

3°
medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Semana 17
Clase 67

Matemática



El objetivo de la clase es describir modelos y representar gráficamente las funciones exponenciales.

OA3

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

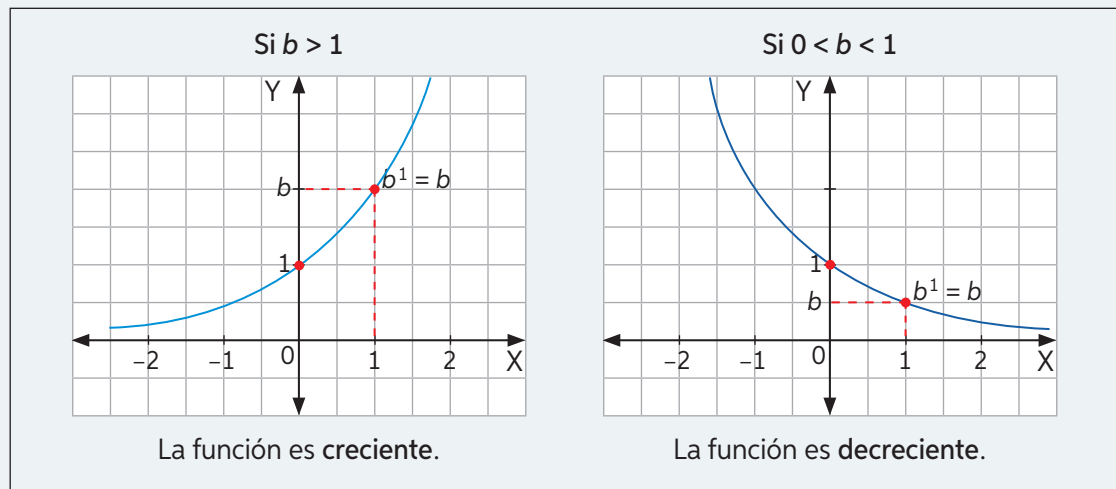
Inicio



- La clase pasada utilizando GeoGebra has podido analizar la gráfica de una función exponencial. De acuerdo a esto, se puede concluir que:

En una función exponencial de la forma $f(x) = ab^x$, donde $a, b \in \mathbb{R}$, con $b > 0$ y $b \neq 1$, se cumple:

- ✓ Su dominio es el conjunto de todos los números reales (\mathbb{R}).
- ✓ Su recorrido es el conjunto de todos los números reales positivos (\mathbb{R}^+).
- ✓ La gráfica interseca el eje Y en el punto $(0, a)$ y no interseca el eje X, que actúa como asíntota de la gráfica.
- ✓ La gráfica de una función exponencial de la forma $f(x) = b^x$ depende del valor de b . Así:

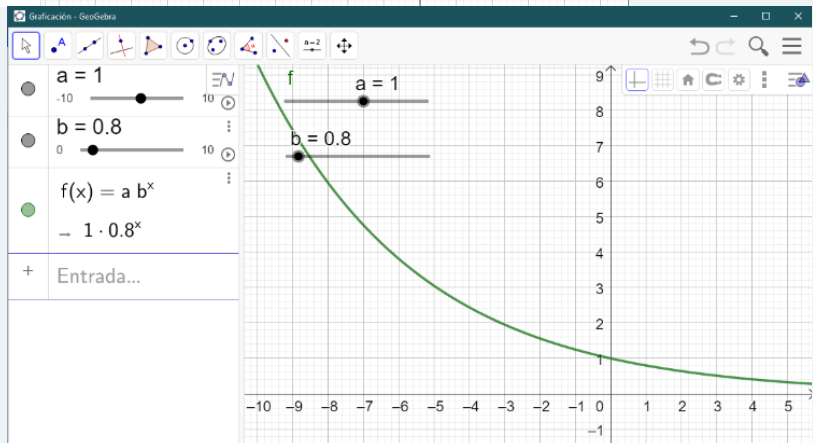
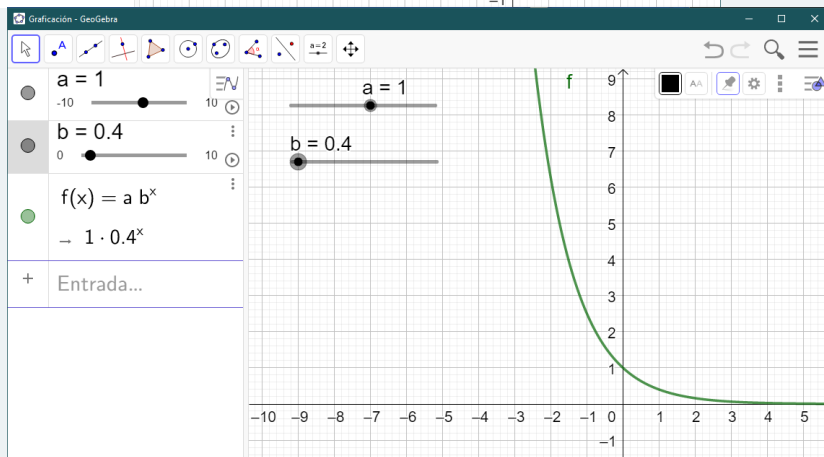
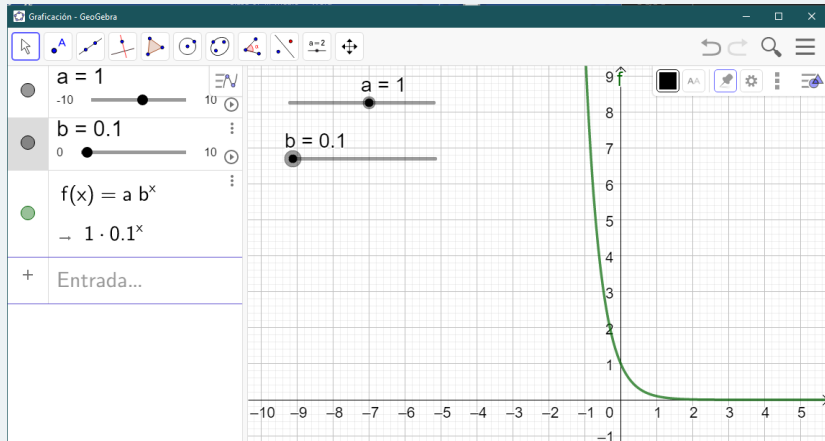


Si $|a| < 1$, la gráfica de $y = ab^x$ es una dilatación de $y = b^x$, mientras que $|a| > 1$ es una contracción. Además, mientras mayor es el valor de b , la función tiene un mayor crecimiento.

Ejemplo:

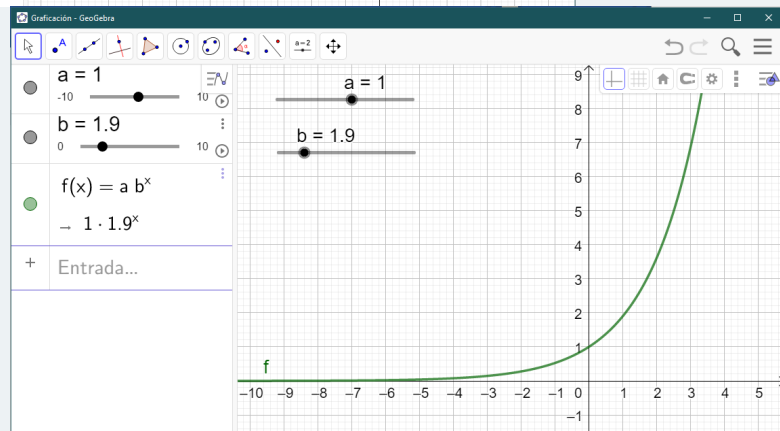
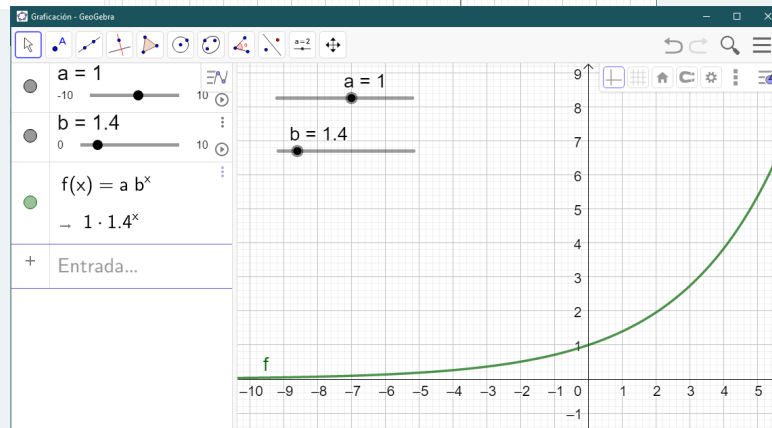
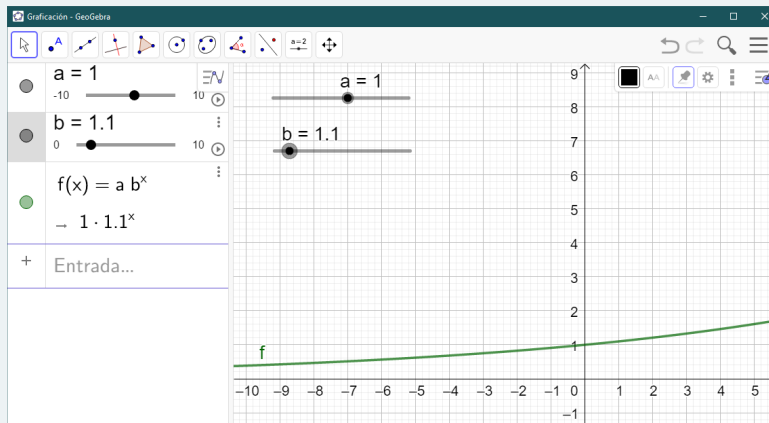
Si se utiliza Geogebra con los mismos parámetros vistos la clase anterior y realizan los siguientes ajustes: fijar el deslizador a en 1 y mover el deslizador b utilizando la animación de la reproducción, observará que algo ocurre cuando $0 < b < 1$; $1 < b < 2$ y $b > 2$.

✓ Entre $0 < b < 1$



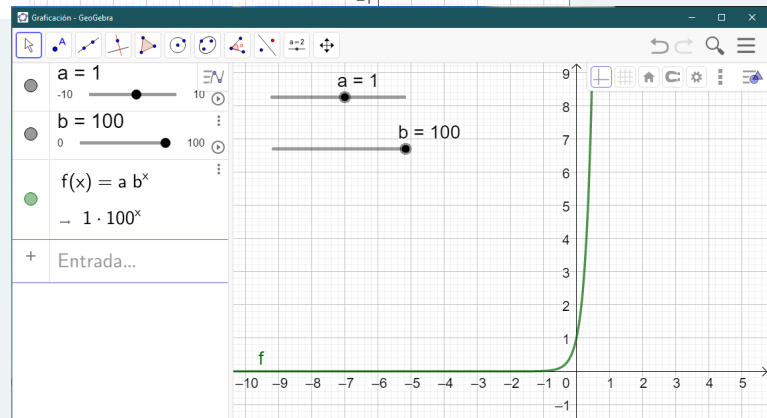
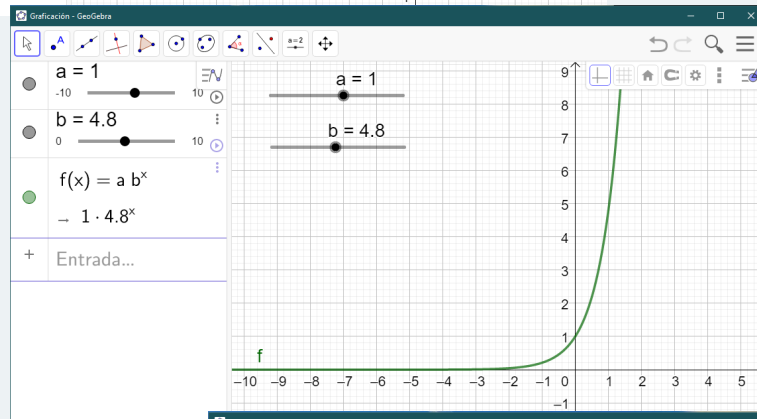
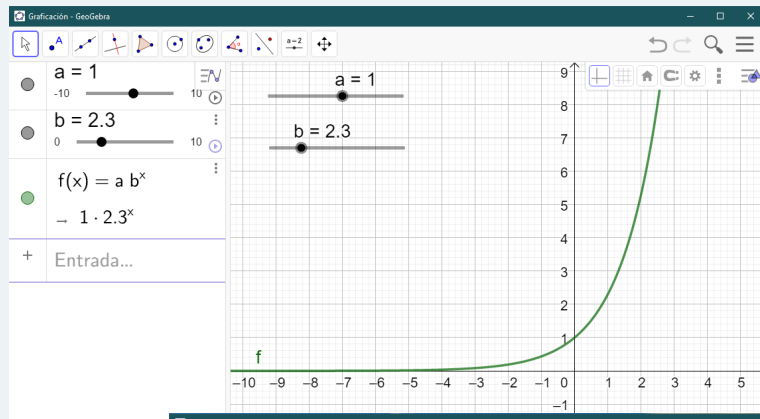
La gráfica es descendente, y mientras más se acerque el valor de b a 1 la gráfica se dilata, su dominio son todos los Reales, su recorrido son los Reales positivos y pasa por el punto $(0, 1)$.

