

3°
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 18

Matemática



Inicio

En esta clase recordaremos cómo calcular la **VARIANZA** y la **DESVIACIÓN ESTÁNDAR** de datos agrupados y no agrupados a través del análisis de los valores de estas medidas de dispersión.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



De la **página 13** del texto del estudiante, sigue atentamente los pasos desarrollados por el entrenador de natación de la actividad revisada en la clase 17.

El entrenador continúa su análisis para tomar una adecuada decisión. Para ello, sigue estos pasos:

Paso 1: Calcula la media de los cuadrados de las diferencias entre cada tiempo de Daniela y el promedio. Obtienes así la **varianza** (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{(64 - 63,4)^2 + (58 - 63,4)^2 + (68 - 63,4)^2 + (62 - 63,4)^2 + (65 - 63,4)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{0,36 + 29,16 + 21,16 + 1,96 + 2,56}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{55,2}{5} = 11,04 \text{ s}^2$$

Paso 2: Calcula la raíz cuadrada del valor anterior y obtiene la **desviación estándar** (σ):

$$\sigma = \sqrt{11,04} \approx 3,32 \text{ s}$$

Recuerda que los datos de Daniela y Bárbara son:

Competencias de Daniela	
N.º de carrera	Tiempo (s)
1	64
2	58
3	68
4	62
5	65

Competencias de Bárbara	
N.º de carrera	Tiempo (s)
1	69
2	63
3	65
4	50
5	70



Actividad 1

A. Considerando los tiempos de Daniela, ¿por qué el resultado de la media de los cuadrados de las diferencias entre cada tiempo y el promedio es siempre positivo?

B. ¿Con los tiempos de Bárbara pasa lo mismo? Fundamenta tu respuesta.



Varianza y desviación estándar

Lee el cuadro explicativo que aparece en la [página 13](#) del texto del estudiante.

La **varianza** y la **desviación estándar** permiten cuantificar la dispersión dada por la desviación media.

- La **varianza** (σ^2) corresponde a la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de los n datos. Se expresa en unidades cuadradas.

Para datos no agrupados se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Para datos agrupados se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_{mc1} - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_{mc2} - \bar{x})^2 \cdot f_2 + (x_{mc3} - \bar{x})^2 \cdot f_3 + \dots + (x_{mcn} - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}$$

Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i , \bar{x} es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.

- La **desviación estándar** (σ) se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza. Se expresa en la misma unidad que la variable, por lo que nos puede dar una idea más cercana de lo disperso que es el conjunto.



Actividad 2

I. Observa la siguiente tabla, donde se muestran las alturas de 20 estudiantes de 4° medio.

Altura	MC	f_i
[145,155)	150	7
[155 , 165)	160	3
[165 , 175)	170	2
[175,185)	180	8

A. ¿Cuál es el valor de la **varianza** y de la **desviación estándar** de las alturas?

Varianza

Desviación Estándar

B. ¿Qué se puede decir de las alturas de los estudiantes en relación con el **promedio** (media aritmética) de estos datos?

II. Realiza el ejercicio 1a y 1b de la **página 4** del *cuaderno de actividades*, sin considerar el cálculo del rango.

1. Calcula el rango, la varianza y la desviación estándar de los siguientes conjuntos de datos:

a. 20, 5, 8, 20, 11

b. 6, 2, 13, 1, 12

III. Realiza el ejercicio 2 de la **página 4** del *cuaderno de actividades*.

2. David, el profesor de Historia, tiene la siguiente información respecto de las notas de su curso en una prueba.

Notas del Tercero A en una prueba de Historia	
Nota	Frecuencia
[1,0; 2,0[4
[2,0; 3,0[8
[3,0; 4,0[9
[4,0; 5,0[11
[5,0; 6,0[7
[6,0; 7,0[6

a. Calcula el promedio y la varianza de los datos.

IV. Realiza el ítem 3 de la [página 5](#) del *cuaderno de actividades*, sin considerar el cálculo del rango.

Medicina

3. El análisis de la sangre de una persona durante 7 semanas arroja las siguientes cantidades de leucocitos, también llamados globulos blancos:

Semana 1 → $3500/\text{mm}^3$
Semana 2 → $12\,000/\text{mm}^3$
Semana 3 → $4800/\text{mm}^3$
Semana 4 → $4100/\text{mm}^3$
Semana 5 → $3700/\text{mm}^3$
Semana 6 → $6200/\text{mm}^3$
Semana 7 → $3100/\text{mm}^3$

a. Calcula el rango, la desviación media y la varianza.

b. Calcula la desviación estándar.

c. El médico que trata al paciente debe cambiar el tratamiento si el promedio de la cantidad de leucocitos es inferior a $4500/\text{mm}^3$ y la desviación estándar es inferior a 2000 mm^3 . ¿Qué decisión tomará el doctor?, ¿por qué?



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 ¿Qué relación matemática se puede establecer entre la **varianza** y **desviación estándar**?

- A. La varianza es el doble de la desviación estándar.
- B. La desviación estándar es la mitad de la varianza.
- C. La varianza es la segunda potencia de la desviación estándar.
- D. La desviación estándar es el cuádruplo de la varianza.
- E. La varianza es la raíz cuadrada de la desviación estándar.

