

**3°**  
medio

# Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo  
con el texto escolar

**Clase 36**

**Matemática**



## Inicio

En esta clase aplicaremos nuestros conocimientos de la **función exponencial y función logarítmica** para resolver ejercicios y problemas.

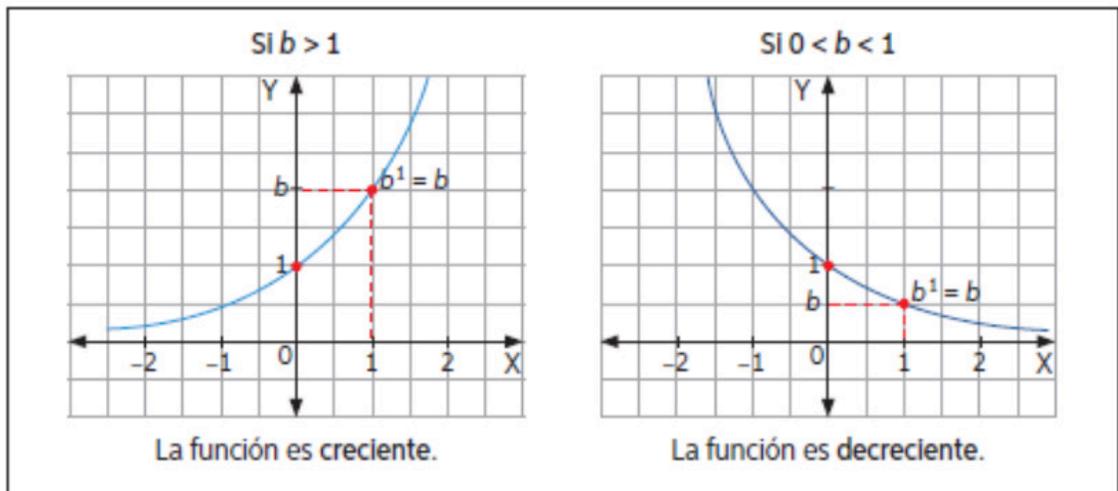
Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

## Desarrollo



Recuerda que en clases anteriores aprendiste que la gráfica de una función exponencial, puede tener contracción, dilatación, ser creciente, decreciente, traslaciones horizontales y/o verticales, como:

- La gráfica de una función exponencial de la forma  $f(x) = b^x$  depende del valor de  $b$ . Así:



Si  $|a| < 1$ , la gráfica de  $y = ab^x$  es una dilatación de  $y = b^x$ , mientras que  $|a| > 1$  es una contracción.

Además, mientras mayor es el valor de  $b$ , la función tiene un mayor crecimiento.

La gráfica de  $y = ab^{x-c}$  es una **traslación horizontal** de  $c$  unidades respecto de  $y = ab^x$ , hacia la derecha si  $c > 0$  y hacia la izquierda si  $c < 0$ .

La gráfica de  $y = ab^x + h$  es una **traslación vertical** de  $h$  unidades respecto de  $y = ab^x$ , hacia arriba si  $h > 0$  y hacia abajo si  $h < 0$ .



