cantan los resultados" y se van anotando en la tabla de registro hasta que alguien grite ¡BINGO!

Cuando un o una estudiante grita ¡BINGO!, se le debe solicitar que diga en voz alta sus números para chequear en la tabla de registro que tales números efectivamente salieron durante el juego. En el caso de que haya uno o más cartones ganadores, se entregan los premios correspondientes a aquellos/as estudiantes que ganaron y se finaliza la ronda con un aplauso para quienes que ganaron el juego.

Para el segundo bingo, es necesario contar con otros 10 cartones adicionales que no contengan el número 1, para dar a las y los estudiantes la posibilidad de cambiar su cartón, teniendo una mayor cantidad de cartones para elegir. Se espera que después del primer bingo, los niños y las niñas ya se hayan dado cuenta de que el 1 no puede salir, por lo que el cartón por utilizar en esta segunda ronda no debiese contener el 1.

La dinámica del bingo para este segundo juego sigue siendo la misma que se realizó durante el primero. Es importante conservar el registro de los números que van saliendo en las distintas partidas, sin borrarlos, e incluir en una nueva columna el registro de los números que salen en la segunda partida, tal como se propone en la tabla de registro. Al finalizar este segundo juego, se comienza inmediatamente con el tercero.

Para el cuarto bingo, se entrega nuevamente la opción de cambiar el cartón a las y los estudiantes. Para esto, se dispone de otros 10 cartones más, adicionales a los que habían sobrado en las rondas previas, para que haya más opciones de elegir. A esta altura, se espera que los alumnos y las alumnas elijan cartones que contengan aquellos números que aparecen con más registros en la tabla, descartando los que tienen menos. Se procede a jugar la cuarta ronda, registrando los números obtenidos en la tabla de registro.

Se finaliza el juego con la quinta partida y luego se retiran todos los cartones para avanzar con la fase 2.

FASE 2

Construyendo los cartones del bingo

Objetivo	Proponer estrategias que permitan aumentar las probabilidades de ganar el bingo.
Consigna	• Completen el cartón entregado escribiendo en los espacios cuatro números distintos entre el 1 y el 12. La próxima partida la jugarán con este cartón. • El juga dor o la jugadora gana la partida si salen los cuatro números de su cartón. En tal caso deberá gritar ¡BINGO! • Los números que salen en este bingo se obtienen a partir de la suma de los puntos resultantes al lanzar dos dados comunes.
Materiales	• Cartones de bingo plastificados sin enumerar (1 para cada estudiante) • Dos dados de seis caras virtuales o físicos. Los dados virtuales se pueden obtener del sitio https://es.mathigon.org/polypad • La misma tabla para el registro de los números que se utilizó en la fase 1 (en formato Excel) • Plumones • Toalla de papel • Presentación Power Point [diapositiva 7] • Premios para los ganadores (dulces, stickers, etcétera)
Consideraciones del material	• Debe haber en total un cartón sin numerar para cada estudiante. • Cada cartón debe tener cuatro espacios en blanco para que los y las estudiantes los completen con números distintos entre el 1 y el 12.
Modalidad de trabajo	Cada estudiante tiene un cartón. El juego se realiza de manera colectiva.

Descripción de la fase 2 y sugerencias de gestión

En esta fase las y los estudiantes jugarán un nuevo bingo con otros cartones, que contienen espacios en blanco para escribir números. Se hace entrega de un cartón a cada estudiante para que elaboren su propio cartón de acuerdo con la siguiente consigna: *"Completen el cartón entregado escribiendo en los espacios cuatro números diferentes entre el 1 y el 12. La próxima partida la jugarán con este cartón"* (Presentación de Power Point, diapositiva 7).

Se espera que los cartones construidos por alumnas y alumnos estén conformados, mayoritariamente, por números que tienen más probabilidades de salir y/o que aparecieron más frecuentemente en las partidas anteriores.

Antes de comenzar con el juego, se verifica que todas y todos hayan elegido números que cumplen con las condiciones de la consigna: ser números entre el 1 y el 12, sin que haya números repetidos.

Se inicia un nuevo bingo con las mismas condiciones expuestas en las rondas previas y se van registrando los números que van apareciendo en la tabla. En esta instancia, se espera que el juego sea mucho más rápido, pues los números elegidos deberían ser aquellos que tienen mayores posibilidades de ganar.

Una vez finalizado este bingo, se proceda a la fase 3.

FASE 3

¡A compartir!

Objetivo	Explicar y justificar las estrategias que se han utilizado para elegir y luego completar el cartón del bingo, aplicando de manera intuitiva el concepto de probabilidad.
Materiales	Presentación Power Point [diapositivas 8 a 10]
Modalidad de trabajo	Colectiva.

