4º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 43

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

En esta clase conoceremos y aplicaremos la función de probabilidad para una variable aleatoria X que se distribuye en forma binomial.

OA 3

Para resolver esta guía necesitarás el texto del estudiante y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

Para iniciar esta clase, utilizaremos nuestro Texto del Estudiante y nos situaremos en la **página 168** y realizaremos algunas de las actividades que allí aparecen propuestas.

Para el desarrollo, se propondrán actividades complementarias que guíen tus procedimientos.

Concepto de distribución binomial

La distribución binomial modela experimentos donde solo son posibles **dos** resultados:

- A *(éxito)*
- $\bar{A}$ *(fracaso)*

La probabilidad del éxito se denota como $P(A) = p$ y la probabilidad del fracaso se escribe $P(\bar{A}) = q$, en donde $p + q = 1$, lo que implica que $p = 1 - q$.

Si $p = q$, se dice que estos dos eventos son equiprobables, ya que tienen la misma probabilidad de ocurrir. Por ejemplo, en el experimento de lanzar una moneda al aire y se define la variable aleatoria X como el resultado obtenido salga sello, la probabilidad del éxito es $p = 0{,}5$ que es igual a la probabilidad del fracaso, $q = 0{,}5$.

Concepto de función probabilidad en un modelo binomial.

Sea X una variable aleatoria y si el experimento se realiza n cantidad de veces, entonces la función de probabilidad de obtener x cantidad de éxitos, para una variable X que se distribuye de forma binomial, con parámetros n y p está dada por la expresión:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x \bullet q^{n-x}$$

Donde:

n: número de repeticiones del experimento.

x: número de éxitos deseados.

p: probabilidad del éxito.

q: probabilidad del fracaso.

Actividad

Retomemos el ejercicio de la clase anterior y que aparece en **ítem c** de la **página 167**, en donde José contesta un test de 20 preguntas de selección única y cada pregunta tiene 5 alternativas de las cuáles solo una es la correcta.

Para ejemplificar la aplicación del concepto función probabilidad en un modelo binomial, desarrollemos el **ítem d** que se propone en la **página 168.**

d. Con 9 preguntas contestadas correctamente como mínimo, José aprobará su examen ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga dicha cantidad de preguntas correctas?

Sea:
$n = 20$
$x = 9$
$p = 0{,}2$
$q = 0{,}8$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x \cdot q^{n-x}$$

$$P(X = 9) = \binom{20}{9} 0{,}2^9 \cdot 0{,}8^{20-9}$$

$$P(X = 9) = \binom{20}{9} 0{,}2^9 \cdot 0{,}8^{11} \approx 0{,}0074$$

Los estadísticos de la función binomial son:

Media : $\mu = n \cdot p$

Varianza: $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$

Por ejemplo, para una prueba de selección múltiple de 20 preguntas, en donde cada pregunta contiene 5 alternativas, de las cuales solo una es la respuesta correcta, entonces tendremos los siguientes estadísticos:

$$n = 20 \qquad p = 0{,}2 \qquad q = 0{,}8$$

$$\mu = 20 \cdot 0{,}2 = 4 \qquad \sigma^2 = 20 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 3{,}2$$

Cierre

Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **Dado un experimento binomial de parámetros *n = 5* y *p = 0,6*, ¿qué expresión permite calcular la probabilidad de 3 éxitos?**

a) $\binom{5}{3} \bullet 0{,}6^3 \bullet 0{,}4^2$

b) $\binom{3}{5} \bullet 0{,}6^2 \bullet 0{,}4^3$

c) $\binom{3}{5} \bullet 0{,}6^3 \bullet 0{,}4^2$

d) $\binom{5}{3} \bullet 0{,}6^2 \bullet 0{,}4^3$

e) $\binom{5}{3} \bullet 0{,}6^3 \bullet 0{,}4^3$

2 **Una bolsa contiene 3 bolitas rojas, 4 negras y 2 azules. Se realiza el experimento de extraer una bolita al azar, ver su color y devolverla a la bolsa. Si se repite este experimento 6 veces y suponiendo que cada bolita tiene la misma probabilidad de ser extraída, ¿cuál es la probabilidad de que salga cuatro veces una bolita roja?**