### Actividad 1

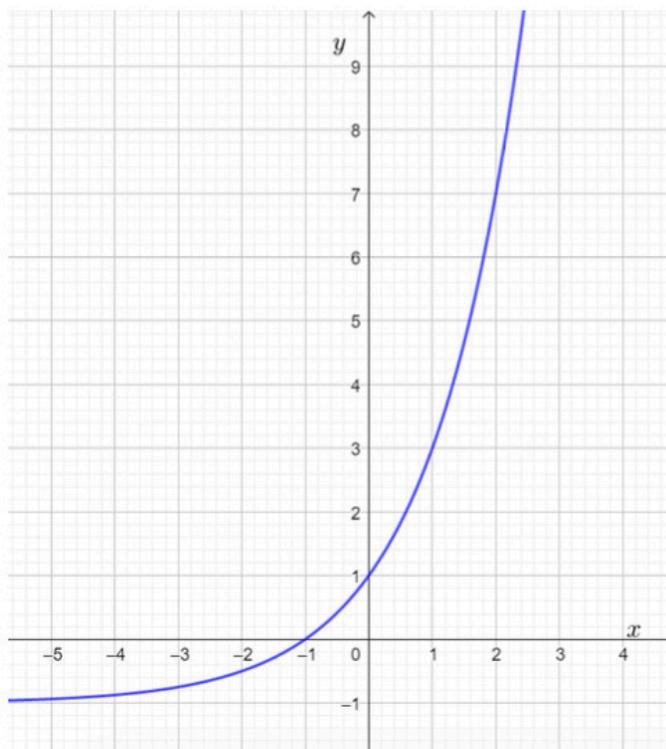
Ayudándote del contenido recordado, responde el **ítem 1** del **Repaso** de la **página 53** de tu **Texto del Estudiante**.



Puedes comprobar tus respuestas en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, **página 227**.



La herramienta tecnológica GeoGebra, permite realizar gráficas exactas de funciones, observa la siguiente que corresponde a la función  $f(x) = 2^{x-1} - 1$ .



### Actividad 2

Utilizando la gráfica dada, responde las **letras a, b, c y d** del **ítem 2** del **“Repaso”** de la **página 53** de tu **Texto del Estudiante**.

Luego no olvides revisar tus respuestas en el solucionario de tu **Texto del Estudiante**, en la **página 227**.



El interés compuesto es una de las aplicaciones de la función exponencial, cuya estructura algebraica es:

$$C_t = C(1 + i)^t$$

Donde:

$C_t$ : es el capital total.

$C$ : es el capital inicial

$i$ : es el interés la tasa de interés de  $r\%$ , donde  $i = \frac{r}{100}$

Esta expresión se aplica en general: en procesos en los que el aumento es un porcentaje de la cantidad existente, para estudiar el crecimiento de poblaciones de seres vivos y también para emplearla en los casos en que  $C_t < C$ , con tal de sustituir  $(1 + i)^t$  por  $(1 - i)^t$ . Lo que recibe el nombre de variaciones porcentuales, lo que se aplica en el ítem 3 del “Repaso”.



### Actividad 3

Apoyándote del recuerdo anterior, resuelve el **ítem 3**, **página 53**, de tu **Texto del Estudiante**.

Luego no olvides revisar tus respuestas en el solucionario de tu **Texto del Estudiante**, en la **página 227**.



Revisa las clases 34 y 35 para recordar como graficar una función logarítmica.

