1° medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 13

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

El propósito de esta clase es **recordar las propiedades para multiplicar y dividir potencias de base racional y exponente entero.**

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

Para comenzar, revisaremos los **procedimientos para multiplicar potencias de base racional** (con sus respectivos ejemplos) que aparecen en la página 51 de tu texto de estudio.

Conceptos

Para **multiplicar potencias de igual base racional** y con **exponente entero**, se conserva la base y se suman los exponentes.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}, \text{ donde } m, n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo 1

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base racional.

Un ejemplo puede ser la multiplicación $\left(-\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^5$.

$\left(-\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^5 = \frac{(-9)^3}{4^3} \cdot \frac{(-9)^5}{4^5}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= \frac{(-9)^3 \cdot (-9)^5}{4^3 \cdot 4^5}$ → Multiplicas fracciones.

$= \frac{(-9)^{3+5}}{4^{3+5}}$ → Aplicas la propiedad de la multiplicación de potencias.

$= \left(\frac{-9}{4}\right)^{3+5}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

Por lo que queda mostrada la propiedad con un ejemplo.

Conceptos

Para **multiplicar potencias de igual exponente** se conserva el exponente y se multiplican las bases.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, se tiene:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo 2

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la multiplicación de potencias de igual exponente.

Un ejemplo puede ser la multiplicación $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$.

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$$
Escribes las potencias como multiplicación iterada.

$$= \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5}$$
Aplicas la conmutatividad para reordenar los factores.

$$= \left(-\frac{6}{20}\right) \cdot \left(-\frac{6}{20}\right) \cdot \left(-\frac{6}{20}\right) = \left(-\frac{6}{20}\right)^3$$
Multiplicas cada par de factores y representa como una potencia.

Por lo que queda mostrada la propiedad con un ejemplo.

Actividad 1

De la página 18 de tu cuaderno de ejercicios, resuelve los **ejercicios a, b, e y f del ítem 1.**

1. Resuelve aplicando las propiedades de las potencias. En algunos casos deberás hacer modificaciones para igualar las bases.

a. $\left(\frac{6}{7}\right)^3 \cdot \frac{6}{7} =$

e. $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

b. $\left(\frac{2}{5}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

f. $\left(-\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

De igual manera, revisemos los **procedimientos para dividir potencias de base racional** (con sus respectivos ejemplos) que aparecen en las páginas 52 y 53 de tu texto de estudio.

Conceptos

Para **dividir potencias de igual base racional** distinta de 0 y de **exponente entero** se conserva la base, y al exponente del dividendo se le resta el exponente del divisor.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}, \text{ donde } m, n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo 3

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la división de potencias de igual base racional.

Un ejemplo puede ser la división $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5$.

$\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5 = \frac{(-5)^3}{2^3} : \frac{(-5)^5}{2^5}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= \frac{(-5)^3}{2^3} \cdot \frac{2^5}{(-5)^5}$ → Representas la división de fracciones como una multiplicación.

$= \frac{(-5)^3 \cdot 2^5}{2^3 \cdot (-5)^5}$ → Multiplicas fracciones.

$= \frac{(-5)^{3-5}}{2^{3-5}}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual base.

$= \left(\frac{-5}{2}\right)^{3-5}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

Por lo tanto, $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5 = \left(\frac{-5}{2}\right)^{3-5}$.

Conceptos

Para **dividir potencias de igual exponente entero** se conserva el exponente y se dividen los números racionales de las bases.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo 4

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la división de potencias de igual exponente y base racional.

Un ejemplo puede ser la división $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3$.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \frac{4^3}{7^3} \longrightarrow \text{Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.}$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{7^3}{4^3} \longrightarrow \text{Representas la división de fracciones como una multiplicación.}$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^3 \longrightarrow \text{Escribes el segundo factor como potencia de base racional.}$$

$$= \left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4}\right)^3 \longrightarrow \text{Aplicas la propiedad de la multiplicación de potencias de igual exponente.}$$

$$= \left(-\frac{2}{3} : \frac{4}{7}\right)^3 \longrightarrow \text{Escribes el producto como cociente.}$$

$$= \left(-\frac{14}{12}\right)^3 \longrightarrow \text{Calculas la división de fracciones.}$$

Por lo tanto, $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{14}{12}\right)^3$.

Actividad 2

Continuando con la página 18 de tu cuaderno de ejercicios, resuelve los **ejercicios c, d, i y j del ítem 1.**

1. Resuelve aplicando las propiedades de las potencias. En algunos casos deberás hacer modificaciones para igualar las bases.

c. $(2{,}7)^7 : (0{,}3)^7 = \square$

i. $(0{,}8)^9 : (0{,}8)^5 = \square$

d. $\left(\frac{4}{9}\right)^7 : \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \square$

j. $(0{,}5)^3 : \left(-\frac{9}{5}\right)^{-3} = \square$

Cierre

Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 $\frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{6} =$

A. $\left(\frac{8}{27}\right)^{6}$

B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{7}$

C. $\left(\frac{2}{3}\right)^{8}$

D. $\left(\frac{4}{9}\right)^{6}$

2 Al resolver $\left(\frac{3}{5}\right)^{9} : \left(\frac{5}{3}\right)^{9}$, se obtinene :

A. $\left(\frac{3}{5}\right)^{18}$

B. $\left(\frac{5}{3}\right)^{18}$

C. 1

D. $\left(\frac{3}{5}\right)^{9}$

3 ¿Cuál de las siguientes potencias se obtiene al resolver $\left(\frac{16}{9}\right)^{4} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{3} : \left(\frac{2}{9}\right)^{11}$?

