

2°
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 33

Matemática



Inicio

El objetivo de esta clase es comprender y aplicar el método de factorización para resolver ecuaciones cuadráticas.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



✓ Plantear y resolver una ecuación significa representar, expresar en lenguaje algebraico un problema verbal (mediante una ecuación) y luego resolver.

Ejemplo: En un pasillo hay 135 baldosas. La cantidad de baldosas del largo son 6 más que del ancho. Por lo tanto si:

1. Planteamos la ecuación en la que x representa la cantidad de baldosas del ancho.

ancho = x

largo = $(x + 6)$

Sabemos que largo por ancho es igual a la superficie:

$$x \cdot (x + 6) = 135$$

2. Resolvemos la ecuación:

$$x^2 + 6x = 135$$

$$x^2 + 6x - 135 = 0$$

3. ¿Cuál es la factorización adecuada para aplicar en el lado izquierdo? Trinomio cuadrado con un término en común, luego mediante cálculos obtenemos que $-9 \cdot 15 = -135$ y $(-9 + 15) = 6$, luego la factorización es:

$$(x - 9)(x + 15) = 0$$

Resolvemos dos ecuaciones

$$(x - 9) = 0 \quad (x + 15) = 0$$

$$x_1 = 9 \quad x_2 = -15$$

Ayuda

Factorizaciones

Polinomio con término común

$$ap + aq = a(p + q)$$

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Trinomio cuadrado perfecto

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Trinomio cuadrado con término común

$$a^2 + (p + q)a + pq = (a + p)(a + q)$$

4. Interpretamos las soluciones:

- Si $x_1 = 9$ significa que la cantidad de baldosas que hay en el ancho son 9 y la cantidad de baldosas que hay en el largo son $9 + 6 = 15$.
- Si $x_2 = -15$ significa que la cantidad de baldosas que hay en el ancho son -15 y la cantidad de baldosas que hay en el largo son $-15 + 6 = -11$.

Luego concluimos que la cantidad de baldosas del ancho son 9 y del largo son 15.



Actividad 1

Resolvamos la siguiente situación.

En un laboratorio con 117 computadores. Los equipos están ordenados en filas y columnas. Si la cantidad de computadores por fila es 4 más que la cantidad de filas. ¿Cuál es la cantidad de filas y de computadoras por fila?

- Si se asigna con x la cantidad de filas, entonces la cantidad de computadores por fila es:

- En total son $x \cdot$ $= 117$, entonces $x \cdot$ $- 117 = 0$

- Desarrollamos la expresión y nos queda el trinomio:

- ¿Qué tipo de factorización se puede aplicar? Encierra en un círculo y justifica tu decisión.

Polinomio con término común	Diferencia de cuadrados
Trinomio de cuadrado perfecto	Trinomio de cuadrado con término común

- Factoriza la expresión según corresponda.

Las separamos en dos ecuaciones

$$\text{[Red Box]} \Leftrightarrow \text{[Blue Box]} \cdot \text{[Blue Box]} = 0$$

$$\text{[Blue Box]} = 0 \qquad \text{[Blue Box]} = 0$$



Luego las soluciones son:

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

■ Analicemos las soluciones:

1. Si $x_1 = \underline{\hspace{1cm}}$ significa que hay filas de computadores y computadores por cada fila.

2. Si $x_2 = \underline{\hspace{1cm}}$ significa que hay filas de computadores y computadores por cada fila.

■ ¿Son ambas soluciones pertinentes al contexto del problema? Explica



Actividad 2

Realiza el **ejercicio 3** del texto del estudiante de la **página 103**.

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

La expresión factorizada de la ecuación cuadrática $x^2 - 9x = -18$ es:

- a) $(x - 6)(x - 3) = 0$
- b) $(x + 6)(x + 3) = 0$
- c) $(x - 9)(x - 18) = 0$
- d) $(x - 9)(x + 18) = 0$

2

El producto entre un número y su consecutivo resulta 56. ¿Cuál es que la ecuación factorizada que modela el problema?

