1° medio

Aprendo sin parar

Solucionario

semana 2

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Propiedades de la adición y multiplicación de números racionales. (Página 26)

$$2 \cdot (42{,}85 + 28{,}29) = 2 \cdot 42{,}85 + 2 \cdot 28{,}29$$
$$= 85{,}7 + 56{,}58$$

El resultado es 142,28.
Si se hubiera sumado primero la cantidad entre paréntesis y luego aumentar al doble, el resultado es el mismo.
$2 \cdot (42{,}85 + 28{,}29) = 2 \cdot 71{,}14 = 142{,}28$

Página 28

1. a. = **b.** ≠ **c.** = **d.** = **e.** ≠ **f.** =

2. a. Distributiva, Elemento neutro, Conmutativa, Elemento neutro.
b. Asociativa, Conmutativa.

3. a. Sí
b. No siempre ya que el resultado puede ser una fracción o un número entero.
c. Sí
d. La multiplicación de 2 números naturales es siempre un número natural, sin embargo la división no, ya que si el divisor no es múltiplo del dividendo, el cociente será un número racional.
e. No siempre ya que, el resultado puede ser una fracción o un número entero.
f. Sí

4. a. F, $a + b \in \mathbb{Q}$ **b.** F, $a \cdot b \in \mathbb{Q}$ **c.** F, $a + b = b$ **d.** V

Página 29

5. Las respuestas son variadas, a continuación se muestran dos ejemplos a cada ejercicio.

a. $-\frac{9}{20}, -\frac{1}{2}, -\frac{11}{20}$ y $-0{,}59; -0{,}5; -0{,}42$
b. $\frac{1}{2}, \frac{7}{12}, \frac{1}{3}$ y $\frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}$
c. $\frac{9}{16}, \frac{5}{8}, \frac{11}{16}$ y $0{,}6; 0{,}7; 0{,}71$
d. $-\frac{3}{5}, -\frac{7}{15}, -\frac{8}{15}$ y $-0{,}6; -0{,}5; -0{,}41$
e. $-\frac{25}{168}, -\frac{13}{84}, -\frac{9}{56}$ y $-\frac{33}{200}, -\frac{3}{20}, -\frac{41}{280}$
f. $\frac{9\,899}{9\,900}, \frac{9\,901}{9\,900}$ y $0{,}999; 1; 1{,}005$

6. No, porque los números naturales y enteros no son densos (es decir, entre dos números consecutivos no es posible encontrar tantos números como quisiera, dentro del mismo conjunto).

7. Si a y b son números racionales distintos de cero, tales que $a \cdot b = c$, hay que demostrar que c es un número racional. Sabemos que $a = \frac{x}{y}$ y $b = \frac{z}{w}$, con números enteros distintos de cero.
Su multiplicación es: $\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw} = c$.
Como la multiplicación de números enteros da como resultado un número entero, entonces xz e yw son números enteros distintos de cero. Por lo tanto, c es un número racional por ser cociente de números enteros.

Operaciones combinadas (Página 30)

$5 \cdot 200 + 6 \cdot 450 + 5\,400 + 1\,800$
$1\,000 + 2\,700 + 5\,400 + 1\,800$
$10\,900$
Los estudiantes gastaron $ 10 900

Página 32

1. a. $\frac{53}{75}$ **b.** $9\frac{37}{102}$ **c.** $-\frac{392}{447}$ **d.** $2\frac{2}{3}$ **e.** $1\frac{1\,906}{6\,305}$ **f.** $-10\frac{2}{9}$ **g.** 1 **h.** $5\frac{1}{3}$

2.