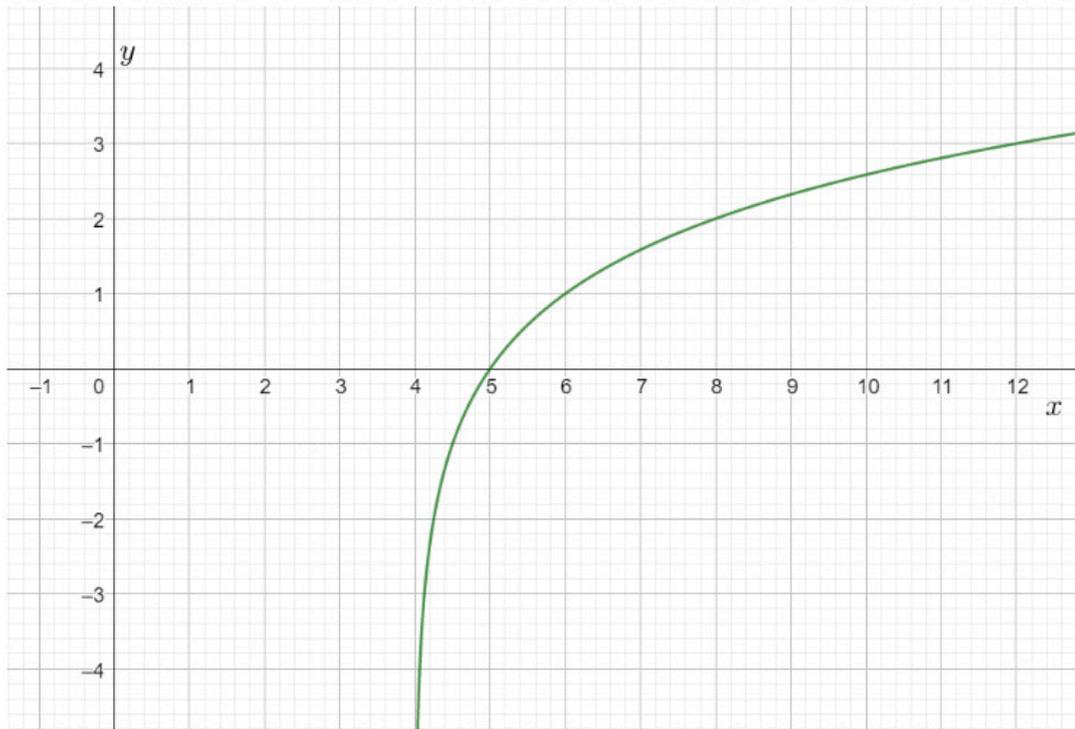


### Actividad 4

Una vez que hallas revisado cómo graficar una función logarítmica en las clases 34 y 35, realiza el **ítem 4** del “Repaso” en la **página 53**. No olvides verificar tus respuestas y resultados en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, el que aparece en la **página 228**.



Como viste anteriormente la herramienta tecnológica GeoGebra, permite realizar gráficas de funciones. Observa la gráfica de la función  $f(x) = \log_2(x - 4)$ .



#### Actividad 5

Utilizando la gráfica anterior, responde el ítem 5 del “Repaso” de la **página 53** de tu **Texto del Estudiante**.

Recuerda revisar tus respuestas en la **página 228** del solucionario de tu **Texto del Estudiante**.



Revisa la **clase 34** para recordar la relación entre la función exponencial y logarítmica, desde la perspectiva algebraica y gráfica.



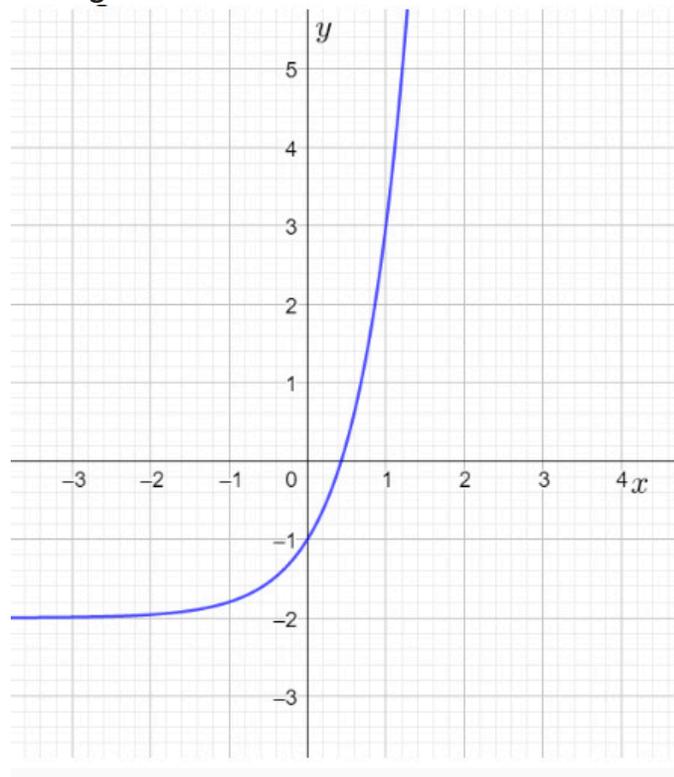
#### Actividad 6

Una vez que hallas revisado la clase 34, realiza el ítem 6 del “Repaso” en la **página 53**.

