

GUÍA DE MATEMÁTICA IV° MEDIO
CLASE 66

El objetivo de esta clase es definir una ecuación cuadrática y resolver ecuaciones de segundo grado con una incógnita.



Recordemos que

Una **ecuación cuadrática** o de *segundo grado* con una incógnita, es una ecuación en que el mayor exponente de la incógnita es dos, es decir, es una ecuación de la forma, $ax^2 + bx + c = 0$. Los coeficientes a , b y c corresponden a números reales y a debe ser distinto de cero ($a \neq 0$).

Así, por ejemplo, las expresiones de la forma

- $ax^2 = b$
- $(ax + b)^2 = c$
- $ax^2 + bx = 0$ y
- $ax^2 + bx = c$

son ecuaciones cuadráticas.

Las ecuaciones cuadráticas con una incógnita se clasifican según el valor de los coeficientes b y c . Si $b = 0$ o $c = 0$, o ambos coeficientes son ceros, se dice que la ecuación es incompleta. Si ambos coeficientes son distintos de cero se dice completa.

Ejemplos:

Ecuaciones de segundo grado completas	Ecuaciones de segundo grado incompletas
$3x^2 + 2x - 7 = 0$	$-x^2 - 7 = 0$
$\frac{21}{4}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{7}{6} = 0$	$\frac{11}{4}x^2 = 0$
$-3x^2 + 1,3x + 0,4 = 0$	$2x^2 - 3x = 0$



Actividad 1

Identifica el valor de los coeficientes a , b y c en las siguientes ecuaciones cuadráticas.

Ecuación cuadrática	a	b	c
$x^2 - x = 0$			
$5 - x^2 - 3x = 0$			
$\frac{x^2}{4} + 3x = 10$			



Recordemos la propiedad que dice: Si el producto de dos números es igual a cero, entonces por lo menos uno de los números es igual a cero. Es decir:

$$a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$$

Soluciones de una ecuación cuadrática con una incógnita

Resolución de ecuaciones cuadráticas incompletas

- Para resolver una ecuación cuadrática en la cual $b = 0$ y $c = 0$: las soluciones de esta ecuación de segundo grado son iguales a 0.

Ejemplo:

$$2x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 0$$

- Para resolver una ecuación cuadrática en la cual $c = 0$ y $b \neq 0$, se puede utilizar la factorización y luego resolver.

Ejemplo

$$2x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(2x - 5) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ó} \quad 2x - 5 = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{5}{2}$$

- Para resolver una ecuación cuadrática en la cual $b = 0$ y $c \neq 0$, se puede despejar la incógnita de forma directa o factorizando.

Ejemplo

$$9x^2 - 4 = 0 \rightarrow (3x + 2)(3x - 2) = 0$$

$$(3x + 2) = 0 \quad \text{ó} \quad (3x - 2) = 0$$

$$x_1 = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = -\frac{2}{3}$$

En este tipo de ecuaciones cuadráticas incompletas, en donde $b = 0$, si los coeficientes a y c son de igual signo, la ecuación cuadrática no tiene soluciones reales. Ejemplo: $9x^2 + 4 = 0$.



Actividad 2

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas.

a) $x^2 - 10 = 0$

b) $x^2 - \frac{x}{2} = 0$

Resolución de ecuaciones cuadráticas completas

Para resolver una ecuación cuadrática completa de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ podemos utilizar los siguientes métodos:

- **mediante factorización:** consiste en determinar dos números que su producto de como resultado c y que al sumar ambos números resulte b .
No siempre es posible encontrar una factorización del trinomio de una ecuación cuadrática, sin embargo, cuando es posible, permite resolver de manera inmediata.

Ejemplo

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &= 0 \\ (x + 4)(x - 2) &= 0 && \text{Factorizar} \\ \begin{array}{l} x + 4 = 0 \\ x = -4 \end{array} & \quad \text{o} \quad && \begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ x = 2 \end{array} \end{aligned}$$

- **mediante completación del trinomio cuadrado perfecto:** consiste en expresar el trinomio de la ecuación como el desarrollo de un cuadrado de binomio de la forma $(x \pm p)^2$, con p un número real, mediante la aplicación de operaciones algebraicas.

Ejemplo

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &= 0 \\ x^2 + 2x &= 8 && \text{despejar} \\ x^2 + 2x + 1 &= 8 + 1 && +1 \text{ para completar el cuadrado de binomio} \\ (x + 1)^2 &= 9 \\ (x + 1)^2 - 9 &= 0 \\ ((x + 1) + 3)((x + 1) - 3) &= 0 \\ (x + 1 + 3)(x + 1 - 3) &= 0 \\ (x + 4)(x - 2) &= 0 \\ \begin{array}{l} x + 4 = 0 \\ x = -4 \end{array} & \quad \text{o} \quad && \begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ x = 2 \end{array} \end{aligned}$$



Actividad 3

Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas y determina el valor de sus soluciones.

a) $x^2 - x - 30 = 0$

b) $x^2 - 6x - 7 = 0$



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones algebraicas no representa(n) una ecuación cuadrática?

I) $x^2 - 2x = 0$

II) $\frac{4}{x} + x = 5$

III) $x + 3 = 0$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo II y III
- e) Solo I y II

2. ¿Cuál(es) de las siguientes ecuaciones cuadráticas no tienen(n) soluciones reales?

I) $x^2 + 2 = 0$

II) $x^2 = -4$

III) $x^2 - 3 = 0$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y II
- e) I, II y III

3. Al resolver la ecuación cuadrática $x^2 + 3x - 28 = 0$, las soluciones reales son:

- a) -7 y 4
- b) 4 y 7
- c) -7 y -4
- d) -4 y 7
- e) No tiene soluciones reales