3º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 29

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

En esta clase reconocerás los crecimientos y decrecimientos exponenciales**.** Analizarás la estructura algebraica de la función exponencial.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

¿En qué tipo de situaciones podemos visualizar el uso de los crecimientos y decrecimientos exponenciales?

✓La **función exponencial** modela muchas situaciones de diversas áreas. Por ejemplo, en ciencias sociales, el crecimiento demográfico; en biología, el crecimiento bacteriano, y en economía, el interés compuesto, entre otras, todas ellas pueden tener la característica de **crecimiento o decrecimiento** y el análisis y reconocimiento de esto es vital para la toma de decisiones, por ejemplo, el crecimiento demográfico el impacto vial que tiene esto en las ciudades, entre otros.

Recuerda:

✓ La función exponencial tiene la forma algebraica de: $f(x) = ab^x$, donde $a,b \in \mathbb{R}$, con $b > 0$ y $b \neq 1$

Observa y escribe lo que sucede cuando el valor de la base de la función exponencial tiene distintos valores.

De acuerdo a lo visto en la clase 28, el crecimiento exponencial y decrecimiento exponencial tienen el siguiente comportamiento gráfico:

Si el crecimiento de las variables que experimenta un fenómeno se puede modelar con una función de la forma $\boldsymbol{f(x) = ab^x}$, con $\boldsymbol{a > 0}$ y $\boldsymbol{b > 1}$, entonces presenta un **crecimiento exponencial**.

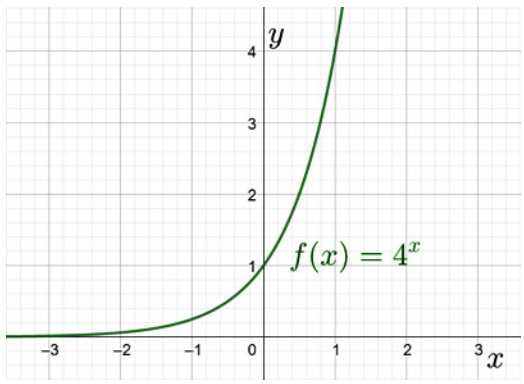
Si el crecimiento de las variables que experimenta un fenómeno se puede modelar con una función de la forma $\boldsymbol{f(x) = ab^x}$, con $\boldsymbol{a > 0}$ y $\boldsymbol{0 < b < 1}$, entonces presenta un **decrecimiento exponencial**.

✓ Ejemplos:

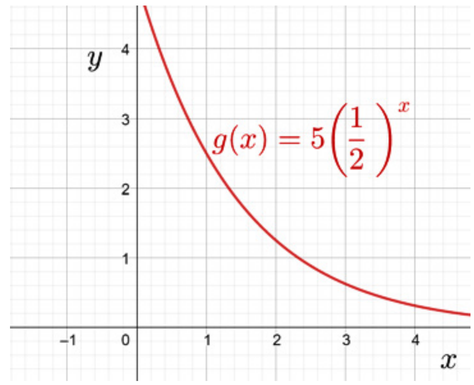
Crecimiento exponencial: $f(x) = 4^x$, donde $a = 1$ y $b = 4$.

Decrecimiento exponencial: $g(x) = 5\left(\frac{1}{2}\right)^x$, donde $a = 5$ y $b = \frac{1}{2}$

Crecimiento exponencial



Decrecimiento exponencial



Actividad 1

Escribe junto a cada función del siguiente listado si es de crecimiento exponencial o de decrecimiento exponencial.

a) $f(x) = \left(\frac{7}{8}\right)^x$ ___________________________________

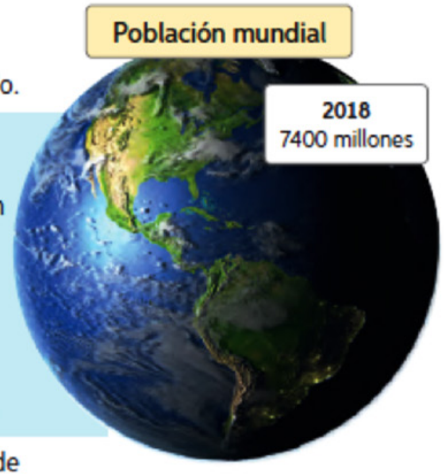
b) $g(x) = 2^{x+\frac{1}{2}}$ ___________________________________

c) $h(x) = (0,\overline{8})^{x-1}$ ________________________________

d) $j(x) = 1^x$ _________________________________

Observa el desarrollo para resolver la pregunta planteada, de la **página 40** del *texto del estudiante.*

