

4º
medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Semana 9
Clase 36

Matemática



El objetivo de esta clase es determinar la función inversa de la función exponencial representándola en forma gráfica.

Trascribe esta guía en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase. Necesitarás el Texto del estudiante y el Cuaderno de actividades. De igual manera, al final de este documento se adjuntan las páginas necesarias de ambos libros, para que puedas desarrollar esta guía.



• **Recordemos que:**

- Para que $f(x)$ tenga función inversa, $f(x)$ debe ser inyectiva.
- **La Función inversa de $f(x)$** se simboliza por $f^{-1}(x)$.
- $f^{-1}(x)$ corresponde a la función inversa de $f(x)$ si se cumple que:
 $f(a) = b \leftrightarrow f^{-1}(b) = a$. Para cualquier valor a de A y cualquier valor b de B .
- En toda función inversa se cumple que:

$$\text{Dom } f = \text{Rec } f^{-1} \text{ y } \text{Rec } f = \text{Dom } f^{-1}$$

Procedimiento para calcular la función inversa.

Una de las formas de obtener la función inversa de $f(x)$ es despejar la variable de x de la expresión de $y = f(x)$. Luego, intercambiar las variables x e y .

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{calculemos la función inversa de } f(x) &= 2^{x-1} + 3 \\ y &= 2^{x-1} + 3 \\ y - 3 &= 2^{x-1} \end{aligned}$$

Aplicando la definición de logaritmo: $\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$, con $b > 0, b \neq 1$ y $a > 0$ por lo tanto, se tiene que:

$$\begin{aligned} y - 3 &= 2^{x-1} \leftrightarrow \log_2(y - 3) = x - 1 \\ \log_2(y - 3) &= x - 1 \\ \log_2(y - 3) + 1 &= x \end{aligned}$$

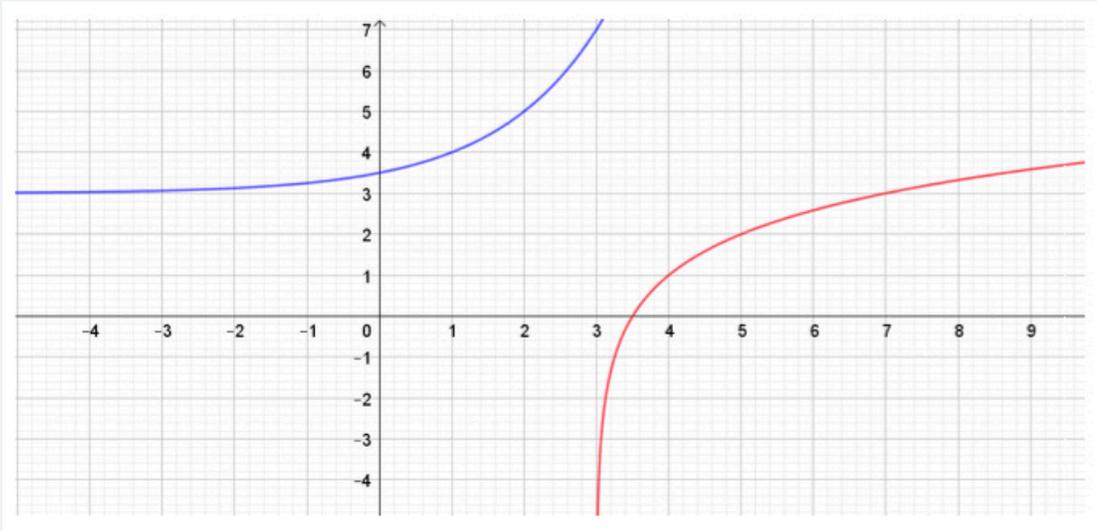
Se intercambia las variables x e y .

$$\log_2(x - 3) + 1 = y$$

Finalmente se escribe la función inversa como:

$$f^{-1}(x) = \log_2(x - 3) + 1$$

Observemos las gráficas de la función exponencial $f(x) = 2^{x-1} + 3$ y de su función inversa $f^{-1}(x) = \log_2(x-3) + 1$.



Desarrollo



Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1

En el gráfico anterior traza la función identidad $f(x) = x$. Luego, responde lo pedido.