No olvides verificar tu respuesta en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, el que aparece en la **página 228**.

**Evaluación**

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

**1****Observa la siguiente gráfica**

¿Cuál es la función que corresponde a la gráfica anterior?

- a)  $g(x) = 5^x$
- b)  $g(x) = 5^{x+2}$
- c)  $g(x) = 5^{x-2}$
- d)  $g(x) = 5^x + 2$
- e)  $g(x) = 5^x - 2$

**2**

¿Cuál es el recorrido de la función  $g$  de la pregunta anterior?

- a)  $Rec: x \in \mathbb{R} : x > 2$
- b)  $Rec: x \in \mathbb{R} : x < 2$
- c)  $Rec: x \in \mathbb{R} : x \geq 2$
- d)  $Rec: x \in \mathbb{R} : x > -2$
- e)  $Rec: x \in \mathbb{R} : x < -2$

**3**

¿Cuál es el punto de intersección con el Eje  $x$  de la función logarítmica  $h(x) = \log_3(x + 2)$  ?

- a)  $(0,1)$
- b)  $(0, -1)$
- c)  $(-1,0)$
- d)  $(-1,1)$
- e)  $(-1, -1)$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número \_\_\_\_\_ fue: \_\_\_\_\_.

3<sup>o</sup>  
medio

# Texto escolar

## Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

## Síntesis

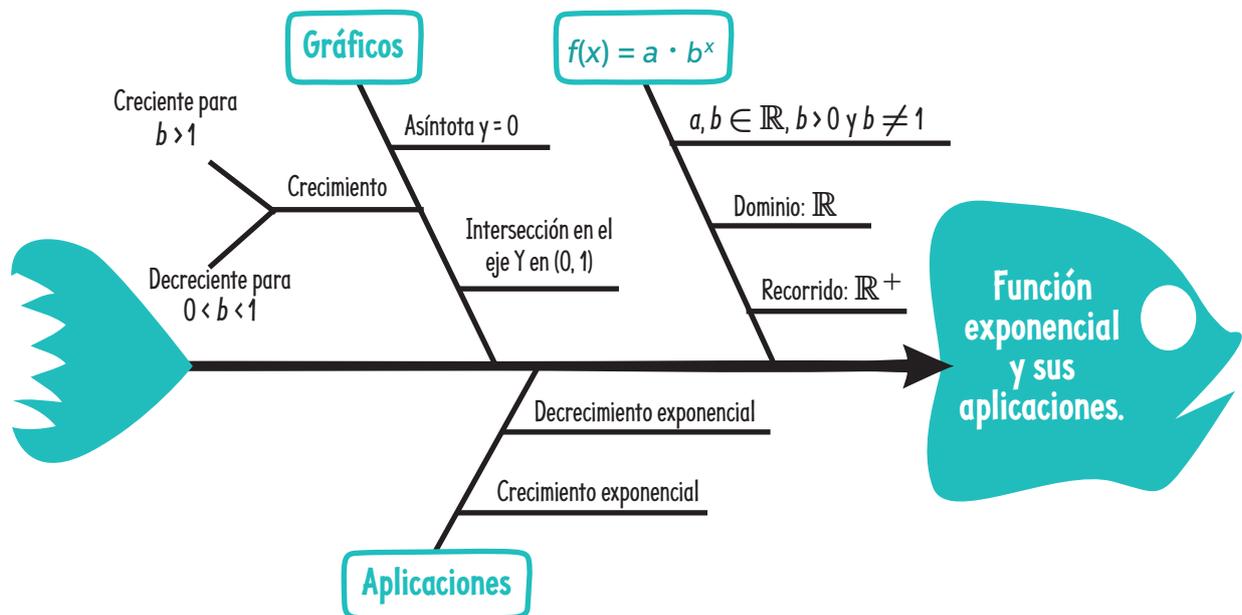
Lee atentamente la información y realiza lo pedido.