$(a - b \cdot [c + a])$	$([a - b] \cdot [c + a])$
$-\frac{1}{35}$	$-\frac{79}{560}$
$\frac{46\,021}{13\,500}$	$\frac{52\,039}{13\,500}$
$\frac{427}{330}$	$\frac{103\,831}{98\,010}$

3. a. $2 \cdot \left(\frac{3}{7} + \frac{9}{10}\right) - 5^2 = -\frac{782}{35}$
b. $\frac{(17 - 5)^2}{3 \cdot (5 + 3)} = 6$
c. $3 \cdot (0{,}7 + 2{,}3) - 4 \cdot (8{,}7 - 5{,}2) = -5$
d. $8 \cdot (9 + 10) + 3 \cdot (115{,}7 - 7{,}7) = 476$
e. $2 \cdot \frac{1}{5} - 3 \cdot \frac{4}{9} = -\frac{14}{15}$

4. La opinión correcta es la de Claudia, pues efectivamente en una gran cantidad de casos, la existencia de los paréntesis altera el resultado.

El ejemplo es variado, a continuación se muestran dos ejemplos:

Ejemplo 1	
$0{,}2 + 0{,}3 \cdot 0{,}4$	$(0{,}2 + 0{,}3) \cdot 0{,}4$
$0{,}2 + 0{,}12$	$0{,}5 \cdot 0{,}4$
$0{,}32$	$0{,}2$

Ejemplo 2	
$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} \cdot 2$	$\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{7}\right) \cdot 2$
$\frac{2}{5} + \frac{6}{7}$	$\frac{29}{35} \cdot 2$
$\frac{44}{35}$	$\frac{58}{35}$

5. a. 750 m^2
b. Área 1: $\frac{384}{5}$ m^2 Área 2: $\frac{768}{5}$ m^2 Área 3: $\frac{1\,504}{5}$ m^2 Área 4: $\frac{1\,094}{5}$ m^2
Al sumarlas se obtiene, que es el área total que limpiaron los estudiantes.

¿Cómo voy? Evaluación de proceso 1 (Páginas 34 y 35)

1. a. $0{,}025 \in \mathbb{Q}$ $450 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ $1{,}5 \in \mathbb{Q}$ $220 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$
b. Un saltamontes puede saltar 180 veces su tamaño.
c. Las distancias que alcanzan suman 4,83 m. (4,5 m. de saltamontes + 0,33 m. de pulga).
d. No, ya que es un número decimal, es decir, un número racional.
e. La I y la III, ya que están relacionadas mediante la propiedad distributiva.

2. Respuesta variada, a continuación se muestran dos posibles problemas.
Ejemplo 1: Juan me ha regalado 7 dólares y 75 centavos para cambiarlos a pesos chilenos. Además yo tenía guardados 3,5 dólares que también he decidido cambiar. Si un quarter equivale a $ 175, ¿cuánto dinero recibiré al efectuar el cambio?
Respuesta: $ 7 875
Ejemplo 2: Francisca junta un dinero que le regaló su tía de Estados Unidos con el de su hermano, para hacerle un regalo a su mamá. Si Francisca tiene 5 dólares 60 centavos y 6 quarter, y su hermano tiene el doble de dólares y la tercera parte de centavos que su hermana, ¿cuánto dinero lograrán juntar?
Respuesta: 17 dólares y 30 centavos.

Tema 2: Potencias

Recuerdo lo que sé (Página 36)

1. a. 1 048 576 bytes
b. 1 073 741 824 bytes
c. 1 099 511 627 776 bytes

2. a. 20 **b.** 30 **c.** 40

3. a. $1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^0$
b. $1 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$
c. $1 \cdot 10^9 + 7 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$
d. $1 \cdot 10^{12} + 9 \cdot 10^{10} + 9 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^8 + 1 \cdot 10^7 + 1 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$

4. El resultado es 2^{20} y equivale a la cantidad de bytes en 1 megabyte.

Diseño mi estrategia (Página 37)

5. Aproximadamente 23 veces más.

6. a. División.
b. Idealmente debió haber sido así, para no trabajar con números tan grandes.
c. Sí, pues la capacidad del *pendrive* es 2^{34} bytes, y la del CD es $700 \cdot 2^{20}$ bytes, luego el cociente es $\frac{1}{700} \cdot 2^{14}$ bytes.