Descripción de la fase 3 y sugerencias de gestión

En esta fase se invita al curso a compartir las estrategias que usaron en las actividades anteriores planteando las siguientes preguntas:

- En los primeros bingos, ¿en qué se fijaron para escoger su cartón?, ¿lo cambiaron alguna vez?, ¿por qué?
- En el último bingo, ¿qué números pusieron en sus cartones?, ¿por qué esos y no otros?

A partir de estas preguntas se espera que las y los estudiantes expliquen cómo fueron modificando, a lo largo de las partidas, sus estrategias a la hora de escoger ciertos números y descartar otros. Se sugiere contrastar las respuestas obtenidas con las dadas al inicio de la clase, de manera de concluir que, si bien en un inicio la mayoría de estudiantes partió sin una estrategia clara, eligiendo los números más bien por algún tipo de afinidad o creencia, luego de jugar terminaron escogiendo aquellos números que aumentan las posibilidades de ganar.

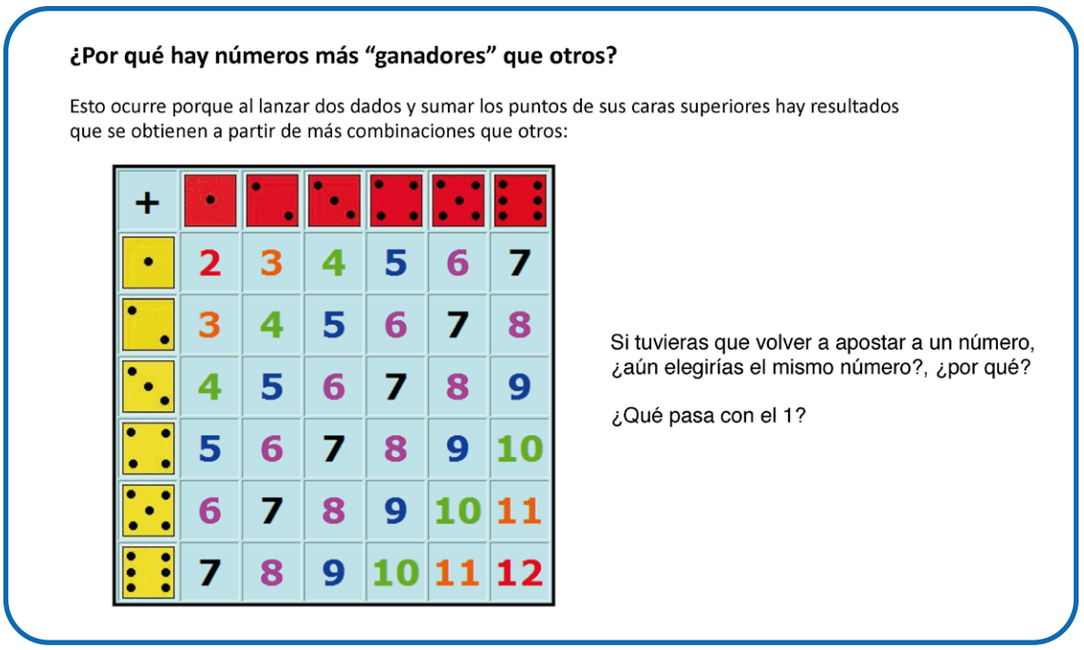
Complemente la discusión planteando las siguientes preguntas (Presentación de Power Point, diapositiva 9):

Al sumar los puntos de los dos dados:

- ¿Hay números que no aparecen nunca?, ¿cuáles?
- ¿Hay números que aparecen muy pocas veces?, ¿cuáles?
- ¿Hay números que aparecen más seguido?, ¿cuáles?
- Si tuvieran que apostar a un solo número, ¿qué número elegirían?, ¿por qué?

El propósito de estas preguntas es que niños y niñas finalmente formulen la idea de que, al lanzar dos dados y sumar la cantidad de puntos, algunos números tienen más probabilidades de salir que otros y den una justificación a este hecho. Por ejemplo, pueden argumentar que con la tabla de registro se aprecia que en las partidas jugadas hasta el momento hay ciertos números que aparecen más que otros. A partir de dicha constatación, puede surgir la idea de cómo explicar el hecho de que el 2 o el 12 salga con mucha menor frecuencia que el 6, el 7 o el 8. En esta línea, se pretende que su gestión como docente propicie que las y los estudiantes concluyan que mientras más combinaciones haya para obtener un determinado número, hay más posibilidades de que este número salga. Por ejemplo, para que salga un 2 solo hay una combinación (1, 1), pero para que salga un 6 hay más configuraciones en los dados (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1). Se pueden construir estas combinaciones de forma colectiva, registrándolas en la pizarra.