- a) $(x + 7)(x + 8) = 0$
- b) $(x + 7)(x - 8) = 0$
- c) $(x - 7)(x + 8) = 0$
- d) $(x - 7)(x - 8) = 0$

3

La expresión factorizada de $x^2 - 25 = 0$ es:

- a) $(x - 0)(x - 5) = 0$
- b) $(x + 5)(x + 5) = 0$
- c) $(x - 5)(x - 5) = 0$
- d) $(x + 5)(x - 5) = 0$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

2°
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

2. En un laboratorio con 117 computadores, los equipos están ordenados en filas y columnas. Si la cantidad de computadores por fila es 4 más que la cantidad de filas, ¿cuál es la cantidad de filas y de computadores por fila?

PASO 1 Interpreta los datos para escribir la ecuación.

Si se asigna como x la cantidad de filas, entonces la cantidad de computadores por fila es .

Luego, en total, son $x \cdot$ = 117.

Para resolver una ecuación usando factorización, la ecuación debe estar igualada a cero; en este caso:

$$x \cdot \text{} = 117, \text{ entonces } x \cdot \text{} - 117 = 0$$

Escrita en su forma general, es .

¿Qué tipo de factorización se puede aplicar? Justifica tu decisión.

Polinomio con término común	Diferencia de cuadrados
Trinomio del cuadrado perfecto	Trinomio de cuadrado con término común

PASO 2 Factoriza la expresión según corresponda. Luego, analiza las posibles soluciones.

¿Piensas que hay alguna otra manera de realizarlo? Explica.

Entonces, = 0 \Leftrightarrow \cdot = 0

Podemos separarla en dos ecuaciones: = 0 = 0

$x_1 =$ $x_2 =$

PASO 3 Interpreta las soluciones en el contexto del problema.

- En el caso de $x_1 =$ significa que hay filas de computadores y computadores por cada fila.
- En el caso de $x_2 =$ significa que hay filas de computadores y computadores por cada fila.

¿Son ambas soluciones obtenidas pertinentes al contexto del problema? Explica.



3. Tomás necesita saber las medidas del lado de un cuadrado cuya área está dada por la ecuación $x^2 - 64 = 0$. ¿Cómo podrías factorizar la expresión $x^2 - 64$ para facilitar la resolución de la ecuación?, ¿qué tipo de factorización se puede aplicar? Justifica tu decisión.

PASO 1 Factoriza la expresión según corresponda. Luego, analiza las posibles soluciones.

Entonces = 0 \Leftrightarrow \cdot = 0

Podemos separarla en dos ecuaciones: = 0 = 0

$x_1 =$ $x_2 =$

PASO 2 Interpreta las soluciones en el contexto del problema.

- En el caso de $x_1 =$, significa que _____

- En el caso de $x_2 =$, significa _____

¿Son ambas soluciones obtenidas pertinentes al contexto del problema? Explica.

En resumen

- Cuando en una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ la expresión algebraica $ax^2 + bx + c$ se puede factorizar en dos expresiones lineales, la ecuación se puede resolver al separarlas en las dos ecuaciones lineales asociadas. Esto puede realizarse en los números reales ya que se cumple:

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0.$$

- En particular, cuando en la ecuación $a = 1$, una estrategia posible es buscar dos números x_1 y x_2 tales que su producto sea igual a c y su suma sea igual a b , de forma que su factorización es:

$$x^2 + bx + c = (x - x_1)(x - x_2) = 0.$$

En este caso, se tiene que x_1 y x_2 son soluciones de la ecuación.

- Cuando $a \neq 1$, se puede intentar usar la estrategia anterior, dividiendo toda la ecuación por a para luego factorizarla, aunque esta idea no siempre logra simplificar la resolución de la ecuación, porque puede suceder que con los coeficientes obtenidos la expresión no sea simple de factorizar.

Tema 2 ¿En qué consiste la resolución por factorización?

