4º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 42

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

En esta clase conoceremos el modelo binomial para predecir resultados de experimentos aleatorios.

OA 3

Para resolver esta guía necesitarás el texto del estudiante y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

Para iniciar esta clase, utilizaremos nuestro Texto del Estudiante y nos situaremos en la **página 167** y realizaremos algunas de las actividades que allí aparecen propuestas. Para el desarrollo, se propondrán actividades complementarias que guíen tus procedimientos.

Recordemos que:

- La media (μ) de una variable aleatoria X, representa al valor esperado de esta variable aleatoria. Su valor se obtiene mediante la sumatoria de los productos de los todos los posibles valores x_i que puede tomar la variable aleatoria X por cada función probabilidad $p(x_i)$ asociada, es decir, se expresa en términos matemáticos como:

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} (x_i \bullet p(x_i))$$

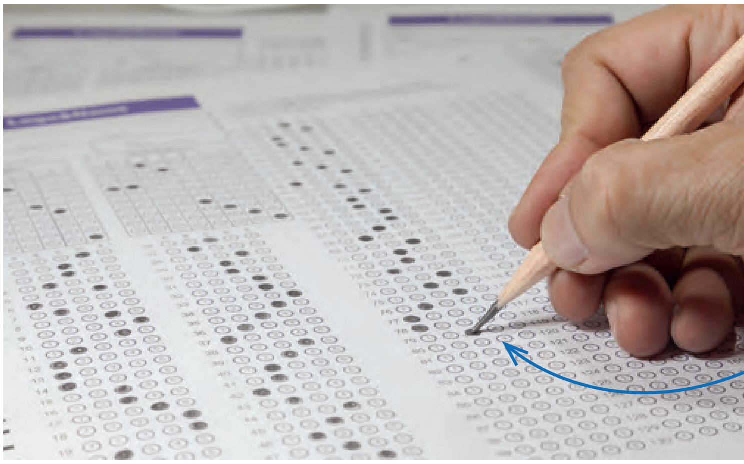
- La varianza (σ^2) de una variable aleatoria discreta X, significa que tan dispersos están los valores x_i con respecto a la media (μ) o al valor esperado de la variable aleatoria X. Este parámetro se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} ((x_i - \mu)^2 \bullet p(x_i))$$

Actividad

Realicemos la actividad propuesta en la **página 167** de nuestro Texto del Estudiante.

1. Analiza la siguiente situación. Luego, responde las preguntas. José responde la siguiente prueba de selección múltiple al azar:



Cada pregunta tiene 5 alternativas . Solo una de ellas es correcta.

a. ¿Cuáles son las características del experimento? Define la variable aleatoria asociada.

Si analizamos las características de esta situación, nos percatamos que José tiene solo dos posibilidades, que responda en forma correcta y en forma incorrecta. Cuando nos enfrentamos a experimentos, en donde solo se pueden asociar dos eventos mutuamente excluyentes, los asociaremos a un modelo binomial y desde aquí en adelante las palabras éxito y fracaso adquieren una significancia relevante.

En esta situación en particular, podemos definir dos variables aleatorias:

- La variable aleatoria P, que José responda en forma correcta (***éxito (p)***), o bien
- La variable aleatoria Q, que José responda en forma incorrecta (***fracaso(q)***).

b. ¿Cuál es la probabilidad de contestar acertadamente una pregunta?

Si se tienen cinco alternativas, de las cuales una sola es la correcta, y si José contesta en forma correcta, entonces este evento, lo podemos relacionar con el éxito, entonces la probabilidad del éxito ***p*** es $\frac{1}{5}$.

¿Cómo se relaciona con la probabilidad de contestar erróneamente?

Si José no contesta en forma correcta, es porque ha contestado cualquiera de las cuatro alternativas incorrectas, este evento lo podemos relacionar con el fracaso ***q*** y su valor será $\frac{4}{5}$.

Llamaremos experimento “de Bernoulli” a aquel que tiene solo dos posibles resultados excluyentes. Si la probabilidad es favorable, la designaremos con la letra es p (éxito), y si no, la designaremos con la letra q (fracaso). Por lo tanto, $p + q = 1$.

Retomando la situación de que José responde una prueba de selección múltiple de cinco alternativas, en donde solo una es la correcta. Si ahora José quisiera estudiar la probabilidad de contestar erróneamente una pregunta de selección múltiple, en este caso los parámetros de p (éxito) y q (fracaso) cambiarían, ya que el éxito estaría asociado a que José se equivoque al contestar, es decir, el valor de p sería 0,8 y por consecuencia el valor de q sería 0,2, ya que el fracaso estará asociado a que José conteste en forma correcta.

Sea un experimento aleatorio de Bernoulli con las siguientes características:

- El experimento se puede realizar tantas veces como se quiera.
- Cada repetición es independiente de las anteriores.
- La probabilidad de éxito *(p)* y de fracaso *(q)* se mantiene constante en cada ensayo.