Potencias de base y exponente entero (Página 38)

Si se multiplica una cantidad impar de veces el resultado es negativo, si se multiplica una cantidad par de veces el resultado es positivo.

$(-2)^5$	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	-32	Impar	–
$(-2)^6$	$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	64	Par	+
$(-3)^4$	$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$	81	Par	+
$(-3)^5$	$(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$	-243	Impar	–
$(-1)^7$	$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$	-1	Impar	–
$(-1)^8$	$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$	1	Par	+

Página 40

- Se utilizó la propiedad de división de potencias con igual base para mostrar que $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$.

Página 42

1. a. Negativo **b.** Positivo **c.** Positivo **d.** Negativo **e.** Positivo **f.** Positivo

2. a. $(-6)^8$ **b.** -4^6 **c.** $(-4)^6$ **d.** $(-8)^3$ **e.** -8^3 **f.** 2^9

3. a. $-(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)$ **b.** $(-11) \cdot (-11)$ **c.** $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ **d.** $2 \cdot 2 \cdot 2$ **e.** $-(7 \cdot 7 \cdot 7)$ **f.** $-(15 \cdot 15)$

4. a. -3 **b.** $-\frac{1}{5}$ **c.** -81

5. a. 625 **b.** -256 **c.** 1 **d.** 10 000 **e.** -243 **f.** -144

6. a. No, debe ser $-16\,807$. **b.** Sí **c.** Sí **d.** No, debe ser $\frac{1}{8}$. **e.** Sí **f.** No, debe ser 8.

7. Son incorrectas:
$-2^0 = 1$, pues $-2^0 = -1$
$-(-3)^0 = 1$, pues $-(-3)^0 = -1$
$(-3)^0 = -1$, pues $(-3)^0 = 1$

Página 43

8. a. 8^3 dm^3

b. • $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{31}$
• 4.294.967.295

c. Debe escoger a Marcos, por que el 2 solo eleva al 4 y no al (–4) como cree Daniela.

Potencias de base racional y exponente entero (Página 44)

- Los lados de los triángulos de la figura 1 miden 0,5 cm., los de la figura 2 miden 0,25 cm. y los de la figura 3 miden 0,125 cm.
- $0{,}5^1$ cm; $0{,}5^2$ cm; $0{,}5^3$ cm
- En la figura 1, 3 triángulos (3^1).
  En la figura 2, 9 triángulos (3^2).
  En la figura 3, 27 triángulos (3^3).
- Tendría 3^4 triángulos de color.

Página 48

1. a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ **b.** $\left(-\frac{30}{13}\right)^8$ **c.** $\left(-\frac{9}{10}\right)^1$

2. a. 1 **b.** $-\frac{1}{216}$ **c.** $\frac{81}{4\,096}$ **d.** 0,16 **e.** 0,0009 **f.** 0,04

3. a. $\frac{2}{3}$ **b.** $\frac{107}{196}$ **c.** $-\frac{14}{3}$

4. a. 2 **b.** -4 **c.** 3

5. Beatriz tiene la razón, ya que la potencia $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ al tener exponente negativo, su valor es igual al del inverso multiplicativo de la potencia cuyo exponente es positivo.

6. a. $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ y $1^3 = 1$. Se cumple.

b. Cuando se tiene potencia de una potencia, los exponentes se multiplican, y como la multiplicación es conmutativa, entonces se cumple la igualdad.

7. a. $\frac{121}{225} \neq \frac{61}{225}$ **b.** $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}$

8. a. 19,94 cm^2 **b.** 4,8 cm^2

Página 49

9. El virus de mayor tamaño es el del sida.

10. a. En la figura 0, el perímetro del triángulo blanco es: $\frac{1}{2}a$.

En la figura 1, el perímetro de cada uno de los triángulos blancos es: $\frac{1}{4}a$.