A. $\left(\frac{1}{6}\right)^{11}$

B. 6^{11}

C. $\left(\frac{4}{3}\right)^{11}$

D. $\left(\frac{2}{9}\right)^{11}$

Si consideras que debes reforzar estos contenidos, te recomendamos revisar las páginas 51, 52 y 53 de tu texto de estudio.

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ____________________________________.

1º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Conceptos

Para **multiplicar potencias de igual base racional** y con **exponente entero**, se conserva la base y se suman los exponentes.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}, \text{ donde } m, n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo 1

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base racional.

Un ejemplo puede ser la multiplicación $\left(-\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^5$.

$$\left(-\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right)^5 = \frac{(-9)^3}{4^3} \cdot \frac{(-9)^5}{4^5}$$ Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$$= \frac{(-9)^3 \cdot (-9)^5}{4^3 \cdot 4^5}$$ Multiplicas fracciones.

$$= \frac{(-9)^{3+5}}{4^{3+5}}$$ Aplicas la propiedad de la multiplicación de potencias.

$$= \left(\frac{-9}{4}\right)^{3+5}$$ Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

Por lo que queda mostrada la propiedad con un ejemplo.

Atención

Cada número racional se puede expresar como la división de dos números enteros, con el denominador distinto de cero; de esta manera, las propiedades propuestas para las potencias de base un número entero se relacionan con las propiedades de base un número racional.

Conceptos

Para **multiplicar potencias de igual exponente** se conserva el exponente y se multiplican las bases.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, se tiene:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo 2

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la multiplicación de potencias de igual exponente.

Un ejemplo puede ser la multiplicación $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$.

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$$ Escribes las potencias como multiplicación iterada.

$$= \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5}$$ Aplicas la conmutatividad para reordenar los factores.

$$= \left(-\frac{6}{20}\right) \cdot \left(-\frac{6}{20}\right) \cdot \left(-\frac{6}{20}\right) = \left(-\frac{6}{20}\right)^3$$ Multiplicas cada par de factores y representa como una potencia.

Por lo que queda mostrada la propiedad con un ejemplo.

Las propiedades que has estudiado para la multiplicación de potencias se extienden para la división de potencias de igual base o de igual exponente.

Conceptos

Para **dividir potencias de igual base racional** distinta de 0 y de **exponente entero** se conserva la base, y al exponente del dividendo se le resta el exponente del divisor.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}, \text{ donde } m, n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo 3

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la división de potencias de igual base racional.

Un ejemplo puede ser la división $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5$.

$\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5 = \frac{(-5)^3}{2^3} : \frac{(-5)^5}{2^5}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= \frac{(-5)^3}{2^3} \cdot \frac{2^5}{(-5)^5}$ → Representas la división de fracciones como una multiplicación.

$= \frac{(-5)^3 \cdot 2^5}{2^3 \cdot (-5)^5}$ → Multiplicas fracciones.

$= \frac{(-5)^{3-5}}{2^{3-5}}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual base.

$= \left(\frac{-5}{2}\right)^{3-5}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

Por lo tanto, $\left(-\frac{5}{2}\right)^3 : \left(-\frac{5}{2}\right)^5 = \left(\frac{-5}{2}\right)^{3-5}$.

En este ejemplo se aplicaron propiedades de potencias de base entera. ¿Cómo se podría mostrar la propiedad solo usando la interpretación de potencias como multiplicación iterada? Explícale a un compañero o compañera.

Actitud

Recuerda tener una actitud respetuosa cuando trabajes con tus compañeros.

Conceptos

Para **dividir potencias de igual exponente entero** se conserva el exponente y se dividen los números racionales de las bases.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces esta propiedad se expresa como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n, \text{ donde } n \in \mathbb{Z}.$$

Ejemplo 4

Muestra con un ejemplo la aplicación de la propiedad de la división de potencias de igual exponente y base racional.

Un ejemplo puede ser la división $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3$.

$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \frac{4^3}{7^3}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \frac{7^3}{4^3}$ → Representas la división de fracciones como una multiplicación.

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^3$ → Escribes el segundo factor como potencia de base racional.

$= \left(-\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4}\right)^3$ → Aplicas la propiedad de la multiplicación de potencias de igual exponente.

$= \left(-\frac{2}{3} : \frac{4}{7}\right)^3$ → Escribes el producto como cociente.

$= \left(-\frac{14}{12}\right)^3$ → Calculas la división de fracciones.

Por lo tanto, $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \left(-\frac{14}{12}\right)^3$.

Atención

Las propiedades de la multiplicación y división de potencias de igual exponente con base racional también son aplicables cuando la base es un número entero distinto de cero o un número natural.

Ejemplo 5

Aplica las propiedades de las potencias para simplificar la expresión.

$$\left[\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^{10}\right] \cdot \left[\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3\right]$$

PASO A PASO

1. En el primer paréntesis resuelves una división de potencias de igual base.

$$\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^{10} = \left(\frac{4}{5}\right)^{7-10} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

2. En el segundo paréntesis resuelves una división de potencias de igual exponente.

$$\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(-\frac{2}{20} : \frac{5}{2}\right)^3 = \left(-\frac{2}{20} \cdot \frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{4}{100}\right)^3$$

3. Resuelve la multiplicación.

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{100}\right)^3 = \left[\frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{4}{100}\right)\right]^3 = \left[-\frac{20}{400}\right]^3 = \left[-\frac{1}{20}\right]^3 = -\frac{1}{8\,000}$$

Por lo tanto, $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^{10}\right] \cdot \left[\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3\right] = -\frac{1}{8\,000}$.

¿Crees que conocer las propiedades de las potencias te ayudará al calculo de su valor? Explica.