a) $\frac{160}{729}$

b) $\frac{20}{243}$

c) $\frac{360}{729}$

d) $\frac{1}{81}$

e) $\frac{1}{3}$

3 **Felipe contesta el test para obtener la licencia de conducir, prueba que consta de 35 preguntas de selección única, en donde hay tres alternativas incorrectas y solo una correcta. Para este instrumento de evaluación, el que se distribuye con un modelo binomial, ¿cuáles son los valores de la media y de la varianza?**

a) $\mu = 8{,}75$; $\sigma^2 = 13{,}125$

b) $\mu = 7{,}75$; $\sigma^2 = 13{,}125$

c) $\mu = 8{,}75$; $\sigma^2 = 13{,}175$

d) $\mu = 8{,}25$; $\sigma^2 = 13{,}175$

e) $\mu = 8{,}75$; $\sigma^2 = 13{,}225$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas corre ctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ________________________________.

4º
medio

Texto escolar

Matemática

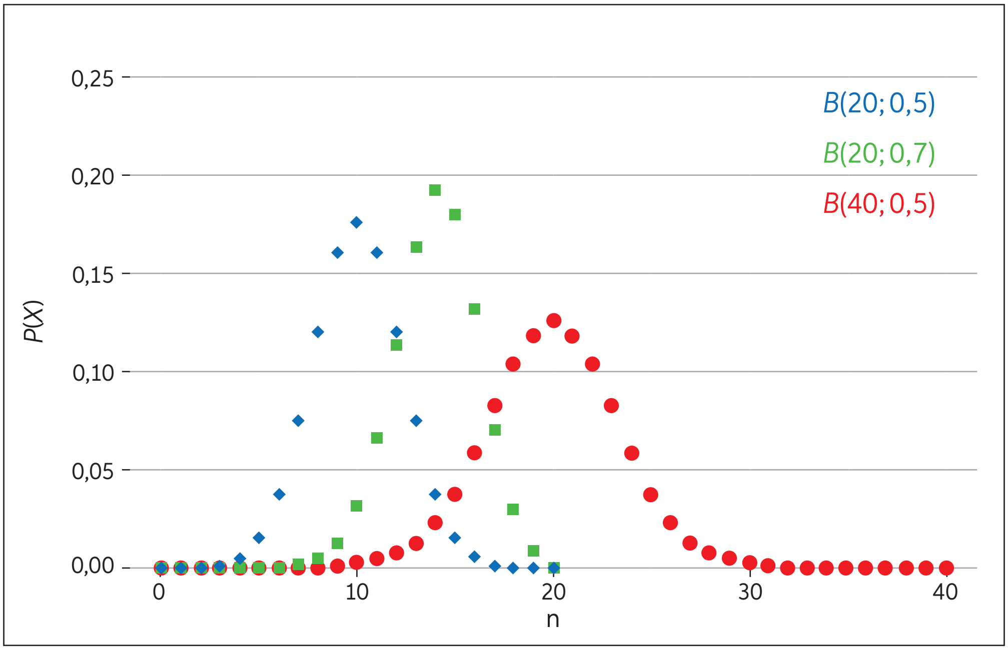
Unidad
2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

La función de probabilidad para una variable X que se distribuye de forma binomial con parámetros n y p está dada por la expresión:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x \cdot q^{n-x}$$

El gráfico asociado a ella es:



d. Con 9 preguntas contestadas correctamente como mínimo, José aprobará su examen ¿Cuál es la probabilidad de que obtenga dicha cantidad de preguntas correctas?

e. Si se quisiera determinar la probabilidad de que José repruebe su examen: ¿cuáles son los valores de la variable aleatoria que cumplen esa condición?, ¿cuál es la probabilidad de que suceda?

f. ¿Cómo es posible determinar una estimación del número medio de respuestas correctas?

Los estadísticos de la función binomial son:

Media: $\mu = n \cdot p$ Varianza: $\sigma^2 = n \cdot p \cdot q$

Por ejemplo, para una prueba de selección multiple de 20 preguntas, tendremos los siguientes estadísticos:

$n = 20$ $p = 0{,}2$ $q = 0{,}8$

$\mu = 20 \cdot 0{,}2 = 4$ $\sigma^2 = 20 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 3{,}2$

Recuerda que $q = 1 - p$.

¿Recomendarías a José realizar este experimento?

2. Los exámenes para estudiantes de otros cursos tienen solo 4 opciones. ¿Cómo se modifican la variabilidad y la media?