Si consiste en n pruebas de Bernoulli, entonces diremos que sigue el modelo de la distribución binomial. La variable que expresa el número de éxitos obtenidos en cada prueba la denotaremos como:

$$X \rightarrow B(n, p)$$

Siendo n y p los parámetros de dicha distribución.

c. Si el test que realiza José contiene 20 preguntas de selección múltiple, ¿cuáles son los parámetros n y p que permiten estudiar la probabilidad de contestar acertadamente en las preguntas?

En este caso, el valor de n será 20, ya que el test que realiza José contiene veinte preguntas y como José quiere estudiar la probabilidad de contestar acertadamente, el valor del parámetro p está asociado a que conteste en forma correcta, por lo cual el valor de p es 0,2.
define la variable aleatoria X como que José responda en forma correcta.

n numero de veces que se repite el experimento.
p probabilidad del éxito.

$$X \rightarrow B\left(20, \frac{1}{5}\right)$$

Cierre

Evaluación de la clase
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **En el experimento aleatorio de lanzar una moneda 52 veces, se define la variable aleatoria *X* como el número de caras obtenidas. Si este experimento se modela mediante una distribución binomial, entonces podemos afirmar que:**

I. p ocurre 26 veces.
II. $p = q$
III. q ocurre 26 veces.

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y III
e) I, II y III

2 **En el experimento de que Martina responda un test de 15 preguntas y en donde cada pregunta tiene 4 alternativas, de las cuales solo una es la correcta, se define la variable aleatoria *X* como "Martina responde de forma incorrecta". ¿Cuáles son los valores de los parámetros *n* y *p*, respectivamente?**

a) 15 y 0,75
b) 15 y 0,25
c) 15 y 0,5
d) 15 y 0,2
e) 15 y 0,8

3 **Al lanzar un dado 38 veces y observar si el número obtenido es mayor que 4, se puede definir como un experimento de Bernoulli de la forma:**

a) $X \to B(38, \frac{1}{6})$

b) $X \to B(38, \frac{1}{2})$

c) $X \to B(38, \frac{1}{3})$

d) $X \to B(38, \frac{2}{3})$

e) $X \to B(38, \frac{5}{6})$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ________________________________.

4º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

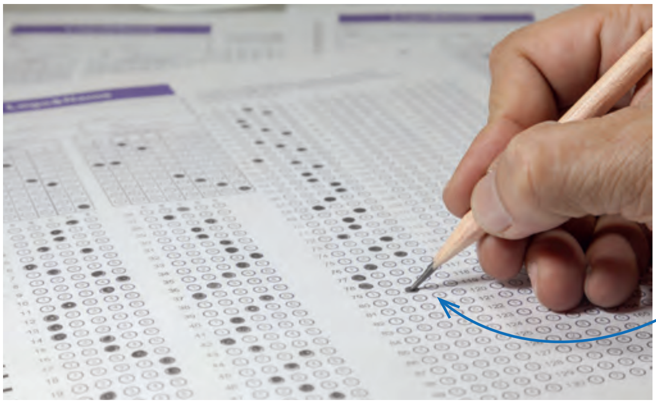
Distribución binomial

Objetivo: Utilizar el modelo binomial para predecir resultados de experimentos aleatorios.

¿Qué representa la media de una variable aleatoria?

¿Qué significado se le puede atribuir a la varianza de una variable aleatoria?

1. Analiza la siguiente situación. Luego, responde las preguntas.
José responde la siguiente prueba de selección múltiple al azar:



Cada pregunta tiene 5 alternativas . Solo una de ellas es correcta.

a. ¿Cuáles son las características del experimento? Define la variable aleatoria asociada.

b. ¿Cuál es la probabilidad de contestar acertadamente una pregunta? ¿Cómo se relaciona con la probabilidad de contestar erróneamente?

Llamaremos experimento "de Bernoulli" a aquel que tiene solo dos posibles resultados excluyentes. Si la probabilidad es favorable, la designaremos con la letra es p, y si no, la designaremos con la letra q. Por lo tanto $p + q = 1$.

Si José quisiera estudiar la probabilidad de contestar erróneamente una pregunta de selección múltiple, ¿cambiarían los parámetros p y q? ¿Por qué?

Sea un experimento aleatorio de Bernoulli con las siguientes características:

- El experimento se puede realizar tantas veces como se quiera.
- Cada repetición es independiente de las anteriores.
- La probabilidad de éxito (p) y de fracaso (q) se mantiene constante en cada ensayo.

Los parámetros p y q denotan éxito y fracaso con respecto a nuestro suceso de interés.

Si consiste en n pruebas de Bernoulli, entonces diremos que sigue el modelo de la distribución binomial. La variable que expresa el número de éxitos obtenidos en cada prueba la denotaremos como:

$$X \rightarrow B(n, p)$$

Siendo n y p los parámetros de dicha distribución.

c. Si el test que realiza José contiene 20 preguntas de selección múltiple, ¿cuáles son los parámetros n y p que permiten estudiar la probabilidad de contestar acertadamente en las preguntas?