

**4º**  
medio

# Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo  
con el texto escolar

**Semana 19**  
Clase 76

## Matemática



## Inicio

El objetivo de esta clase es aplicar el concepto de función inversa dada una función afín y verificar sus principales características.

OA 3

Trascribe esta guía en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase. Necesitarás el Texto del estudiante y el Cuaderno de actividades. De igual manera, al final de este documento se adjuntan las páginas necesarias de ambos libros, para que puedas desarrollar esta guía.

## Desarrollo



**Analiza la siguiente situación. Luego responde lo pedido.**

En una clase de repaso en una clase de preuniversitario, el profesor de matemática plantea el siguiente desafío:

“sea  $f$  una función afín, tal que:  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $f^{-1}$  es su función inversa. Si  $f(2) = 4$  y  $f^{-1}(3) = 5$ , ¿Cuál es el valor de  $f^{-1}(4) + f(5) + f^{-1}(f(4))$ ?”

Pablo, estudiante de 4 medio, plantea la siguiente solución:

Paso 1:

Se sabe que  $f$  es una función afín, entonces es del tipo  $f(x) = mx + n$

Entonces considerando que  $f(2) = 4$ , pudo plantear la ecuación:  $2m + n = 4$

Paso 2:

Se sabe que  $f^{-1}(3) = 5$ , por lo cual deduce que  $f(5) = 3$ , por propiedad de la función inversa, lo cual le permite plantear la ecuación:  $5m + n = 3$

Paso 3:

Con las ecuaciones obtenidas en los pasos 1 y 2, plantea un sistema de ecuaciones:

$$\begin{array}{l} 5m + n = 3 \\ 2m + n = 4 \end{array}$$

Paso 4:

Resuelve el sistema mediante el método de reducción o eliminación, para ello multiplico la ecuación  $2m + n = 4$  por  $(-1)$  y luego sumo, y obtuvo que:

$$3m = -1 \rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

Paso 5:

Reemplazando el valor de  $m = -\frac{1}{3}$  en cualquiera de las ecuaciones obtenidas en los pasos 1 o 2, determina el valor de  $n$ , es decir:

$$2 \cdot -\frac{1}{3} + n = 4 \quad \text{amplificamos por 3}$$

$$-2 + 3n = 12 \quad \text{despejando } n, \text{ se obtiene que } n = \frac{14}{3}$$

Paso 6:

Pablo afirma que la función afín está dada por la expresión:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$$

Paso 7:

Calcula la función inversa:

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3} \text{ amplifica por 3}$$

$3y = -x + 14$  despeja la variable  $x$  en término de  $y$

$x = -3y + 14$  luego intercambia las variables y obtiene:

$$y = -3x + 14$$

$$f^{-1}(x) = -3x + 14$$

Paso 8:

Calcula el valor de:  $f^{-1}(4) + f(5) + f^{-1}(f(4))$

$$f^{-1}(4) = -3 \cdot 4 + 14 = 2$$

$$f(5) = -\frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{14}{3} = \frac{-5}{3} + \frac{14}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$f(4) = -\frac{1}{3} \cdot 4 + \frac{14}{3} = \frac{-4}{3} + \frac{14}{3} = \frac{10}{3}, \text{ entonces,}$$

$$f^{-1}(f(4)) = f^{-1}\left(\frac{10}{3}\right) = -3 \cdot \frac{10}{3} + 14 = -10 + 14 = 4$$

Paso 9:

Suma los valores obtenidos:

$$2 + 3 + 4 = 9$$

Paso 10:

Finalmente responde que el valor de la expresión:

$$f^{-1}(4) + f(5) + f^{-1}(f(4)) \text{ es } 9.$$

**Reflexiona y propone tu estrategia.**

¿podrías plantear otra estrategia para resolver, considerando que en una evaluación de selección universitaria se requiere rapidez? Justifica tu respuesta.

Observa lo propuesto por Melanie, estudiante de 3 medio.

“sea  $f$  una función afín, tal que:  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $f^{-1}$  es su función inversa. Si  $f(2) = 4$  y  $f^{-1}(3) = 5$ , ¿Cuál es el valor de  $f^{-1}(4) + f(5) + f^{-1}(f(4))$ ?”

Ella resumió los datos del problema en la siguiente tabla:

$f$		$f^{-1}$	
$x$	$y$	$x$	$y$
2	4	3	5
5		4	
4			

Melanie recordó la propiedad que dice si  $(a,b) \in f$ , entonces puede afirmar que:  $(b,a) \in f^{-1}$ .

Con esto, pudo rellenar la tabla parcialmente:

De esta tabla se desprende que  $f^{-1}(4) = 2$  y que  $f(5) = 3$ , por lo que solo me resta saber el valor de  $f^{-1}(f(4))$ .

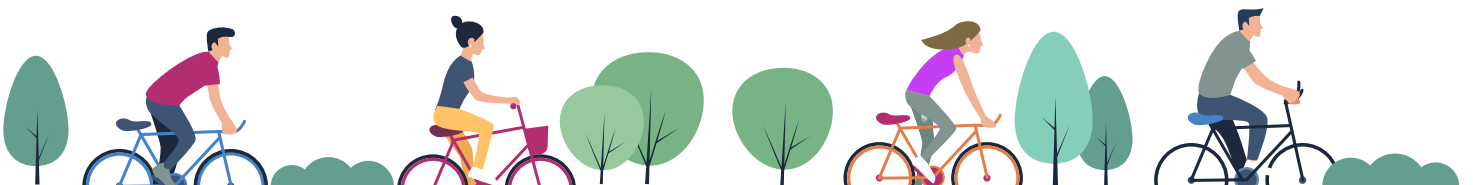
$f$		$f^{-1}$	
$x$	$y$	$x$	$y$
2	4	3	5
5	3	4	2
4			

Puedes ayudar a Melanie, mencionando alguna propiedad que le permita obtener el valor de  $f^{-1}(f(4))$ , sin necesidad de tener que calcular  $f$  y  $f^{-1}$ .

**No debes olvidar que:  $(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = x$**

Se tiene que  $f^{-1}(f(4)) = 4$ , lo que se explica ya que si  $f(4) = k$  entonces  $f^{-1}(k) = 4$

Melanie concluye que el valor de la expresión  $f^{-1}(4) + f(5) + f^{-1}(f(4))$  es 9.



## Cierre



### Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

Es posible determinar  $f$  si se sabe que:

(1)  $f$  es una función lineal

(2)  $f^{-1}(2) = 3$

- a) (1) por si sola.
- b) (2) por si sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.

2

Es posible determinar  $f$  si se sabe que:

(1)  $f(2) = 4$

(2)  $f^{-1}(1) = 1$

- a) (1) por si sola.
- b) (2) por si sola.
- c) Ambas juntas, (1) y (2).
- d) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
- e) Se requiere información adicional.

3

Sea  $f$  una función afín, tal que:  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $f^{-1}$  es su función inversa. Si  $f(1) = 5$  y  $f(2) = 3$ , ¿cuál es el valor de  $f^{-1}(5) + f(3) + f^{-1}(f(9))$ ?

- a) 14
- b) 12
- c) 10
- d) 8
- e) 6

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número \_\_\_\_\_ fue: \_\_\_\_\_.