En este momento, es relevante mostrar la tabla que resume todos los resultados posibles al sumar los puntos de dos dados, idealmente con colores para facilitar la identificación de los distintos resultados:



Fase 3. Presentación de Power Point: Diapositiva 10

Con esta tabla, que contiene todas las combinaciones que se generan al lanzar dos dados, se pueden validar y comprobar las respuestas que se obtuvieron a partir de las preguntas previas, determinando, por ejemplo, cuál es el número que, en teoría, es más probable que aparezca. Asimismo, se espera que las y los estudiantes relacionen la probabilidad de que salga un resultado con la cantidad de veces que dicho resultado está en la tabla. Así pues, es seis veces más probable que salga un 7 a que salga un 2 o un 12 y, en cambio, que salga un 9 es cuatro veces más probable a que salga un 2. Por último, es necesario destacar nuevamente lo que ocurre con el 1, para que los alumnos y las alumnas puedan argumentar que ese suceso es imposible.

FASE 4

Consolidando lo aprendido: el bingo de los picados

Objetivo	Aplicar los aprendizajes en un juego bajo condiciones diferentes.
Consigna	• En esta modalidad del bingo gana la partida aquel jugador o jugadora que no acierte a ninguno de los cuatro números de su cartón durante todo el juego. • Anoten en su cartón los cuatro números (entre el 1 y el 12) que escogerían para armar su cartón ganador. No debe haber números repetidos. • Al inicio de la partida todo el curso estará de pie. Si sale alguno de los números de su cartón tendrá que sentarse y queda eliminado/a de la partida. Ganará el último jugador o jugadora que siga de pie. • Al igual que en las partidas anteriores, los números que salen en este bingo se obtienen de la suma de los puntos resultantes al lanzar dos dados comunes.
Materiales	• Cartones de bingo plastificados sin enumerar • Dos dados de seis caras virtuales o físicos. Los dados virtuales se pueden obtener del sitio https://es.mathigon.org/polypad • Plumones • Presentación Power Point [diapositiva 11] • Premios para los ganadores (dulces, stickers, etcétera)
Consideraciones del material	Cada estudiante debe tener un cartón sin numerar con cuatro espacios en blanco para que los completen con números.
Modalidad de trabajo	Cada estudiante tiene un cartón. El juego se realiza de manera colectiva.

Descripción de la fase 4 y sugerencias de gestión

En esta última partida de bingo las y los estudiantes deben construir un cartón propio para jugar, pero con un cambio en las reglas del juego.

Se presentan las consignas (Presentación de Power Point, diapositiva 11):

- *En esta modalidad del bingo gana la partida aquel jugador o jugadora que no acierte a ninguno de los cuatro números de su cartón durante todo el juego.*
- *Anoten en su cartón los cuatro números (entre el 1 y el 12) que escogerían para armar su cartón ganador. No debe haber números repetidos.*
- *Al inicio de la partida todo el curso estará de pie. Si sale alguno de los números de su cartón tendrá que sentarse y queda eliminado/a de la partida. Ganará el último jugador o jugadora que siga de pie.*
- *Al igual que en las partidas anteriores, los números que salen en este bingo se obtienen de la suma de los puntos resultantes al lanzar dos dados comunes.*

Se espera que los cartones construidos por las y los estudiantes contengan el número 1 y otros tres números que son menos probables (como el 2, 12, 3 u 11). Se recomienda que, una vez que la totalidad de estudiantes ya estén conformes con su cartón y se encuentren de pie, dejen de lado los materiales adicionales y se les pregunte por los criterios empleados para escoger los números para esta variante del bingo, esperando obtener como respuesta que corresponden a los números más improbables y, en el caso del 1, a un resultado imposible de ocurrir.

Luego, se da inicio al "bingo de los picados", lanzando los dos dados y diciendo en voz alta la suma obtenida. Aquellos/as estudiantes que tienen en su cartón el número "cantado" deben sentarse, quedando eliminados del juego. El juego finaliza cuando quede un solo estudiante de pie, o bien cuando queden varios con los mismos números en sus cartones. En tal caso se declara el ganador o ganadores y se les premia.