✓ Entre $1 < b < 2$



La gráfica es creciente, y mientras más se acerque el valor de b a 2 la gráfica se contrae, su dominio son todos los Reales, su recorrido son los Reales positivos y pasa por el punto $(0,1)$.

✓ Con $2 < b$



La gráfica es creciente, y mientras mayor sea el valor de b la gráfica se contrae, su dominio son todos los Reales, su recorrido son los Reales positivos y pasa por el punto $(0,1)$.

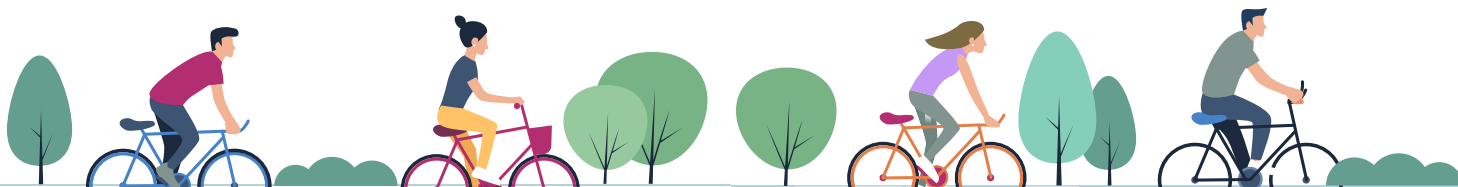
Desarrollo



Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1:

Ayudándote de GeoGebra realiza la **actividad 5** de la **página 37** y el **ejercicio 6** de la **página 38** de tu **texto de estudio**. Recuerda revisar tus respuestas en la **página 225** del **solucionario**.



Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

De acuerdo a la situación de los cultivos de bacterias vistos en la clase 65, ¿qué podrías afirmar de su dominio?

- a) Son todos los reales.
- b) Son todos los enteros.
- c) Son todos los reales positivos.
- d) Son todos los reales negativos.
- e) Son todos los enteros positivos.

2

Si se grafica la función exponencial $f(x) = 5 \cdot 3^x$, ¿qué se puede decir de su gráfica?

- a) Es ascendente en todos los valores del dominio.
- b) Es decreciente en todos los valores del dominio.
- c) Es creciente en los valores negativos del dominio y decreciente en los valores positivos del dominio.
- d) Es decreciente en los valores negativos del dominio y creciente en los valores positivos del dominio.
- e) No se puede determinar nada sobre su gráfica previa realización en un gráfico.

