

4º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 41

Matemática



Inicio

En esta clase conoceremos el concepto de **varianza de una variable aleatoria** y calcularemos e interpretaremos su valor.

OA 3

Para resolver esta guía necesitarás el texto del estudiante y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



• Concepto de varianza

Se llamará **varianza** (σ^2) de una variable aleatoria X de media μ , recorrido x_1, x_2, \dots, x_n , con probabilidades p_1, p_2, \dots, p_n , respectivamente, al valor obtenido mediante:

$$\sigma^2 = (x_1 - \mu)^2 \cdot p(x_1) + (x_2 - \mu)^2 \cdot p(x_2) + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot p(x_n)$$

La desviación típica o estándar (σ) de la variable aleatoria X es la raíz cuadrada de la varianza.



Actividad.

Analicemos y resolvamos la actividad 2 de la **página 166** del **Texto del Estudiante**.

2. Analiza la siguiente situación y responde:

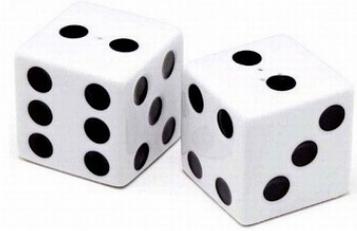
Se lanzan dos dados de seis caras y se anota la suma de los números obtenidos.

- Define la variable aleatoria X para este experimento.
- Determina el recorrido de X .
- Calcula y grafica su función de probabilidad de X .
- ¿Cuál es la media de X ? ¿Cuál es su varianza?



Actividad

Analicemos y desarrollemos la actividad propuesta.



El experimento es:

El lanzamiento de dos dados de seis caras.

Si quisiéramos definir la variable asociada a este experimento, la situación propuesta es anotar la suma de los números obtenidos, por lo que podemos definir la variable aleatoria X asociado a este experimento de la siguiente manera:

Se define la **variable aleatoria X** como la **suma de los números obtenidos al lanzar dos dados**.

Al establecer la variable aleatoria X , podemos determinar su recorrido que, en palabras simples, son todos los valores que puede tomar X , al realizarse el experimento. En este caso, el recorrido de X es el conjunto: $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$.

Observa la tabla que resume todos los posibles resultados de la variable aleatoria X , al realizar el experimento.

X	•	• •	• • •	• • • •	• • • • •	• • • • • •
•	2	3	4	5	6	7
• •	3	4	5	6	7	8
• • •	4	5	6	7	8	9
• • • •	5	6	7	8	9	10
• • • • •	6	7	8	9	10	11
• • • • • •	7	8	9	10	11	12



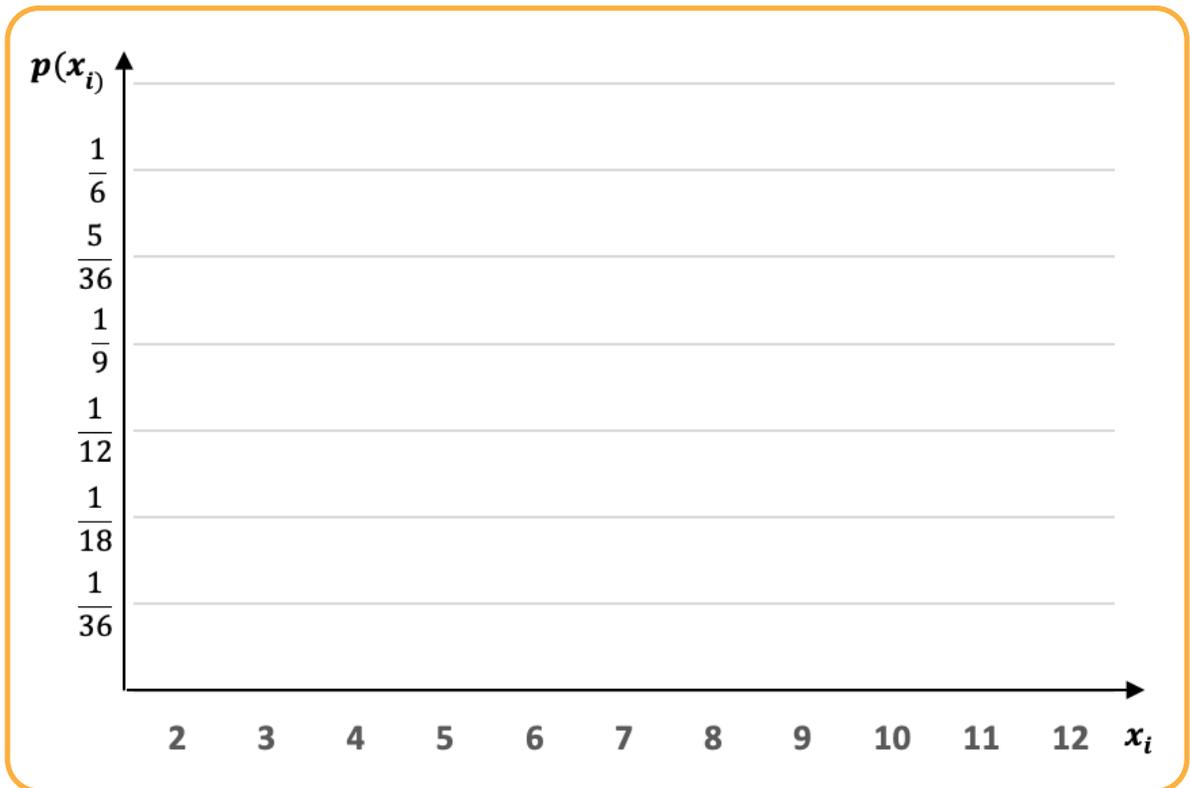
Completa la siguiente tabla que entrega los valores de la función probabilidad ($p(x_i)$) y el producto entre x_i y $p(x_i)$.