2 ¿Cuál de los siguientes procedimientos permite obtener la varianza de los datos que se muestran en la siguiente tabla?

Horas de estudio en casa durante la semana	MC	f_i
[0, 2)	1	11
[2, 4)	3	14
[4, 6)	5	4
[6, 8)	7	1

- A. $\sigma^2 = \frac{(11-1)^2 + (14-3)^2 + (4-5)^2 + (1-7)^2}{30}$
- B. $\sigma^2 = \frac{(11+1)^2 - (14+3)^2 - (4+5)^2 - (1+7)^2}{30}$
- C. $\sigma^2 = \frac{(11-2,7)^2 + (14-2,7)^2 - (4-2,7)^2 - (1-2,7)^2}{30}$
- D. $\sigma^2 = \frac{11 \cdot (1-2,7)^2 + 14 \cdot (3-2,7)^2 + 4 \cdot (5-2,7)^2 + (7-2,7)^2}{30}$
- E. $\sigma^2 = \frac{1 \cdot (11-2,7)^2 + 3 \cdot (14-2,7)^2 + 5 \cdot (4-2,7)^2 + 7 \cdot (1-2,7)^2}{30}$

3

Considerando la tabla anterior, ¿cuál es la desviación estándar de los datos, sabiendo que la media aritmética es, aproximadamente, 2,7?

- A. 1,54
- B. 2,40
- C. 2,93
- D. 4,00
- E. 5,40

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

3^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

5. El entrenador continúa su análisis para tomar una adecuada decisión. Para ello, sigue estos pasos:

Paso 1: Calcula la media de los cuadrados de las diferencias entre cada tiempo de Daniela y el promedio. Obtiene así la **varianza** (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{(64 - 63,4)^2 + (58 - 63,4)^2 + (68 - 63,4)^2 + (62 - 63,4)^2 + (65 - 63,4)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{0,36 + 29,16 + 21,16 + 1,96 + 2,56}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{55,2}{5} = 11,04 \text{ s}^2$$

Paso 2: Calcula la raíz cuadrada del valor anterior y obtiene la **desviación estándar** (σ):

$$\sigma = \sqrt{11,04} \approx 3,32 \text{ s}$$

La **varianza** y la **desviación estándar** permiten cuantificar la dispersión dada por la desviación media.

- La **varianza** (σ^2) corresponde a la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de los n datos. Se expresa en unidades cuadradas.

Para **datos no agrupados** se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Para **datos agrupados** se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_{mc1} - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_{mc2} - \bar{x})^2 \cdot f_2 + (x_{mc3} - \bar{x})^2 \cdot f_3 + \dots + (x_{mcn} - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}$$

Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i , \bar{x} es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.

- La **desviación estándar** (σ) se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza. Se expresa en la misma unidad que la variable, por lo que nos puede dar una idea más cercana de lo disperso que es el conjunto.

➤ ¿Puede ser negativo el valor de la varianza?, ¿por qué?

- Calcula la varianza de los tiempos de Bárbara.
- Calcula la desviación estándar de los tiempos de Bárbara.
- Compara la dispersión entre los datos de Daniela y los de Bárbara. ¿Dónde es mayor la dispersión? ← A mayor dispersión, mayor valor de la varianza; a menor dispersión, menor valor de la varianza.
- Finalmente, con toda la información obtenida acerca de los tiempos de ambas nadadoras, responde:

¿Qué decisión debe tomar el entrenador?, ¿quién debería participar en la próxima competencia: Daniela o Bárbara?

Lección 1

Toma de decisiones aplicando medidas de dispersión de datos

Medidas de dispersión

1. Calcula el rango, la varianza y la desviación estándar de los siguientes conjuntos de datos:

- a. 20, 5, 8, 20, 11

- b. 6, 2, 13, 1, 12

2. David, el profesor de Historia, tiene la siguiente información respecto de las notas de su curso en una prueba.

Notas del Tercero A en una prueba de Historia	
Nota	Frecuencia
[1,0; 2,0[4
[2,0; 3,0[8
[3,0; 4,0[9
[4,0; 5,0[11
[5,0; 6,0[7
[6,0; 7,0]	6

- a. Calcula el promedio y la varianza de los datos.

Medicina

3. El análisis de la sangre de una persona durante 7 semanas arroja las siguientes cantidades de leucocitos, también llamados glóbulos blancos:

Semana 1 → $3500/\text{mm}^3$

Semana 2 → $12000/\text{mm}^3$

Semana 3 → $4800/\text{mm}^3$

Semana 4 → $4100/\text{mm}^3$

Semana 5 → $3700/\text{mm}^3$

Semana 6 → $6200/\text{mm}^3$

Semana 7 → $3100/\text{mm}^3$

- a. Calcula el rango, la desviación media y la varianza.

- b. Calcula la desviación estándar.

- c. El médico que trata al paciente debe cambiar el tratamiento si el promedio de la cantidad de leucocitos es inferior a $4500/\text{mm}^3$ y la desviación estándar es inferior a 2000 mm^3 . ¿Qué decisión tomará el doctor?, ¿por qué?
