3º medio

# Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

## Clase 42

## Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

## Inicio

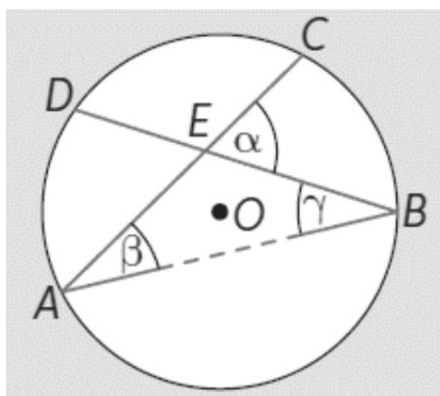
En esta clase aplicaremos nuestros conocimientos para resolver **problemas que involucren ángulos interiores y exteriores en la circunferencia.**

**OA4**

**Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.**

## Desarrollo

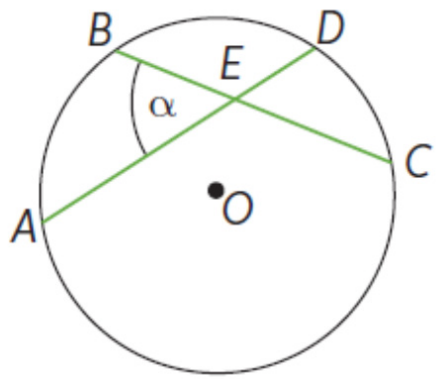
Un **ángulo interior** α está formado por la intersección de dos cuerdas en un punto al interior de la circunferencia. En la siguiente imagen, las cuerdas son
$\overline{CA}$ y $\overline{DB}$.



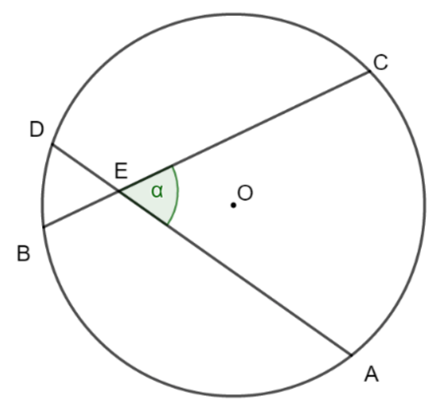
Dada una circunferencia de centro O, con $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ cuerdas que se intersecan en el punto E, se cumple lo siguiente:

**Teorema:** La medida de un ángulo interior es igual a la semisuma de los arcos que subtienden sus lados y la prolongación de ellos.

$$\alpha = \frac{m(\overset{\frown}{BA}) + m(\overset{\frown}{CD})}{2}$$




**Ejemplo:**
Si m $(\overset{\frown}{DB})$ = 25° y m $(\overset{\frown}{AC})$ = 65°



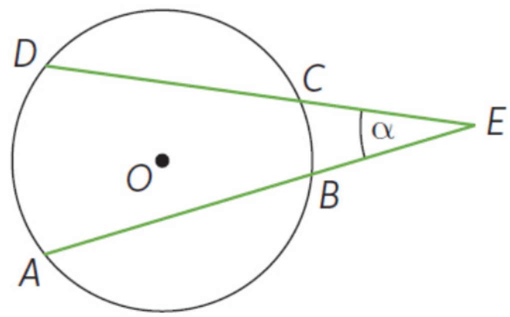

$$\alpha = \frac{m(\overset{\frown}{AC}) + m(\overset{\frown}{DB})}{2} = \frac{65° + 25°}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$$

**Actividad 1**
Encuentra el valor de x en el **ejercicio b** del **ítem 3** de la página 64, de tu Texto del Estudiante. Recuerda comprobar tu respuesta en el solucionario de tu **Texto del Estudiante**, página 229.

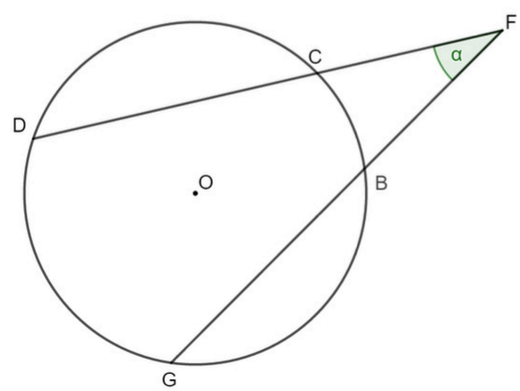
Dada una circunferencia de centro O, con $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ secantes que se intersecan en el punto E, se cumple lo siguiente:

**Teorema:** La medida de un ángulo exterior es igual a la mitad de la diferencia de los arcos que subtienden los lados del ángulo.

$$\alpha = \frac{m(\widehat{DA}) - m(\widehat{BC})}{2}$$




**Ejemplo:**
Calcula el valor de α si se sabe que $m(\widehat{BC}) = 30°$ y $m(\widehat{DG}) = 86°$




$$\alpha = \frac{86 - 30}{2} = \frac{56}{2} = 28°$$

**Actividad 2**
Guiándote por el ejemplo dado resuelve los **ejercicios a, c, d, e y f** del **ítem 3** de la página 64 de tu **Texto del Estudiante.**

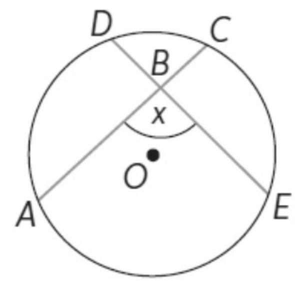
Puedes comprobar las respuestas anteriores en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, página 229.