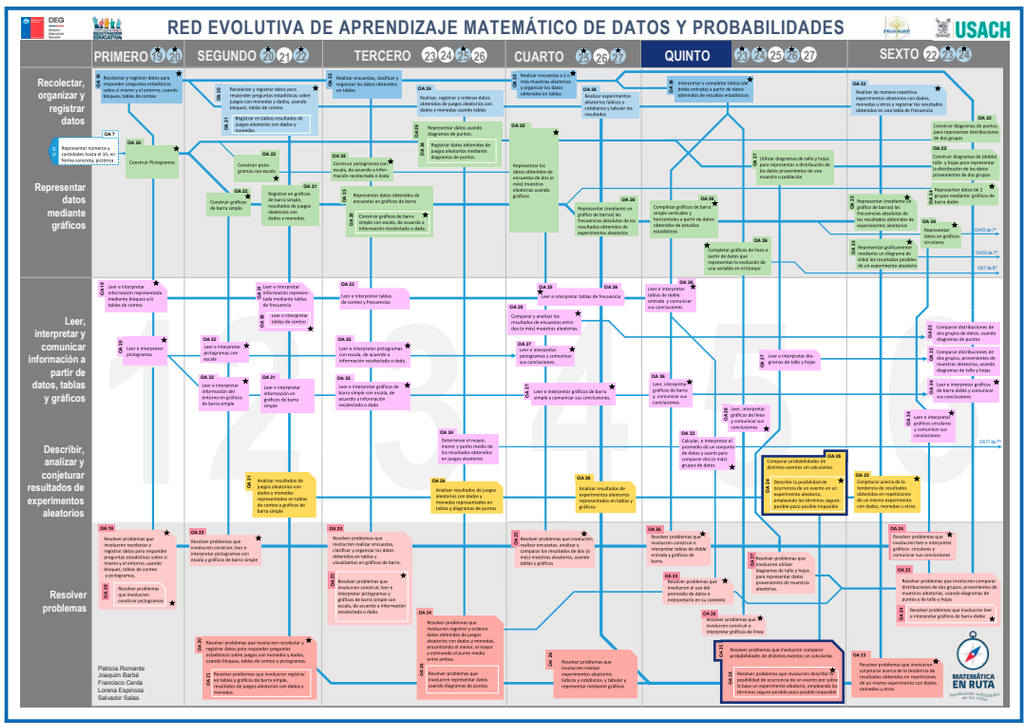
La clase finaliza con un aplauso para todo el curso por su participación en las actividades.

Sugerencias de adaptación de la Situación Didáctica Esencial para su implementación en otros niveles educativos

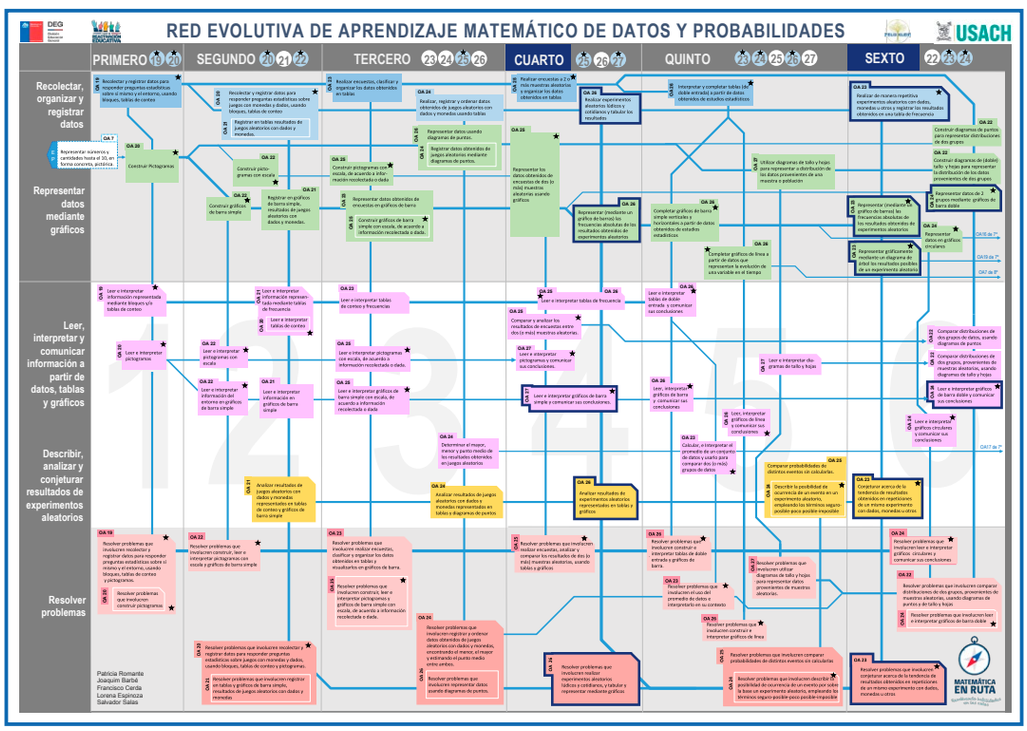
La Situación Didáctica Esencial (SDE) para la construcción del concepto de probabilidad puede modificarse para ser implementada en otros niveles de la educación básica.