Practico

1 Identifica cuál de las ecuaciones tiene las raíces dadas. Escribe SÍ o NO, según corresponda.

a. $x_1 = 2, x_2 = 3$

() $(x - 2)(x + 3) = 0$

() $(x - 2)(x - 3) = 0$

() $(x + 2)(x + 3) = 0$

b. $x_1 = -1, x_2 = -4$

() $(x - 1)(x - 4) = 0$

() $(x + 1)(x + 4) = 0$

() $(x + 1)(x - 4) = 0$

2 Escribe de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ que tenga las raíces dadas en cada caso.

a. $x_1 = 4, x_2 = 7$

R: _____

b. $x_1 = -2, x_2 = 5$

R: _____

c. $x_1 = 10, x_2 = 10$

R: _____

d. $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}$

R: _____

e. $x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = \frac{1}{2}$

R: _____

3 Factoriza y resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas.

a. $x^2 - 2x - 35 = 0$

Ecuación: _____

$x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

b. $x^2 - 6x - 40 = 0$

Ecuación: _____

$x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

c. $x^2 + x - 30 = 0$

Ecuación: _____

$x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

d. $x^2 + 15x + 56 = 0$

Ecuación: _____

$x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

e. $x^2 + 7x + 12 = 0$

Ecuación: _____

$x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

f. $x^2 + 6x + 5 = 0$

Ecuación: _____

$x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

4 Asocia cada ecuación de segundo grado con una factorización. Para ello, escribe la letra de la tabla correspondiente en cada ecuación.

A $(\sqrt{3}x + 5)(\sqrt{3}x - 5) = 0$	D $(x - \frac{3}{4})(4x + 8) = 0$
B $(2x - 7)^2 = 0$	E $5(x - 3)(x + 8) = 0$
C $(3x - 8)(5x - 2) = 0$	F $10x(x + 4) = 0$

a. $4x^2 - 28x + 49 = 0 \rightarrow \text{_____}$

b. $3x^2 - 25 = 0 \rightarrow \text{_____}$

c. $5x^2 + 25x - 120 = 0 \rightarrow \text{_____}$

d. $4x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow \text{_____}$

e. $10x^2 + 40x = 0 \rightarrow \text{_____}$

f. $15x^2 - 46x + 16 = 0 \rightarrow \text{_____}$

5 Resuelve las ecuaciones del ejercicio anterior.

a. $x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

b. $x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

c. $x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

d. $x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

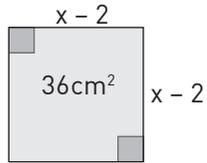
e. $x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

f. $x_1 = \text{_____}, x_2 = \text{_____}$

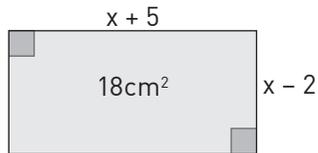
Me desafío

- 1 Con la información de cada figura, plantea una ecuación cuadrática y encuentra, si es posible, la longitud de los lados.

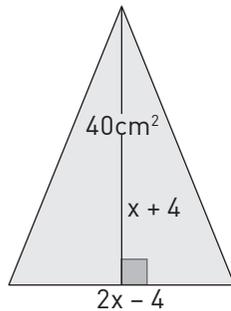
a. R: _____



b. R: _____



c. R: _____



Nota: Resuelve los problemas siguientes planteando una ecuación cuadrática.

- 2 Si la suma de los cuadrados de tres números naturales consecutivos es 302, ¿cuáles son los números?
Ecuación: _____
R: _____
- 3 La suma de los cuadrados de dos números naturales pares consecutivos es 1060. ¿Cuáles son los números?
Ecuación: _____
R: _____
- 4 La diferencia de dos números enteros positivos es 4 y la suma de sus cuadrados es 730. ¿Cuáles son los números?
Ecuación: _____
R: _____

- 5 El lado mayor de un rectángulo excede en 10 cm al lado menor. Si la diagonal mide 50 cm, ¿cuál es el perímetro del rectángulo?

Ecuación: _____

R: _____

- 6 El producto de la edad de una persona por 15 tiene 100 unidades menos que el cuadrado de su edad. ¿Cuántos años tiene la persona?

Ecuación: _____

R: _____

- 7 El área de un rectángulo es de 360 m^2 y el largo excede al ancho en dos unidades. Calcula el perímetro del rectángulo.

Ecuación: _____

R: _____

- 8 Encuentra dos números naturales consecutivos cuyo producto sea 272.

Ecuación: _____

R: _____

- 9 Se tienen tres números consecutivos tales que el mayor dividido por el menor resulta ser $\frac{3}{10}$ el del medio. ¿Cuáles son los números?

Ecuación: _____

R: _____

- 10 La base de un rectángulo es 2 cm mayor que la altura. Si la base y la altura aumentan 1 cm y 2 cm respectivamente resulta otro rectángulo cuya área es 24 cm^2 . ¿Cuáles son las dimensiones de este último?

Ecuación: _____

R: _____

- 11 Los lados de un triángulo miden $x + 3$, $2x - 5$ y $x - 4$. Si el triángulo es rectángulo, ¿cuál es el valor de x ?

Ecuación: _____

R: _____