**Actividad 3**
Resuelve los **ejercicios a y b** del **ítem 1**, en la página 28, del **cuaderno de actividades.**

## Cierre

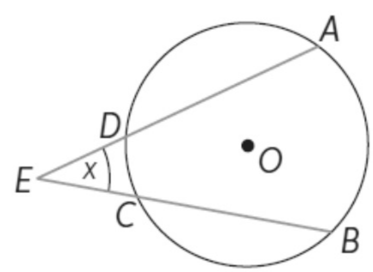
**Evaluación de la clase**
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

**1** **Si m($\widehat{AE}$) = 72° y m($\widehat{CD}$) = 37°, ¿Cuál es el valor de x?**




**a)** 17,5°
**b)** 35°
**c)** 54,5°
**d)** 74°
**e)** 144°

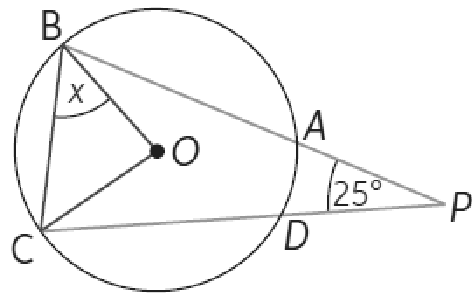
**2** **Si m ($\widehat{BA}$) = 89° y m($\widehat{DC}$) = 63°, ¿Cuál es el valor del doble de x?**




**a)** 13°
**b)** 26°
**c)** 52°
**d)** 76°
**e)** 152°

**3** **Si $m(\overset{\frown}{DA}) = 35°$, ¿cuál es la medida de un quinto de x?**

**a)** 9,5°
**b)** 17°
**c)** 19°
**d)** 47,5°
**e)** 95°




Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

| | |
|---|---|
| 3 respuestas correctas: | Logrado. |
| 2 respuestas correctas: | Medianamente logrado. |
| 1 respuesta correcta: | Por lograr. |

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ___________________________________.

3º medio

# Texto escolar

## Matemática

Unidad 2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

# Ángulos interiores y exteriores en la circunferencia

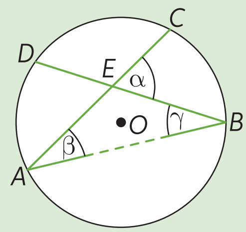
**Objetivo:** Resolver problemas que involucren ángulos del centro e inscritos en una circunferencia.

¿Qué es una secante?, ¿y una tangente?

¿Qué propiedades se cumplen en los ángulos interiores y exteriores de un triángulo? Explica.

**1.** Analiza la información y realiza las actividades.

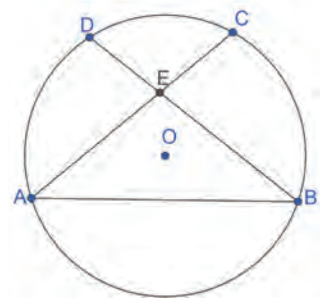
Un ángulo interior $\alpha$ está formado por la intersección de dos cuerdas en un punto al interior de la circunferencia. En la imagen que se muestra al costado, las cuerdas son $\overline{CA}$ y $\overline{DB}$.




**a.** Considerando que $\alpha = \beta + \gamma$, por ser ángulo exterior al triángulo *AEB*, expresa la medida de $\alpha$ en función de los arcos $\overset{\frown}{DA}$ y $\overset{\frown}{BC}$.

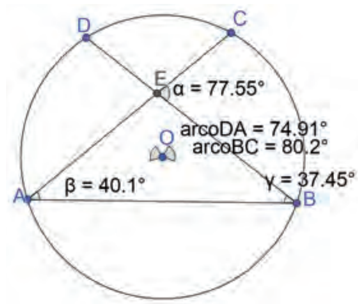
**b.** Utiliza GeoGebra y construye la circunferencia anterior. Sigue los pasos:

**Paso 1:** Construye una circunferencia con la herramienta Circunferencia (centro, punto). Rotula el centro de la circunferencia como "*O*". Con la herramienta Segmento, traza las cuerdas $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$. Finalmente, marca el punto donde se intersecan las cuerdas $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.




**Paso 2:** Con la herramienta Ángulo, mide $\sphericalangle BEC$, $\sphericalangle BAE$ y $\sphericalangle DBA$. Con la herramienta Sector circular, forma los sectores circulares *AOD* y *BOC*.