1. Lee la información del recuadro. Luego, realiza lo pedido.



El economista y demógrafo inglés Thomas Malthus (1766-1834) estudió la población humana y concluyó que el número de habitantes se puede modelar según la expresión $P(t) = P_0 \cdot e^{rt}$, donde $P(t)$ es la población en un tiempo t, P_0 es la población en $t = 0$ y r es una constante relacionada con la tasa de crecimiento.

Según la información recolectada por los censos del Instituto nacional de Estadísticas (INE), en Chile había 13 348 401 habitantes en 1992 y 15 116 435 en 2002.

a. Observa el procedimiento para estimar la cantidad de habitantes que había en Chile en 2012.

- Como pasaron 10 años entre ambos censos, se puede conocer el valor de r resolviendo la ecuación:

$t = 0 \rightarrow$ año 1992
$t = 10 \rightarrow$ año 2002
$P_0 = 13\,348\,401$
$P(t) = 15\,116\,435$

$$15\,116\,435 = 13\,348\,401 \cdot e^{10r}$$
$$\frac{15\,116\,435}{13\,348\,401} = e^{10r} \quad / \ln$$
$$\ln\left(\frac{15\,116\,435}{13\,348\,401}\right) = 10r \rightarrow r \approx 0{,}01243$$

Se aplica logaritmo natural para despejar la incógnita.

- Luego, la población estimada de habitantes en Chile en 2012 es:

$$P(10) = 15\,116\,435 \cdot e^{0{,}01243 \cdot 10} \rightarrow P(10) \approx 17\,117\,179 \text{ habitantes.}$$

Actividad 2

I. Responde las preguntas b y c del ejercicio 1 de la **página 40** del *texto del estudiante.*

b)

c)

II. Realiza las actividades 6 y 7 de la **página 16** del *cuaderno de actividades* Tomo I del estudiante.

Cierre

Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **¿Cuál de las siguientes funciones representa un crecimiento exponencial?**

I. $f(x) = \left(\frac{8}{5}\right)^{x-2}$ II. $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$ III. $h(x) = (0,\overline{9})^x$

a) Solo I
b) Solo II
c) Solo III
d) Solo I y II
e) I, II y III

2 **Si la función exponencial $P(t) = P_0 \cdot e^{rt}$ permite determinar la cantidad de habitantes que habrá en un determinado minuto, y en una ciudad hubo 1 700 habitantes en el año 2000 y 2 850 en el año 2009, ¿cuál de las siguientes expresiones permite determinar la constante r de la función para estimar la población que habrá en el futuro?**

a) $\frac{1\,700}{2\,850} = e^{10r}$

b) $\frac{1\,700}{2\,850} = e^{9r}$

c) $\frac{2\,850}{1\,700} = e^{10r}$

d) $\frac{2\,850}{1\,700} = e^{9r}$

e) $\frac{2\,850}{1\,700} = e^{10-r}$

3

De acuerdo a la situación planteada en la pregunta anterior y del crecimiento poblacional que se ve con la función exponencial del demógrafo Malthus, ¿qué población se estima tener en la ciudad en el año 2021? (Utiliza la constante r con 4 decimales).

a) 3 157 habitantes.
b) 4 774 habitantes.
c) 5 059 habitantes.
d) 5 293 habitantes.
e) 5 675 habitantes.

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: __________________________________.

3º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad
2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Crecimiento y decrecimiento exponencial

Objetivo: Aplicar modelos matemáticos que describen situaciones de crecimiento y decrecimiento exponencial.

¿Qué características tiene una función exponencial? Descríbelas.

¿Cómo diferencias gráficamente entre una función exponencial de base mayor a 1 y una con base mayor a 0 y menor a 1?

1. Lee la información del recuadro. Luego, realiza lo pedido.

> El economista y demógrafo inglés Thomas Malthus (1766-1834) estudió la población humana y concluyó que el número de habitantes se puede modelar según la expresión $P(t) = P_0 \cdot e^{rt}$, donde $P(t)$ es la población en un tiempo t, P_0 es la población en $t = 0$ y r es una constante relacionada con la tasa de crecimiento.
>
> Según la información recolectada por los censos del Instituto nacional de Estadísticas (INE), en Chile había 13 348 401 habitantes en 1992 y 15 116 435 en 2002.

a. Observa el procedimiento para estimar la cantidad de habitantes que había en Chile en 2012.

