

4º
medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Semana 19
Clase 73

Matemática



Inicio

El objetivo de esta clase es definir la función inversa de una función y analizar la función inversa de una función afín.

OA 3

Trascribe esta guía en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase. Necesitarás el Texto del estudiante y el Cuaderno de actividades. De igual manera, al final de este documento se adjuntan las páginas necesarias de ambos libros, para que puedas desarrollar esta guía.

Desarrollo



Recordemos que:

- La **Función inversa** de $f(x)$ se simboliza por $f^{-1}(x)$.
- Para que una función $f(x)$ tenga función inversa $f(x)^{-1}$, $f(x)$ debe ser inyectiva.
- Además, $f(x)$ y $f(x)^{-1}$ deben ser biyectivas.

Función inversa

$f^{-1}(x)$ corresponde a la función inversa de $f(x)$ si se cumple que:
 $f(a) = b \leftrightarrow f^{-1}(b) = a$. Para cualquier valor a de A y cualquier valor b de B .

En toda función inversa se cumple que:

$$\text{Dom } f = \text{Rec } f^{-1} \text{ y } \text{Rec } f = \text{Dom } f^{-1}$$

Procedimiento para determinar la función inversa

Una de las formas de obtener la función inversa de $f(x)$ es despejar la variable de x de la expresión de $y = f(x)$. Luego, intercambiar las variables x e y .

Ejemplo:

calculemos la función inversa de $f(x) = x + 3$

$$y = x + 3 \quad / + (-3)$$
$$y - 3 = x$$

Se intercambia las variables x e y .

$$x - 3 = y$$

Finalmente se escribe la función inversa como:

$$f^{-1}(x) = x - 3$$

El punto $(2,5) \in f(x)$, entonces, se verifica que el punto $(5,2) \in f^{-1}(x)$, es decir:

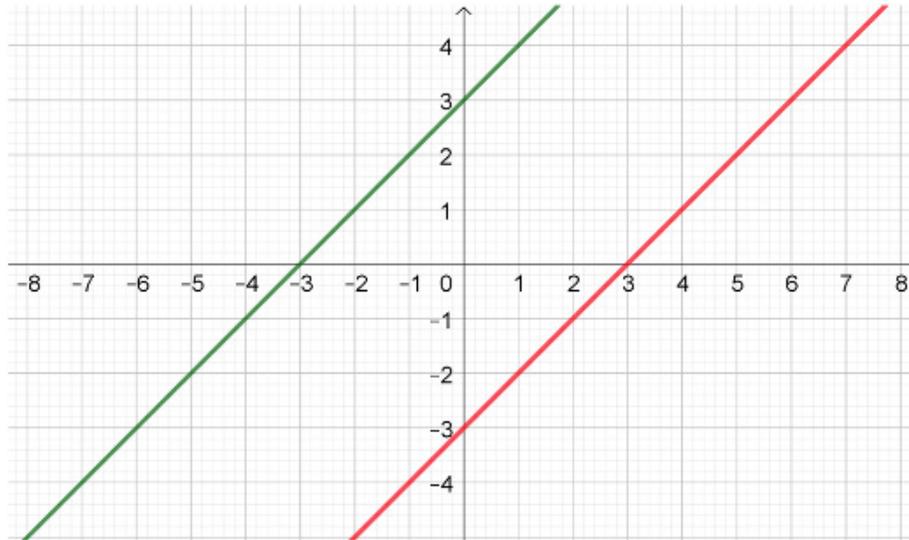
$$f(2) = 2 + 3 = 5 \rightarrow f^{-1}(5) = 5 - 3 = 2.$$



Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1

Observa la gráfica de la función $f(x) = x + 3$ y de su función inversa $f^{-1}(x) = x - 3$, y luego gráfica la función identidad ($f(x) = x$). Luego responde lo pedido.



a) ¿Cómo son las gráficas de f y f^{-1} con respecto a la función identidad?

b) el par ordenado $(1,4) \in f(x)$, entonces verifica que $(4,1) \in f^{-1}(x)$.

Actividad 2

Dada la función $f(x) = 2x - 5$, determine:

a) $f^{-1}(5) =$

c) $f^{-1}(-3) =$

b) $f^{-1}(7) =$

d) $f^{-1}(0) =$



Veamos el siguiente ejemplo:

Sea f una función afín, tal que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y f^{-1} es su función inversa. Si $f(1) = 2$ y $f(2) = 5$. ¿Cuál es el valor de $f^{-1}(8)$?

Desarrollo:

Como f una función afín, es de la forma: $f(x) = m \cdot x + n$

Además, se tiene que: $f(1) = 2$ y $f(2) = 5$, es decir:

$$f(1) = m \cdot 1 + n = 2 \rightarrow m + n = 2 \quad (1)$$

$$f(2) = m \cdot 2 + n = 5 \rightarrow 2m + n = 5 \quad (2)$$

De (1) y (2) se puede plantear un sistema de ecuaciones lineales de 2×2 , es decir:

$$\begin{cases} m + n = 2 \\ 2m + n = 5 \end{cases}$$

Si a (2) le restamos (1) se obtiene:

$$m = 3$$

Y reemplazando $m = 3$ en (1) ó (2), se obtiene:

$$n = -1$$

Por lo tanto, la función afín f , está dada por la expresión $f(x) = 3 \cdot x - 1$

En seguida, se procede a determinar la función inversa f^{-1} de $f(x) = 3 \cdot x - 1$; Despejando la variable x en términos de y , es decir:

$$\begin{array}{ll} y = 3 \cdot x - 1 & / + 1 \\ y + 1 = 3 \cdot x & / \cdot \frac{1}{3} \end{array}$$

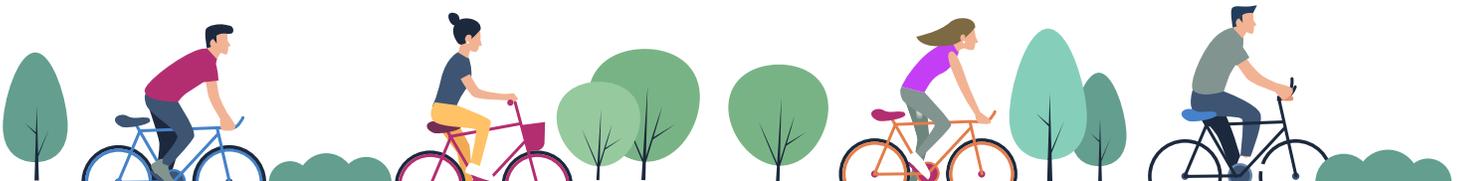
$$\frac{y + 1}{3} = x$$

Entonces, la función inversa está dada por la expresión $f^{-1}(x) = \frac{x + 1}{3}$.

Se pide determinar $f^{-1}(8)$, por lo tanto, al evaluar la función inversa en $x = 8$, se obtiene:

$$f^{-1}(8) = \frac{8 + 1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Finalmente, se concluye que $f^{-1}(8)$ es igual a 3.



Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 Sea $f(x) = 5x - 7$, entonces el valor de $f(2) - f^{-1}(3)$ es:

- a) 8
- b) 5
- c) 1
- d) 0
- e) -5

2 Si $f^{-1}(x) = 3 - 4x$, entonces el valor de $f(3) + f(-1)$ es:

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

3 Sea f una función afín, tal que $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y f^{-1} es su función inversa. Si $f(1) = 2$ y $f(2) = 9$, entonces, ¿cuál es el valor de $f^{-1}(16)$?

- a) 41
- b) 3
- c) 1
- d) -1
- e) -2

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.