### ¿Qué es un diagrama de pez?

Conocido también como diagrama de Ishikawa, es un organizador gráfico que nos muestra la relación de diversos factores que conforman un proceso o fenómeno, estructurando ideas y encaminando el proceso principal.

Para confeccionar este diagrama, se debe definir el eje central y los sucesos que intervienen e identificar cómo los procesos están involucrados entre sí.

Observa el diagrama de pez que sintetiza la función exponencial.



### Ahora, hazlo tú

1. Explica el diagrama de pez observado.
2. Realiza un diagrama de Ishikawa con la lección de función logarítmica.
3. En parejas, compartan y analicen los diagramas. ¿Qué conceptos utilizaron para crear su síntesis? ¿Qué semejanzas y diferencias hay entre sus diagramas?

## Repaso

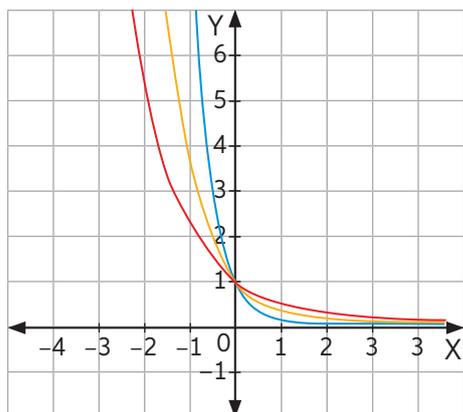
Realiza las siguientes actividades.

### Lección 3: Modelamiento de fenómenos con la función exponencial

1. Identifica en cada caso a qué curva corresponden las funciones indicadas.

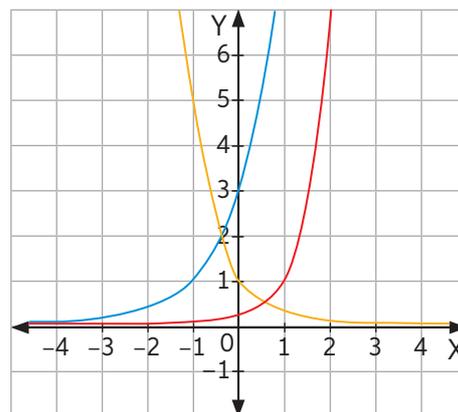
a.

$$f(x) = 0,4^x \quad g(x) = 0,1^x \quad h(x) = 0,3^x$$



b.

$$f(x) = 3^{x+1} \quad g(x) = 0,2^x \quad h(x) = 10^{x-1}$$



2. Representa la función  $f(x) = 2^{x+1} - 1$  en GeoGebra y realiza lo pedido.

- Determina el dominio y el recorrido.
- ¿Cuál es el punto de intersección con el eje de las ordenadas?
- ¿La función interseca el eje X?
- Indica si la función es creciente o decreciente.

### Medicina

- La cantidad del medicamento que tomó Sofía disminuye en el torrente sanguíneo aproximadamente en 30% por cada hora.
  - Determina el modelo de decrecimiento exponencial.
  - Calcula el tiempo que tardará el torrente sanguíneo en tener 150 mg de medicamento.

### Lección 4: Modelamiento de fenómenos con la función logarítmica

- Grafica las siguientes funciones logarítmicas en un mismo plano cartesiano.
 

a. $f(x) = \log_2 x$	c. $g(x) = \log_4 x$
b. $h(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$	d. $t(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$
- Grafica la función  $f(x) = \log_2(x - 4)$  en GeoGebra y realiza lo pedido.
  - Determina el dominio y el recorrido.
  - ¿Cuál es el punto de intersección con el eje X?, ¿y con el eje Y?
  - Indica si la función es creciente o decreciente.
- ¿Qué relación existe entre las funciones exponencial y logarítmica? Explica.