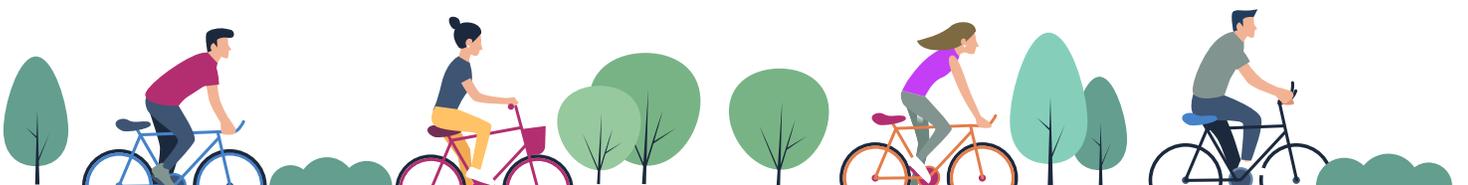
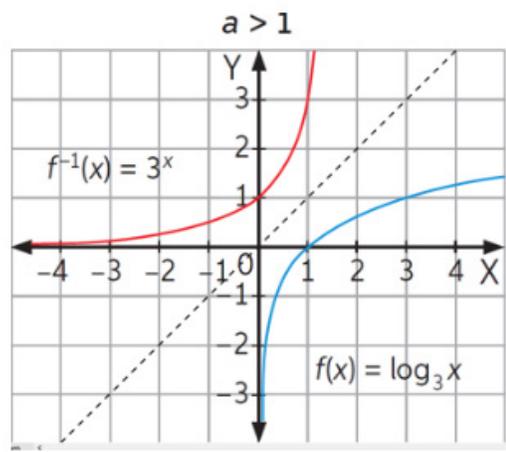
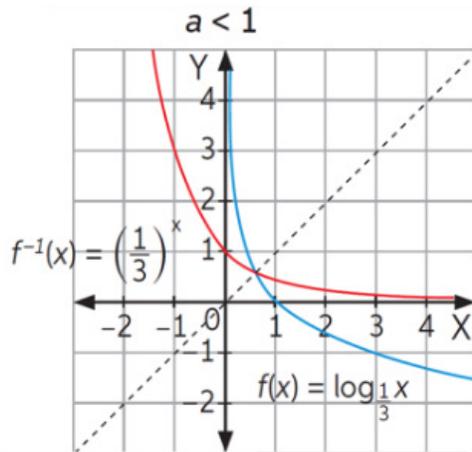
a) ¿Qué relación existe entre f y f^{-1} con respecto a $f(x) = x$?

b) Determina el dominio y recorrido de f y f^{-1} .

c) Verifica con un ejemplo que se cumple que: $f(a) = b \leftrightarrow de f^{-1}(b) = a$



La función exponencial $f(x) = a^x$ es la función inversa de la función logarítmica $f^{-1}(x) = \log_a(x)$. Las gráficas de estas funciones que tienen la misma base son simétricas respecto de la recta $y = x$.



Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 Con respecto a la función exponencial $f(x) = 2^{x-3}$, ¿qué punto pertenece a la función inversa de $f(x)$?

I) $(2,4)$ II) $(\frac{1}{4},1)$ III) $(2,\frac{1}{2})$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo II y III
- e) I, II y III

2 La función inversa de $f(x) = 3^{x-1} - 2$ es:

- a) $f^{-1}(x) = \log_2(x + 3) + 1$
- b) $f^{-1}(x) = \log_2(x + 3) - 1$
- c) $f^{-1}(x) = \log_3(x + 2) - 1$
- d) $f^{-1}(x) = \log_3(x + 2) + 1$
- e) $f^{-1}(x) = \log_3(x - 2) + 1$

3 ¿Cuál de las siguientes aseveraciones es falsa?

- a) Toda función inyectiva tiene inversa.
- b) Si el punto (a,b) pertenece a $f(x)$, entonces (b,a) pertenece a $f^{-1}(x)$.
- c) $f(x)$ y $f^{-1}(x)$ presentan simetría axial con respecto a la función identidad.
- d) Toda función tiene inversa.
- e) La función logarítmica es la función inversa de una función exponencial.

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

4º
medio

Texto escolar

Matemática

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Relación entre las funciones exponencial y logarítmica

Objetivo: Comprender la relación que existe entre las funciones exponencial y logarítmica.

¿Cómo resuelves $2^x = 128$? Explica tu estrategia.

¿Qué estrategia usas para graficar una función exponencial?, ¿y una logarítmica?

1. Lee la situación. Luego, realiza lo pedido.

Ricardo y Ariela realizan la tarea que les dio la profesora de Matemática. Deben analizar dos funciones: una exponencial $f(x) = 2^x$ y otra logarítmica $g(x) = \log_2 x$.

Mira, Ariela, ambas funciones tienen la misma base. ¿Recuerdas cómo calcular un logaritmo?