En la figura 2, el perímetro de cada uno de los triángulos blancos es: $\frac{1}{8}a$.

b. Considerando $n \in \mathbb{N}_0$, el perímetro de cada triángulo mide $\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} a$.

11. a. $\frac{1}{16}$ **b.** $\frac{1}{8}$ **c.** $\frac{1}{64}$

d. $\frac{1}{64}$ Corresponde a la parte inferior vertical del ojo.

e. $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Multiplicación y división de potencias de base racional (Página 50)

- El terreno de Paula tiene un área de $(3{,}5)^2$ m^2, y de la mitad de ello $\left(\frac{1}{2} \cdot (3{,}5)^2\right)$ el jardinero ocupó $\frac{1}{10}$, es decir $\left(\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3{,}5)^2\right)$. Y como por cada m^2 cobró \$4 500, esto se multiplica por ese valor.
- La primera expresión.
- El área del jardín construido es $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3{,}5)^2$ m^2, y se quiere saber cuántos terrenos de área $(0{,}2)^2$ m^2 se pueden construir en él, por esto se divide.
- La primera expresión.
- Paula gastó aproximadamente \$2 756.
- Se pueden construir aproximadamente 15 terrenos con forma cuadrada de 0,2 m. de lado.

Página 54

1. a. $\frac{9}{49}$ **b.** 256 **c.** $\left(\frac{5}{4}\right)^{10} = \frac{9\,765\,625}{1\,048\,576}$ **d.** $\frac{1}{64}$

2. a. $\frac{1}{12}$ **b.** 1 **c.** $\frac{2}{5}$ **d.** $\frac{8}{27}$

3. a. $\left(\frac{6}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^3 = \left(\frac{6}{5}\right)^{2+3} = \left(\frac{6}{5}\right)^5 = \frac{7\,776}{3\,125}$ **b.** $-\frac{1}{512}$

4. Error: Se utilizó la propiedad de multiplicación de potencias con igual base, siendo que lo propuesto es una suma de potencias.
Lo correcto es: $2^0 + 2^1 + 2^2 = 1 + 2 + 4 = 7$

5. a. $\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = 1 : \frac{a^n}{b^n} = 1 \cdot \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$

b. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = \frac{a^n}{1} \cdot \frac{1}{b^n} = \frac{1}{a^{-n}} \cdot \frac{b^{-n}}{1} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

6. $D = \frac{160}{9}$ m^2

Página 55

7. a. Superficie construida: $\left(\frac{1}{3}\right)^4 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{81} + \frac{1}{27} = \frac{1+3}{81} = \frac{4}{81}$ km^2

Superficie total: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$ km$^2 = \frac{1}{8}$ km^2

Superficie sin construir: $\left(\frac{1}{8} - \frac{4}{81}\right)$ km$^2 = \frac{49}{648}$ km^2

Y como $\frac{49}{648} > \frac{4}{81}$, el terreno cumple con la condición solicitada por don José.

b. La mitad del cociente es 8.

c. En el caso propuesto por Danilo sí se cumple, pues $4 - 2 = 4 : 2$, pero esto no siempre es así, a continuación se muestran dos contraejemplos:

Contraejemplo 1:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{6:2} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

Sin embargo: $\left(\frac{2}{3}\right)^6 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^6}{3^6} : \frac{2^2}{3^2} = \frac{64}{729} : \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$, y ocurre que $\frac{8}{27} \neq \frac{16}{81}$

Contraejemplo 2:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^9 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{9:3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Sin embargo lo correcto es: $\left(\frac{1}{2}\right)^9 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^9}{2^9} : \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{512} : \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$

Crecimiento y decrecimiento exponencial (Página 56)

Mes	Dinero $
1	60 000
2	60 600
3	61 206
4	61 818,06
5	62 436,2406
6	63 060,60301

- Porque en términos de porcentaje: 1,01 = 100 % + 1 %
- En el mes 11: 60 000 • $1{,}01^{10}$
- En el mes n : 60 000 • $1{,}01^{n-1}$