Con esta dosis de 400 mg te sentirás mejor.



6. Dom  $f: \mathbb{R}^+$ , Rec  $f: \mathbb{R}$ , Dom  $g: \mathbb{R}^+$ , Rec  $g: \mathbb{R}$ . Dom  $h: x \in \mathbb{R}: x > -1$ , Rec  $h: \mathbb{R}$ .

7. a.  $(-9, 0)$  y  $(0, 1)$ .    b.  $(4, 0)$  y  $(0; 0,7)$     c.  $(\frac{9}{4}, 0)$

**Página 48**

**Para concluir**

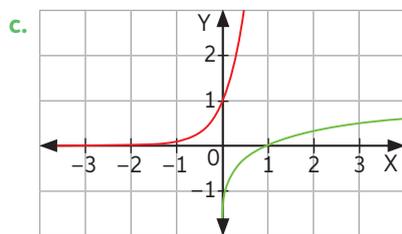
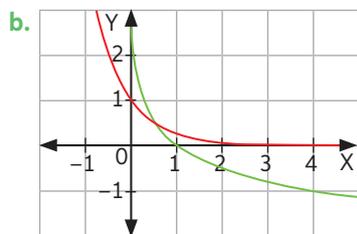
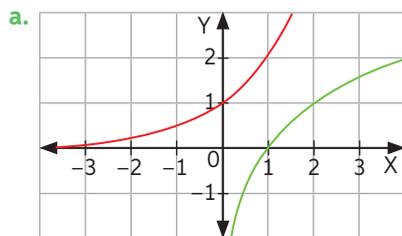
- Función de la forma  $f(x) = \log_a x$ , con  $a > 0$  y  $a \neq 1$ . Por ejemplo:  $f(x) = \log_3 x$ .
- La gráfica de una función de la forma  $f(x) = \log_a x$  depende del valor de  $a$ . Es creciente si  $a > 0$  y es decreciente si  $a < 0$ .
- Respuesta personal del estudiante.
- Respuesta personal del estudiante.

**Página 49** Relación entre las funciones exponencial y logarítmica

- La gráfica azul corresponde a  $f$  y la roja a  $g$ .
  - Que los valores de la columna izquierda de  $f(x)$  son iguales a los de la columna derecha de  $g(x)$ .
  - $(0, 1)$  y  $(1, 0)$ .
  - El dominio de  $f$  corresponde al recorrido de  $g$  y el dominio de  $g$  corresponde al recorrido de  $f$ .
- Sí. El eje de simetría es la recta  $y = x$ .

**Página 50**

2.



- $f^{-1}(x) = \log_4(x)$
  - $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$
  - $f^{-1}(x) = \ln(x)$

4.

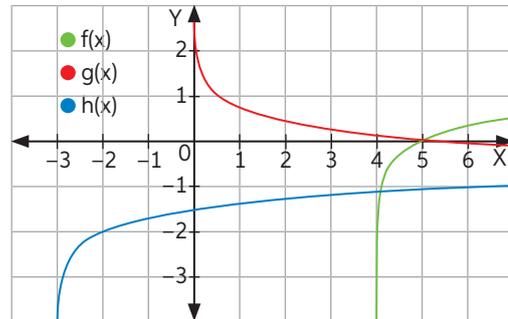
- Terremoto Valdivia:  $E = 1,58 \cdot 10^{26}$  ergios. Terremoto 2010:  $E = 1 \cdot 10^{25}$  ergios.
- Terremoto Algarrobo:  $M = 7,8$  grados Richter. Terremoto Vallenar:  $M = 6,9$  grados Richter.

**Para concluir**

- Fue 15,8 veces más intenso.
- Respuesta variable. Por ejemplo, la función exponencial es la inversa de la otra.
- Respuesta personal del estudiante.