Finalmente, suma todas las funciones de probabilidad $p(x_i)$, de tal manera de verificar que la suma es 1, y además, calcula la sumatoria de todos los productos $x_i \cdot p(x_i)$, para obtener el valor esperado o la media (μ).

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
$P(X = x_i) = p(x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$										
$x_i \cdot p(x_i)$	$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$										$\mu =$



Representemos, mediante un histograma, la función probabilidad $p(x_i)$ en función de x_i .



Finalmente, para el cálculo de la varianza (σ^2) de esta variable aleatoria X , completemos la siguiente tabla, mediante los cálculos que se proponen.

x_i	$p(x_i)$	$(x_i - \mu)$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 \cdot p(x_i)$
2	$\frac{1}{36}$			
3	$\frac{2}{36}$			
4	$\frac{3}{36}$			
5	$\frac{4}{36}$			
6	$\frac{5}{36}$			

7	$\frac{6}{36}$			
8	$\frac{5}{36}$			
9	$\frac{6}{36}$			
10	$\frac{7}{36}$			
11	$\frac{2}{36}$			
12	$\frac{1}{36}$			
$\sigma^2 = \sum(x_i - \mu)^2 \cdot p(x_i) =$				

Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

Para el lanzamiento de dos dados no cargados de seis caras, numeradas de 1 al 6, se define la variable aleatoria X como la suma de ambas caras resulte un número primo. ¿Cuál es el valor esperado o media de esta variable aleatoria?

- a) $\frac{23}{9}$
- b) $\frac{5}{2}$
- c) $\frac{24}{9}$
- d) $\frac{2}{5}$
- e) $\frac{32}{9}$

2

En un juego de azar se tiene que la probabilidad de ganar \$ 100 es 0,6; la de ganar \$ 500 es 0,3; la de ganar \$ 1 000 es 0,1 y la de perder \$ 1 000 es 0,4. ¿Cuál es el valor esperado de este juego?

- a) - 30
- b) - 60
- c) - 90
- d) 60
- e) 90

3

Si se lanzan dos dados de cuatro caras no cargados, numerados del 1 al 4, y se define la variable aleatoria X como la suma de los resultados obtenidos al lanzar ambos dados. ¿Cuál es el valor de la varianza de esta variable aleatoria?

- a) 2,5
- b) 1,5
- c) 3,5
- d) 4,5
- e) 5,0



Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

4^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Se llamará **varianza** (σ^2) de una variable aleatoria X de media μ , recorrido x_1, x_2, \dots, x_n , con probabilidades p_1, p_2, \dots, p_n respectivamente, al valor obtenido mediante:

$$\sigma^2 = (x_1 - \mu)^2 \cdot p(x_1) + (x_2 - \mu)^2 \cdot p(x_2) + \dots + (x_n - \mu)^2 \cdot p(x_n)$$

La desviación típica o estandar (σ) de la variable aleatoria X es la raíz cuadrada de la varianza. Por ejemplo, para el caso anterior, tendremos que:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (0 - 0,5)^2 \cdot 0,56 + (1 - 0,5)^2 \cdot 0,38 + (2 - 0,5)^2 \cdot 0,06 \\ \sigma^2 &= 0,37 \rightarrow \sigma \approx 0,608 \end{aligned}$$

- ¿Qué mide la varianza de una variable aleatoria? Compara tu respuesta con tus compañeros.
- ¿Existe variabilidad en el número de tornillos defectuosos?

2. Analiza la siguiente situación y responde:

Se lanzan dos dados de seis caras y se anota la suma de los números obtenidos.

- a. Define la variable aleatoria X para este experimento.
- b. Determina el recorrido de X .
- c. Calcula y grafica su función de probabilidad de X .
- d. ¿Cuál es la media de X ? ¿Cuál es su varianza?

3. Se define la variable aleatoria X : número de mascotas que tiene un estudiante.

La función probabilidad asociada es:

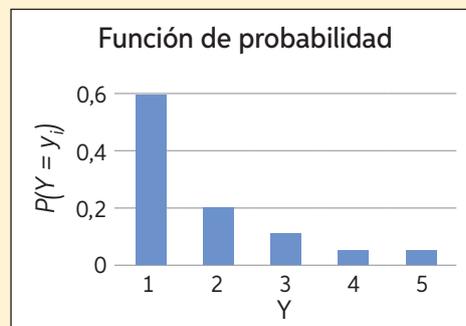
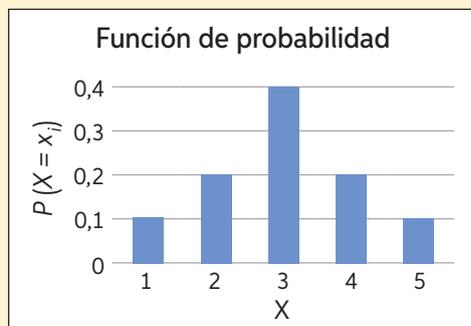
x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,325	0,375	0,225	0,075

- a. ¿Cuál es el número medio de mascotas que tiene un estudiante?
 - b. ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar de la variable?
 - c. ¿Cómo interpretarías cada uno de los resultados?
- ¿Cómo interpretarías la media y la varianza para cada uno de los problemas anteriores?



Para concluir

Se tienen los gráficos de las siguientes variables aleatorias:



- a. ¿Cuál tiene menor media?, ¿cuál menor varianza?
- b. Gráficamente, ¿cómo interpretarías la media y la varianza de una variable aleatoria?