3

¿Qué recorrido tiene la función $f(x) = 5 \cdot 3^x$?

- a) Números Reales mayores a 5.
- b) Números Reales mayores a 3.
- c) Números Reales mayores a 0
- d) Números Reales mayores a -3 .
- e) Números Reales mayores a -5 .

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

3°
medio

Texto escolar

Matemática

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

5. Representa en un mismo plano cartesiano las siguientes funciones.

$f(x) = 3^x$	$g(x) = 5^x$	$p(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$	$q(x) = (2,5)^{-x}$
--------------	--------------	-------------------------------------	---------------------

A partir de las gráficas, responde:

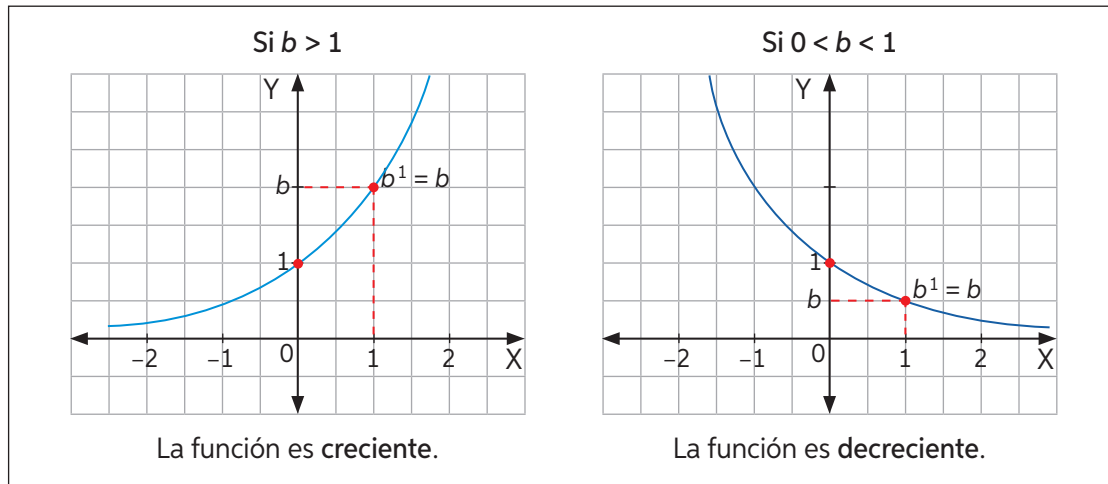
- ¿Cuáles son el dominio y el recorrido de las funciones?
- ¿Qué punto en común tienen las gráficas?
- ¿Intersecan las gráficas el eje X?
- ¿Qué sucede con la gráfica respecto del eje X? Explica.
- ¿Qué ocurre con la gráfica de f y g a medida que x aumenta?, ¿y con la gráfica de p y q ?

Para graficar una función exponencial puedes:

- Dar valores para x y determinar su correspondiente en $f(x)$.
- Ubicar los puntos en el plano cartesiano.
- Trazar la gráfica uniendo los puntos.

En una función exponencial de la forma $f(x) = ab^x$, donde $a, b \in \mathbb{R}$, con $b > 0$ y $b \neq 1$, podemos observar lo siguiente:

- Su dominio es el conjunto de todos los números reales (\mathbb{R}).
- Su recorrido es el conjunto de todos los números reales positivos (\mathbb{R}^+).
- La gráfica interseca el eje Y en el punto $(0, a)$ y no interseca el eje X, que actúa como asíntota de la gráfica.
- La gráfica de una función exponencial de la forma $f(x) = b^x$ depende del valor de b . Así:



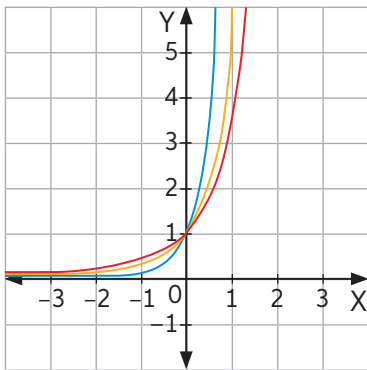
Si $|a| < 1$, la gráfica de $y = ab^x$ es una dilatación de $y = b^x$, mientras que $|a| > 1$ es una contracción.