**Página 51** Antes de continuar

1.



- Dom  $f: x \in \mathbb{R}: x > 4$ , Rec  $f: \mathbb{R}$ . Dom  $g: \mathbb{R}^+$ , Rec  $g: \mathbb{R}$ . Dom  $h: x \in \mathbb{R}: x > -3$ , Rec  $h: \mathbb{R}$ .
- $f^{-1}(x) = \frac{1}{5}^x$
  - $g^{-1}(x) = \log_6 x$
  - $h^{-1}(x) = \frac{3}{4}^x$
- El pH es 6,42 y se clasifica como una sustancia ácida.
  - Jugo:  $0,0000316$  moles/litro. Jabón de manos:  $3,16 \cdot 10^{-10}$  moles/litro.
  - $0,00158$  moles/litro
  - Al triplicar la concentración de una solución, el pH disminuye y la cantidad no depende de su concentración original.

**Página 52** Síntesis

- Respuesta variable. Por ejemplo:  $f(x) = \log_a x$ , recorrido:  $\mathbb{R}$ , dominio:  $\mathbb{R}^+$ , decibeles, función creciente para  $a > 1$ , asíntota, función decreciente para  $0 < a < 1$ , intersección con eje X en  $(1, 0)$ , cálculo de pH.
- Respuesta personal del estudiante.

**Página 53** Repaso

1.

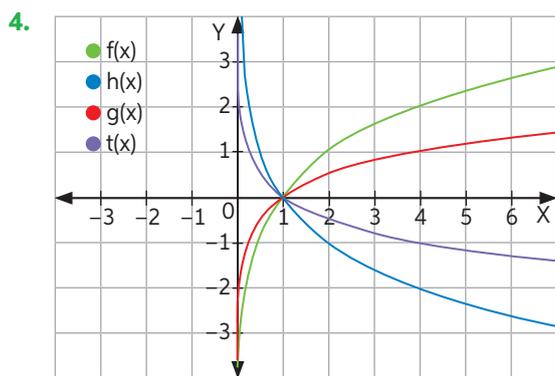
- $f$ : roja,  $g$ : azul,  $h$ : amarilla.
- $f$ : azul,  $g$ : amarilla,  $h$ : roja.

2.

- Dominio:  $\mathbb{R}$ , recorrido:  $y \in \mathbb{R}: y > -1$
- $(0, 1)$
- Sí,  $(-1, 0)$
- Es creciente.

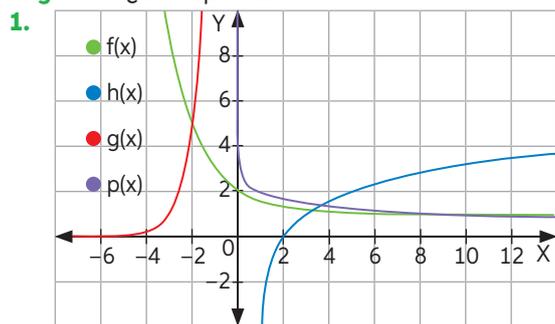
3.

- $C(x) = C_i \cdot (0,7)^x$ , donde  $C_i$  es la concentración inicial de medicamento y  $x$  es el tiempo transcurrido en horas.
- Tardará 2 horas y 45 minutos.



- 5.
- Dominio:  $x \in \mathbb{R}: x > 4$ , recorrido:  $\mathbb{R}$ .
  - Con el eje X es  $(5, 0)$  y no hay intersección con el eje Y.
  - La función es creciente.
6. La relación es que una es la función inversa de la otra.