En la Capa 2 de la Red Evolutiva de Aprendizajes Matemáticos (REAM) de Datos y Probabilidades se han identificado los Objetivos de Aprendizaje (OA) desagregados y abordados en la SDE de quinto básico y también en sus adaptaciones para los niveles de cuarto y sexto básico, lo cual se ilustra a continuación.

OA de quinto básico que se trabajan en la Situación Didáctica Esencial:



OA de cuarto y sexto básico que se trabajan con las adaptaciones a la SDE sugeridas:



Adaptaciones sugeridas para cuarto básico

Al adaptar esta SDE para cuarto básico, se abordan los siguientes OA relacionados con el eje de Datos y Probabilidades:

OA 26 Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual y/o con software educativo.

OA 27 Leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, y comunicar sus conclusiones.

Objetivo de la SDE adaptada de cuarto básico

- Tabular los resultados de experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos.
- Leer e interpretar gráficos de barra simple y comunicar conclusiones.

Descripción de la SDE adaptada para cuarto básico

Tanto en tercero como en cuarto básico el énfasis está puesto en la realización de experimentos aleatorios, cuyos resultados se tabulan y representan mediante gráficos para su posterior interpretación. Por ello, se recomienda complementar las fases de la SDE de 5° básico descrita previamente, asegurando que cada jugador o jugadora tenga a su disposición, desde el inicio, una tabla para el registro de resultados como la que aparece a continuación (ver figura 1).

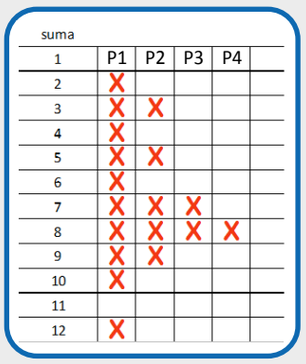


Figura 1. Tabla de registro

El propósito es que los y las estudiantes vayan registrando mediante cruces todos los resultados que se van obteniendo, independientemente de las partidas y/o de si dichos resultados salen repetidos. De ese de modo se espera que, luego de tres partidas, puedan discutir qué números han salido más, que números han salido menos y, en particular, qué números no han salido nunca. Se recomienda partir esta discusión preguntando por qué piensan que el 1 no ha salido ninguna vez y si es una buena idea seguir apostando a ese número. Luego, extender la discusión a aquellos números que salen menos veces. Se espera que, mediante la discusión, puedan argumentar que el 1 nunca va a salir, mientras que es muy difícil que salgan el 2, el 3, el 12 y el 1l. En cambio, se espera que argumenten que para el 6, el 7 y el 8 hay varias formas distintas de que salgan. Continúe con la fase 2, pero siempre resguardando que los y las estudiantes anoten los números que van saliendo en la tabla de registro.

Para complementar la fase 3, se puede mostrar un gráfico de barras (ver figura 2) con los resultados obtenidos luego de 3600 tiradas, pudiendo realizar algunas preguntas a propósito del gráfico como, por ejemplo:

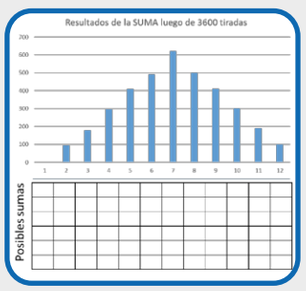


Figura 2. Gráfico de barras y posibles sumas

- ¿Qué resultado salió más veces?
- ¿Cuál salió menos veces?
- ¿Cómo explican que el 12 salió aproximadamente 100 veces, mientras que el 11 lo hizo unas 200 veces?

Posteriormente, las y los estudiantes pueden complementar este gráfico indicando debajo de cada resultado la lista de las posibles distintas sumas que dan dicho resultado. En este sentido conviene recalcar que, por ejemplo, para que salga un 2 solo hay una suma posible (1+1), mientras que para que salga un 3 hay dos sumas posibles (2+1 y 1+2). Es necesario enfatizar que, en el caso del 3, en un dado se puede obtener un 1 y en el otro dado un 2 o viceversa, lo cual explica que este resultado se obtenga cerca de 200 veces, mientras que el resultado 2 solo aparezca unas 100 veces.