**Paso 3:** Con la herramienta Ángulo, mide $\sphericalangle DOA$ y $\sphericalangle BOC$, que serán las medidas angulares de los arcos $\overset{\frown}{DA}$ y $\overset{\frown}{BC}$ respectivamente. Puedes rotularlos como "arcoDA" y "arcoBC". Finalmente, oculta los sectores circulares.

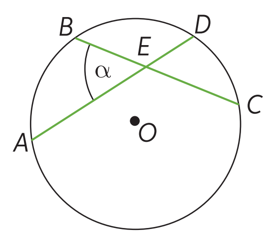



**c.** Mueve tu construcción de manera tal que varíen los ángulos $\beta$ y $\gamma$. Para cada variación de $\beta$ y $\gamma$, anota el valor de $\alpha$. Verifica que se cumple la expresión obtenida en *a*.

Dada una circunferencia de centro *O*, con $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ secantes que se intersecan en el punto *E*, se cumple lo siguiente:

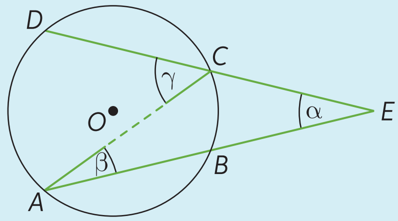
**Teorema:** La medida de un ángulo interior es igual a la semisuma de los arcos que subtienden sus lados y la prolongación de ellos.

$$\alpha = \frac{m(\overset{\frown}{BA}) + m(\overset{\frown}{CD})}{2}$$



2. En parejas, analicen la información. Luego, respondan.

Un ángulo exterior $\alpha$ es aquel cuyo vértice está fuera de la circunferencia. Puede estar formado por la intersección de dos secantes, una secante y una tangente, o dos tangentes. En la imagen, las secantes son $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$.




a. Expresen $\beta$ en función de la medida angular de $\overset{\frown}{BC}$ y $\gamma$ en función de la medida angular de $\overset{\frown}{DA}$.

b. Considerando que $\gamma = \alpha + \beta$, por ser ángulo exterior al triángulo *AEC*, ¿qué expresión representa el valor de $\alpha$ en función de los arcos $\overset{\frown}{DA}$ y $\overset{\frown}{BC}$?

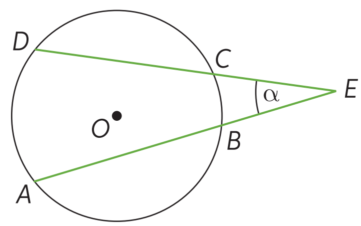
c. Si $m(\overset{\frown}{DA}) = 100°$ y $m(\overset{\frown}{BC}) = 30°$, ¿cuánto mide el ángulo $\alpha$?

d. Si el ángulo $\alpha$ mide 70° y $m(\overset{\frown}{BC}) = 50°$, ¿cuál es la medida angular de $\overset{\frown}{DA}$?

Dada una circunferencia de centro *O*, con $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ secantes que se intersecan en el punto *E*, se cumple lo siguiente:

**Teorema**: La medida de un ángulo exterior es igual a la mitad de la diferencia de los arcos que subtienden los lados del ángulo.

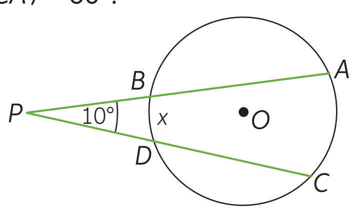
$$\alpha = \frac{m(\overset{\frown}{DA}) - m(\overset{\frown}{BC})}{2}$$



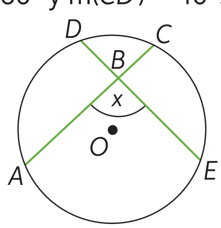

¿Cuál es la mayor medida que puede tener un ángulo exterior? Fundamenta.

3. Calcula el valor de *x* en cada caso.

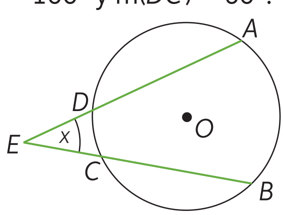
a. $m(\overset{\frown}{CA}) = 80°$.



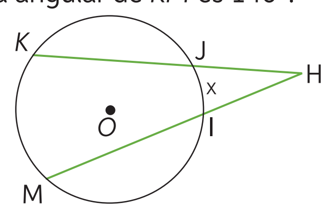

b. $m(\overset{\frown}{AE}) = 80°$ y $m(\overset{\frown}{CD}) = 40°$.



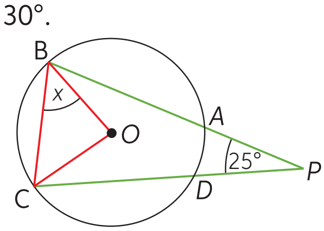

c. $m(\overset{\frown}{BA}) = 100°$ y $m(\overset{\frown}{DC}) = 60°$.




d. La medida de $\sphericalangle KHM$ es 30° y la medida angular de $\overset{\frown}{KM}$ es 140°.




e. $m(\overset{\frown}{DA}) = 30°$.




f. $m(\overset{\frown}{DB}) = 10°$.