**Página 54** ¿Qué aprendí?



- Dom  $f: \mathbb{R}$ , Rec  $f: y \in \mathbb{R}: y > 1$ , Dom  $g: \mathbb{R}$ , Rec  $g: \mathbb{R}^+$ , Dom  $h: x \in \mathbb{R}: x > 1$ , Rec  $h: \mathbb{R}$ . Dom  $p: \mathbb{R}^+$ , Rec  $p: \mathbb{R}$ .
- $f(x) = -\log_2(x) + 1$
  - $g(x) = \log_2(x + 1) - 2$
- Hay 8,18 mg de medicamento luego de una hora.
  - Debe tomarse el medicamento cada 6 horas.
  - Esta fórmula no es la adecuada para calcular cuando hay 0 concentración de medicamento en la sangre, porque no existe  $\ln(0)$ .
- Vinagre: 0,001259 moles/litro. Jugo gástrico: 0,0316 moles/litro. Orina: 0,000000316 moles/litro.

**Página 55**

- En el año 2025 será \$365 729.
- Avión despegando:  $I = 10 \text{ W/m}^2$ . Personas gritando:  $I = 10^{-3} \text{ W/m}^2$ . Taladro eléctrico:  $I = 10^{-2} \text{ W/m}^2$ .
  - Tiene 4,77 ( $10 \log 3$ ) decibeles más.
  - Aproximadamente 154 dB.
- Liberó 251 veces menos energía que el terremoto de Chile el 2010.

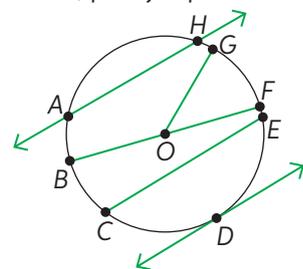
**UNIDAD 3: Relaciones métricas en las circunferencia**

**Página 56**

- Respuesta variable, por ejemplo, círculos y circunferencias.
- Respuesta variable, por ejemplo, la relación que existe entre las medidas de las ruedas.
- Respuesta variable, por ejemplo, en las medidas de las ruedas de los automóviles, en una rueda de la fortuna, en un reloj.
- Los Juegos Olímpicos es un evento deportivo internacional que cuenta con diferentes disciplinas. Algunas de sus disciplinas en que se pueden apreciar circunferencias y sus elementos, son ciclismo en pista y en ruta, gimnasia rítmica, entre otras.

**Página 58** Activo lo que sé

- Lugar geométrico de todos los puntos equidistantes a otro llamado centro.
  - Figura geométrica delimitada por una circunferencia.
  - Punto central de la circunferencia.
  - Distancia del centro de la circunferencia a un punto cualquiera de esta.
  - Cuerda de mayor longitud, pasa por el centro de la circunferencia.
  - Segmento que interseca en dos puntos a la circunferencia.
  - Recta que une a dos puntos de la circunferencia.
  - Recta que interseca en un solo punto a la circunferencia.
  - Curva continua que une dos puntos de la circunferencia.
- Respuesta variable, por ejemplo:



Circunferencia de centro  $O$ , radio  $\overline{OF}$ , diámetro  $\overline{FB}$ , cuerda  $\overline{CE}$ , secante  $\overleftrightarrow{AH}$ , tangente  $\overleftrightarrow{DI}$ .

- Respuesta variable. Por ejemplo:
  - $\overline{OY}$ ;  $\overline{OS}$ ;  $\overline{OT}$ ;  $\overline{OW}$
  - $\overline{WS}$ ;  $\overline{YT}$
  - $\widehat{XW}$ ;  $\widehat{WX}$ ;  $\widehat{TS}$
  - $\overleftrightarrow{IJ}$ ;  $\overleftrightarrow{MN}$
  - $\overleftrightarrow{KL}$ ;  $\overleftrightarrow{GH}$
- La circunferencia corresponde al borde y el círculo es el queso junto a todos los ingredientes.
  - Al centro de la circunferencia.
  - $P \approx 113,04 \text{ cm}$ ;  $A \approx 1017,36 \text{ cm}^2$ .
  - $r \approx 11,97 \text{ cm}$ .