

GUÍA DE MATEMÁTICA IV° MEDIO  
CLASE 63

El objetivo de esta clase es establecer las posiciones relativas de las rectas mediante la relación de sus pendientes.



Recordemos que:

Un sistema de ecuaciones de  $2 \times 2$ , de la forma 
$$\begin{array}{l} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{array}$$

según el número de soluciones, se puede clasificar en:

- **Compatible determinado:** Las rectas del sistema se intersecan en un punto, es decir, **las rectas son secantes** y el sistema de ecuaciones que representan las rectas, tiene una única solución. En este sistema, se cumple que:

$$\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$$

- **Compatible indeterminado:** Las rectas se intersecan en infinitos puntos, es decir, **las rectas son coincidentes**, lo que implica que el sistema de ecuaciones que representan a estas rectas, tiene infinitas soluciones. En este sistema, se cumple que:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{e}{f}$$

- **Incompatible:** Las rectas no se intersecan, es decir, **las rectas son paralelas**, lo que indica que el sistema formado por la ecuación de estas rectas, no tiene solución.

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \neq \frac{e}{f}$$

Analizamos el siguiente ejemplo.

Determinemos cuantas soluciones tiene el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{array}{l} 9x + 3y = 6 \\ 6x + 2y = 4 \end{array}$$

En este caso, las rectas son coincidentes, lo que implica que tienen infinitas soluciones, ya que se verifica que:

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$



### Actividad

Analiza los siguientes sistemas de ecuaciones y clasifica el tipo de sistema de acuerdo al número de soluciones.

a.

$$\begin{array}{l} 3x + 6y = 9 \\ \underline{5x + 10y = 10} \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{l} 3x + 4y = 6 \\ \underline{7x + 9y = 5} \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{l} 3x + 4y = 1 \\ \underline{6x + 8y = 2} \end{array}$$



## Posiciones relativas de las rectas representadas por sistemas de ecuaciones compatibles.

La representación gráfica de sistemas compatibles determinados está dada por:

- **Rectas secantes perpendiculares**

Son aquellas que al intersecarse forman un ángulo recto, es decir un ángulo que mide  $90^\circ$ .

Dos rectas son perpendiculares, si se verifica que el producto de sus pendientes es  $-1$ .

Veamos el siguiente ejemplo:

La ecuación de la recta  $L_1 = 2x - 3y = 8$ , es decir, el valor de la pendiente  $m_1 = \frac{2}{3}$ .

La ecuación de la recta  $L_2 = 3x + 2y = 5$ , es decir, el valor de la pendiente  $m_2 = \frac{-3}{2}$ .

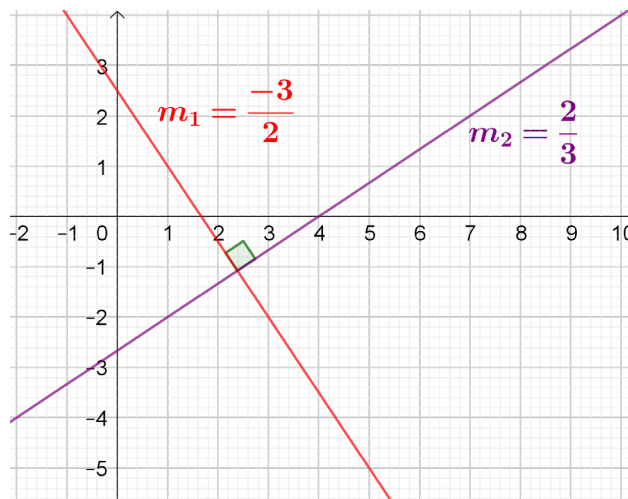
Si multiplicamos las pendientes, se verifiquemos que  $m_1 \cdot m_2 = -1$ , es decir se tiene que:

$$m_1 \cdot m_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{-3}{2} = \frac{-6}{6} = -1$$

Lo que implica que el sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

Está compuesto por dos rectas secantes y perpendiculares. Observa la gráfica.