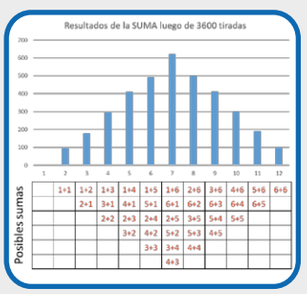


Figura 3. Gráfico de barras y posibles sumas completada

Finalmente, se puede motivar a los alumnos y las alumnas a que traten de explicar por qué el grafico de barras de los resultados obtenidos tiene una forma tan parecida a la cantidad de sumas (ver figura 3). La idea es que se den cuenta de que el 7 tiene seis maneras distintas de obtenerse y, por lo tanto, sale unas seiscientas veces, mientras que el 5 tiene solo cuatro maneras de obtenerse, y por eso sale unas cuatrocientas veces.

Luego de la discusión, se aconseja jugar la fase 4 del bingo de los picados.

Adaptaciones sugeridas para sexto básico

Al adaptar la SDE para sexto básico, se abordan los siguientes OA relacionados con el eje de Datos y Probabilidades:

OA 23 Conjeturar acerca de la tendencia de los resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando *software* educativo.

OA 24 Leer e interpretar gráficos de barra doble y circulares y comunicar sus conclusiones.

Objetivo de la SDE adaptada de sexto básico

- Representar los resultados de experimentos aleatorios utilizando diagramas de árbol, tablas de frecuencia y gráficos de barra simple.

Descripción de la SDE adaptada: materiales y consigna

En la adaptación para sexto básico se aconseja usar un diagrama de árbol para representar las distintas combinaciones que surgen al sumar los resultados del lanzamiento de dos dados comunes, de modo que sean las y los estudiantes quienes logren explicitar la lista de todas las combinaciones aditivas posibles, en lugar de que sea su docente quien muestre la tabla de doble entrada que resume esta información.

Para el inicio de la fase 3, se sugiere entregar a los y las estudiantes una ficha (ver figura 4) con un diagrama de árbol para que registren todas las combinaciones posibles que surgen al lanzar dos dados y sumar sus resultados, con el fin de que se familiaricen con este tipo de representación. Además, en la misma ficha, puede incluir una tabla y un gráfico de barras para que los niños y las niñas, trabajando en parejas, la completen según lo realizado en las fases 1 y 2. Un ejemplo de esta ficha se muestra a continuación:

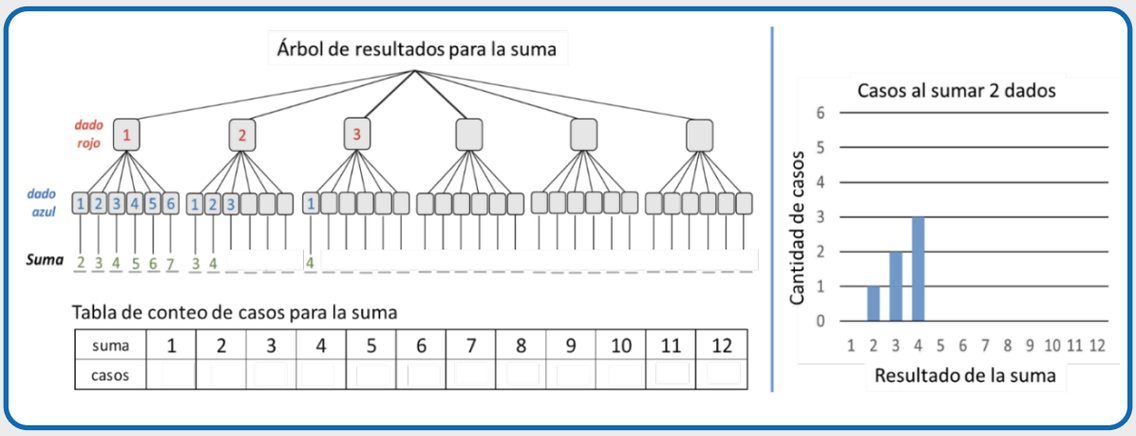
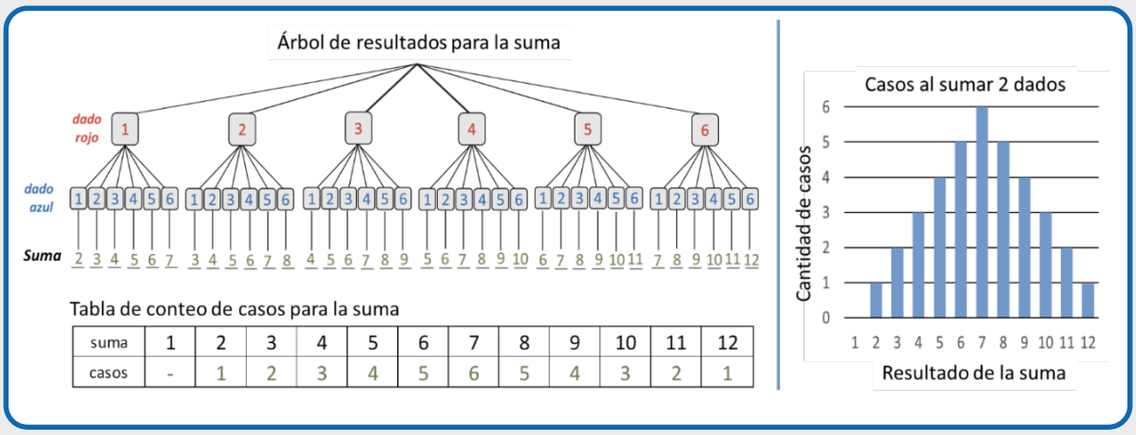