Además, mientras mayor es el valor de b , la función tiene un mayor crecimiento.

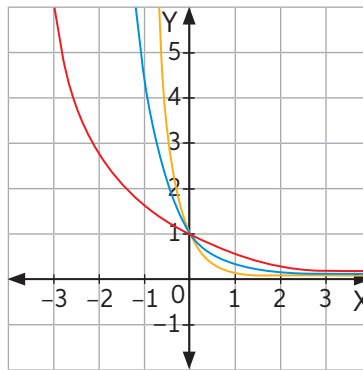
- ¿Por qué, en la situación de las bacterias (actividad 1), el dominio de la función no son todos los números reales? Explica.
- Considera una función exponencial de base mayor que 1. ¿Cómo es su comportamiento para valores negativos de x ?
- ¿Cómo crees que sería la gráfica de $f(x) = 2^x + 3$?

6. Identifica en cada caso a qué curva corresponden las funciones dadas.

a. $f(x) = 3^x$, $g(x) = 4^x$, $h(x) = 10^x$



b. $f(x) = 0,3^x$, $g(x) = 0,6^x$, $h(x) = 0,1^x$



7. Representa en el software GeoGebra las funciones de los casos 1 y 2. Luego, responde.

Caso 1

$f(x) = 2^x$	$g(x) = 2^{x+3}$	$h(x) = 2^{x-1}$
--------------	------------------	------------------

Caso 2

$p(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$q(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$	$r(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$
-------------------------------------	---	---

- ¿Qué ocurre con la gráfica de las funciones en el caso 1?, ¿y en el 2?
- Escribe las conclusiones que puedes obtener con respecto a la traslación de las funciones.
- ¿Cuáles son el dominio y el recorrido de las funciones?

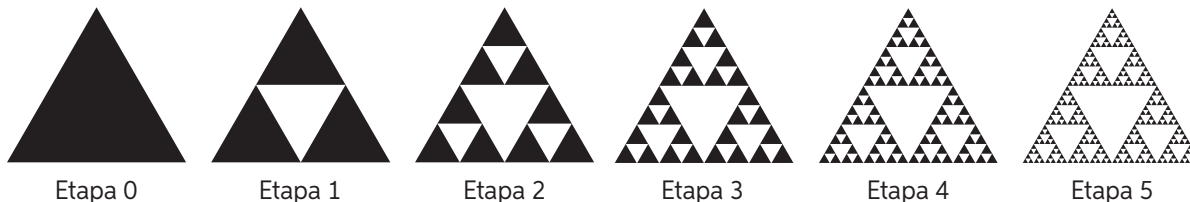
La gráfica de $y = ab^{x-c}$ es una **traslación horizontal** de c unidades respecto de $y = ab^x$, hacia la **derecha** si $c > 0$ y hacia la **izquierda** si $c < 0$.

La gráfica de $y = ab^x + h$ es una **traslación vertical** de h unidades respecto de $y = ab^x$, hacia **arriba** si $h > 0$ y hacia **abajo** si $h < 0$.

➤ ¿Cómo graficarías la función $f(x) = 2^{x+1} - 2$?, ¿qué estrategia usarías? Explica.

Geometría

8. El **triángulo de Sierpinski** es una figura que se construye a partir de un triángulo equilátero (etapa 0), sobre el cual se trazan las medianas y se retira el triángulo central (etapa 1). Para las siguientes etapas, esto se repite en cada uno de los triángulos restantes. En rigor, el triángulo de Sierpinski es la figura obtenida después de infinitas etapas.



- ¿Cuántos triángulos negros hay en cada etapa? Escríbelo como potencia.
- ¿Qué función permite modelar la cantidad de triángulos negros $C(n)$ que habrá en la etapa n ?