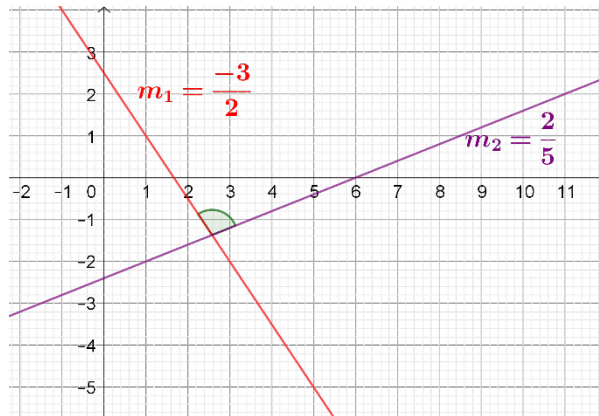
- **Rectas secantes no perpendiculares**

Son aquellas que al intersectarse forman un ángulo no recto, es decir un ángulo distinto a  $90^\circ$ .

Dos rectas son secantes no perpendiculares, si se verifica que el producto de sus pendientes es distinto a  $-1$ , es decir  $m_1 \cdot m_2 \neq -1$ .

Observa la siguiente gráfica que representa el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x - 5y = 12 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$



La representación gráfica de sistemas compatibles indeterminados está dada por:

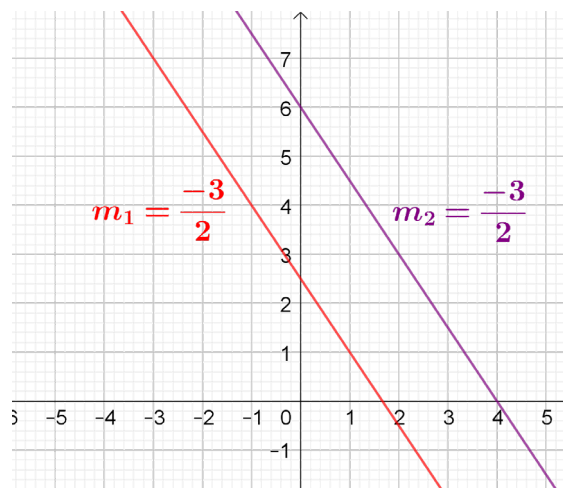
- **Rectas paralelas**

Se denominan rectas paralelas a las líneas que mantienen una equidistancia entre sí, y que, aunque prolonguemos su trayectoria hasta el infinito, nunca, en ningún punto sus trazos pueden intersectarse.

En las rectas paralelas se verifica que:  $m_1 = m_2$  y  $n_1 \neq n_2$

Observa la siguiente gráfica que representa el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$





### Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1. ¿Cuál(es) de los siguientes sistemas tiene(n) infinitas soluciones?

I)

$$\begin{aligned}2x + 4y &= 6 \\ x + 2y &= 3\end{aligned}$$

II)

$$\begin{aligned}2x + 4y &= 8 \\ x + 2y &= 4\end{aligned}$$

III)

$$\begin{aligned}4x + 6y &= 8 \\ 2x + 3y &= 4\end{aligned}$$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo II y III
- e) I, II y III

2. ¿Cuál(es) de los siguientes sistemas representa(n) dos rectas perpendiculares?

I)

$$\begin{aligned}2x - 3y &= 1 \\ 3x + 2y &= 3\end{aligned}$$

II)

$$\begin{aligned}x + 2y &= 8 \\ x - 2y &= 4\end{aligned}$$

III)

$$\begin{aligned}3x - 2y &= 5 \\ 4x + 6y &= 4\end{aligned}$$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y III
- e) I, II y III

3. ¿Cuál(es) de los siguientes sistemas representa(n) dos rectas paralelas?

I)

$$\begin{aligned}2x + y &= 1 \\ 4x + 2y &= 3\end{aligned}$$

II)

$$\begin{aligned}x + 2y &= 8 \\ x - 2y &= 4\end{aligned}$$

III)

$$\begin{aligned}2x - 3y &= 5 \\ 4x - 6y &= 4\end{aligned}$$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) Solo I y III
- e) I, II y III