Figura 4. Ficha con diagrama de árbol, tabla y gráfico de barras simple

En el diagrama de árbol de la ficha se recomienda diferenciar los dos dados utilizados en el bingo con colores distintos, por ejemplo, que uno sea azul y el otro rojo. Esta distinción permitirá que las y los estudiantes noten que, por ejemplo, para el resultado 12 hay una sola combinación, que se da cuando se obtiene un 6 en ambos dados (6 + 6), mientras que para el resultado 11 hay dos maneras: que salga un 6 en el dado azul y un 5 en el dado, rojo o viceversa (6 + 5 y 5 + 6), por lo cual existe el doble de posibilidades de que salga el 11 respecto del

12. Lo mismo sucede con el 3 (1 + 2 y 2 + 1), respecto del 2 (1 + 1). Esta discusión se puede incentivar con preguntas como: "En el juego del bingo, ¿cómo podemos explicar que el 11 salga más veces que el 12?".

Una vez que los niños y las niñas hayan completado la ficha (ver figura 5), se sugiere hacerles preguntas para que expliquen por qué hay sumas que salen con más frecuencia que otras, relacionando su respuesta con la tabla de conteo de casos y el gráfico de barras.



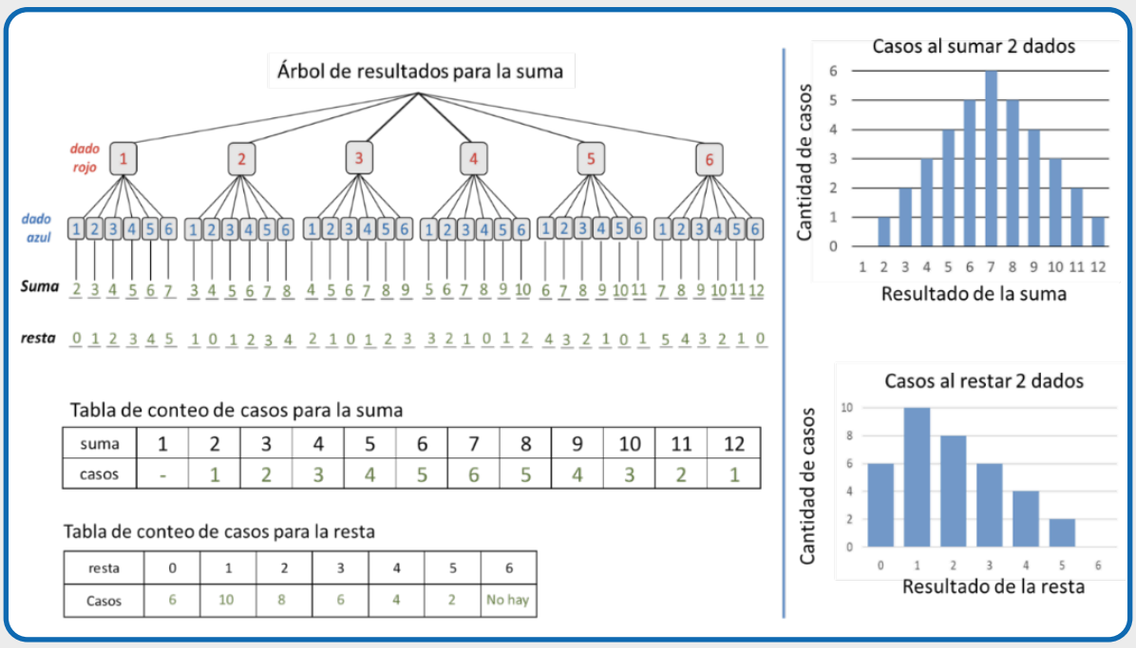
suma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
casos	-	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