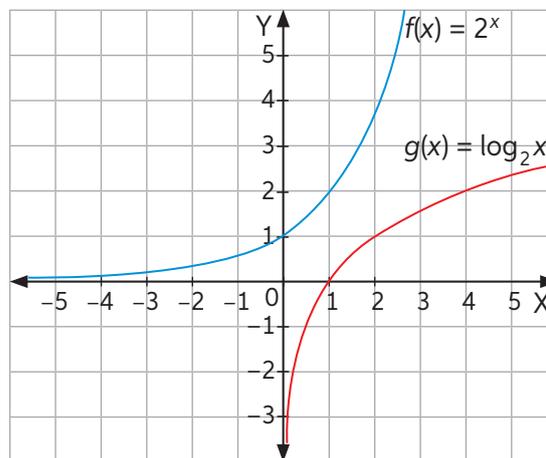


Sí, mira, para calcular por ejemplo $\log_2 2$, debemos preguntarnos "2 elevado a qué número nos da 2".

- a. Observa las tablas de valores de cada función y sus gráficas respectivas.

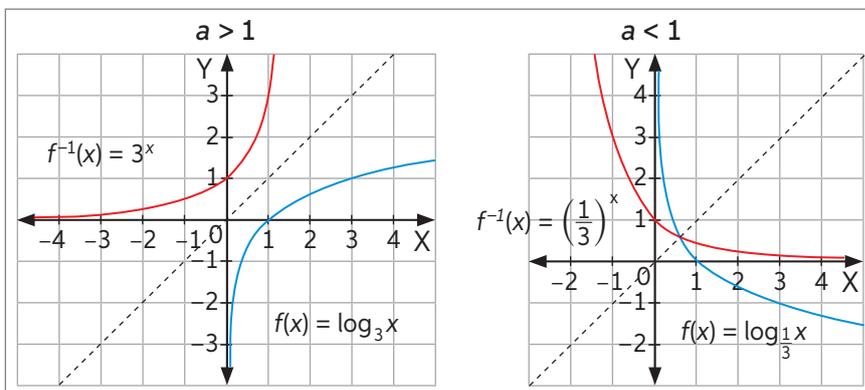
x	$f(x) = 2^x$
-3	$\frac{1}{8}$
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

x	$g(x) = \log_2 x$
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2



- b. Identifica la gráfica correspondiente a cada función.
 - c. Fíjate en los valores asignados a las columnas de cada tabla. ¿Qué observas?
 - d. ¿Cuáles son las intersecciones de las gráficas con los ejes?
 - e. ¿Cuál es el dominio y el recorrido de ambas funciones? ¿Cómo puedes explicar esta relación? Comenta con tu curso.
- ¿Existe simetría entre las gráficas de las funciones?

La función logarítmica $f(x) = \log_a x$ es la función inversa de la función exponencial $f^{-1}(x) = a^x$. Las gráficas de estas funciones que tienen la misma base son simétricas respecto de la recta $y = x$.



Recuerda que si f^{-1} es la función inversa de f , se cumple que

$$f: A \rightarrow B \Rightarrow f^{-1}: B \rightarrow A.$$

2. Representa en el plano cartesiano cada función logarítmica y su inversa.

a. $f(x) = \log_2 x$

b. $p(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$

c. $g(x) = \log x$

3. Determina algebraicamente la función inversa de las siguientes funciones exponenciales. Observa el ejemplo para $f(x) = 3^x$.

$$y = 3^x \quad / \log_3$$

$$\log_3 y = \log_3 3^x$$

$$\log_3 y = x$$

$$\log_3 x = y \rightarrow f^{-1}(x) = \log_3 x$$

a. $f(x) = 4^x$

b. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c. $f(x) = e^x$

Verifica los gráficos construidos usando una herramienta tecnológica como GeoGebra.

Sismología

4. Aplica el modelo que se mencionó en el inicio de Unidad (página 33) y calcula:

a. La energía liberada (E) en los terremotos de Valdivia (1960) y en el de 2010.

b. La magnitud (M) en los terremotos de Algarrobo y Vallenar:

Algarrobo (1985): $3,16 \cdot 10^{23}$ ergios

Vallenar (2013): $1,9 \cdot 10^{22}$ ergios



Terremoto de Chile 2010.

Para concluir

- ¿Cuántas veces más intenso fue el terremoto de Valdivia (1960) que el de 2010?
- Explica a un compañero cuál es la relación algebraica y gráfica que existe entre la función exponencial y la logarítmica.
- ¿Cómo se relacionan los dominios y recorridos de las funciones exponencial y logarítmica?



23 y 24