- Como pasaron 10 años entre ambos censos, se puede conocer el valor de r resolviendo la ecuación:

$t = 0 \rightarrow$ año 1992
$t = 10 \rightarrow$ año 2002
$P_0 = 13\,348\,401$
$P(t) = 15\,116\,435$

$$15\,116\,435 = 13\,348\,401 \cdot e^{10r}$$

$$\frac{15\,116\,435}{13\,348\,401} = e^{10r} \qquad / \ln$$

$$\ln\left(\frac{15\,116\,435}{13\,348\,401}\right) = 10r \rightarrow r \approx 0{,}01243$$

Se aplica logaritmo natural para despejar la incógnita.

- Luego, la población estimada de habitantes en Chile en 2012 es:

$$P(10) = 15\,116\,435 \cdot e^{0{,}01243 \cdot 10} \rightarrow P(10) \approx 17\,117\,179 \text{ habitantes.}$$

b. ¿Qué puedes decir con respecto a la estimación anterior? Para responder esta pregunta investiga en sitios web de información confiable y compara.

c. Considera la población mundial que había en 2018 y realiza una estimación para 2040. Luego, investiga sobre las predicciones que se han hecho para ese año. ¿Se acerca tu estimación a lo esperado? Justifica.

> La **función exponencial** modela muchas situaciones de diversas áreas. Por ejemplo, en ciencias sociales, el crecimiento demográfico; en biología, el crecimiento bacteriano, y en economía, el interés compuesto, entre otras.
>
> Si el crecimiento de las variables que experimenta un fenómeno se puede modelar con una función de la forma $f(x) = ab^x$, con $a > 0$ y $b > 1$, entonces presenta un **crecimiento exponencial**.
>
> Si el crecimiento de las variables que experimenta un fenómeno se puede modelar con una función de la forma $f(x) = ab^x$, con $a > 0$ y $0 < b < 1$, entonces presenta un **decrecimiento exponencial**.

¿Cómo se relaciona el título de la Unidad con lo trabajado en esta página?

6. El área cubierta por un nenúfar en un lago se duplica cada día, creciendo gradualmente durante todo el día. Si al momento de empezar un estudio el nenúfar abarca una extensión de 1,2 m^2, ¿qué área ocupará dentro de 8 días?

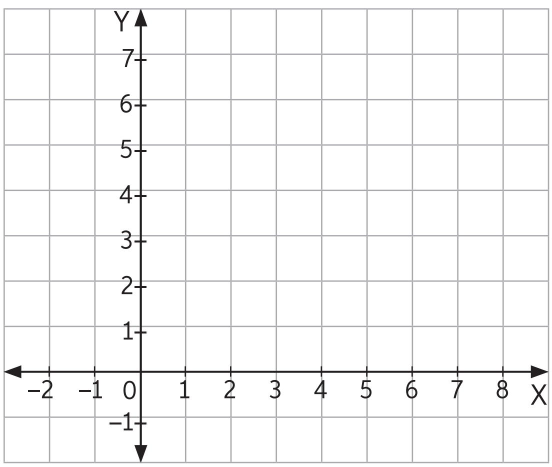
a. Completa la tabla.

Tiempo (días)	1	2	3	4	5	6	7	8
Área (m^2)	1,2							

Los **nenúfares** son plantas acuáticas con flores que crecen en lagos, lagunas, charcas o pantanos y que están usualmente enraizadas en el fondo.

b. ¿Qué función relaciona ambas variables? Llámala $A(t)$.

c. Representa la función en el plano cartesiano.



d. ¿Cuáles son el dominio y el recorrido de la función?

7. Se sabe que la concentración de anestesia en la sangre humana disminuye exponencialmente según la función $f(x) = k \cdot 0{,}95^x$, donde k es la cantidad inicial de anestesia en miligramos y x el tiempo en minutos desde su administración. ¿Cuántos miligramos de anestesia quedan en la sangre del paciente después de hora y media?

Se administraron 60 mg de anestesia a este paciente.