Figura 5. Ficha completada con diagrama de árbol, tabla y gráfico de barras

Complemento de la actividad adaptada: sustracción de los puntos obtenidos

Al término de la fase 2, se propone agregar una variante al juego, en la cual, en vez de sumar los puntos obtenidos al lanzar dos dados comunes, estos se restan (el mayor con el menor). Con esto, se busca que los y las estudiantes logren predecir y argumentar la tendencia de los resultados usando el diagrama de árbol y, al momento de generar cartones, tengan una mayor probabilidad de ganar con esta nueva variante.

Para que los alumnos y las alumnas puedan elaborar su propio cartón con esta nueva variante, es necesario que internalicen que las probabilidades cambiarán y no serán las mismas que se obtienen con la suma de los puntos. Se recomienda darles un tiempo para que trabajen con la ficha que completaron anteriormente, agregando apartados para la resta, de manera que puedan contabilizar la cantidad de casos distintos que se obtienen como resultado de esta sustracción: 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6, tal como se muestra en la siguiente imagen (ver figura 7).



suma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
casos	-	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

resta	0	1	2	3	4	5	6
Casos	6	10	8	6	4	2	No hay

Figura 7. Ficha completada con diagrama de árbol, tabla y gráfico de barras para los resultados de sumar y restar los puntos obtenidos al lanzar dos dados

Se espera que, en este caso, las y los estudiantes sean capaces de establecer que tanto el 0 como el 1 son resultados posibles, mientras que el 6 no lo es. A su vez, que puedan argumentar que hay seis formas distintas de obtener 0 en la resta, dado que se obtiene resta 0 siempre y cuando ambos dados tengan un mismo resultado. Asimismo, se espera que puedan concluir que hay diez formas distintas de obtener un 1, que corresponden a las restas 6-5, 5-4, 4-3, 3-2 y 2-1, considerando que cada una de estas restas puede darse de dos maneras, por ejemplo, el 6 - 5 puede obtenerse con un 6 en el dado azul y un 5 en el rojo, o viceversa. Siguiendo el mismo razonamiento, se tiene que hay ocho formas de obtener 2 en la resta (6-4, 5-3, 4-2, 3-1 y sus inversas), seis formas de obtener resta 3 (6-3, 5-2, 4-1 y sus inversas), cuatro formas de obtener resta 4 (6-2, 5-1, 6-2 y 5-1), dos formas de obtener resta 5 (6-1 y 6-1) y ninguna manera de obtener resta 6.

A partir de este trabajo, se propone que el curso juegue nuevamente la fase 2, en que cada estudiante confeccione su propio cartón, pero esta vez considerando la nueva variante de la resta de los puntos obtenidos al lanzar dos dados. A estas alturas, se espera que los niños y las niñas sean capaces de reconocer que los cartones con mayor probabilidad de ganar serán aquellos que contengan los números 0, 1, 2, y 3, pero ello no significa, necesariamente, que usando dicho cartón se gana la partida. Por el contrario, aquellos cartones que contengan el 6 no tienen ninguna posibilidad de ganar, mientras que los que contienen el 5 tienen escasas posibilidades de hacerlo.

Una vez que los y las estudiantes hayan jugado dos o tres rondas al bingo de la resta, se sugiere realizar una puesta en común, en la que se discutan, justamente, los aspectos antes descritos sobre la cantidad de casos de cada uno de los resultados y, a partir de allí, se dialogue sobre la estrategia para generar el cartón que tiene más opciones de ganar.

Para finalizar, se aconseja que los y las estudiantes jueguen una última partida, esta vez con la versión del bingo de los picados, en la modalidad de la resta (fase 4). En este caso, el cartón óptimo para jugar al bingo de los picados en la modalidad de resta es aquel que incluye los cuatro números menos probables de la resta (6, 5, 4 y 3, o bien, 6, 5, 4 y 0).

MATEMÁTICA EN RUTA

Autores

Joaquim Barbè Farrè

Lorena Espinoza Salfate

Felipe Márquez Salinas

Implementación en aula

Felipe Márquez Salinas

Análisis reflexivo

Joaquim Barbè Farrè

Edición y diseño

Peige Basaure Rivas

Patricia Romante Flores

Joaquim Barbè Farrè

Ramón Ruiz Ortiz

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

PLAN DE REACTIVACIÓN EDUCATIVA

FELIX KLEIN

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

USACH