Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

DEG
División Educación General

ESCUELAS ARRIBA
Que todos los niños aprendan

OA 2 - 1° Medio

Actividades de apoyo 1° medio
Guía para estudiantes

Tema:

Potencias de base y exponente natural

Ficha 1

Nombre: ______________________________

Curso: ______________ **Letra:** __________ **Fecha:** ______________

Establecimiento: ______________________________

GUÍA DEL ESTUDIANTE N° 3
Potencias de base y exponente natural

Introducción:

La siguiente guía tiene como objetivo reforzar los conocimientos previos que necesitas comprender para abordar, de manera eficiente, los conocimientos matemáticos correspondientes al siguiente objetivo de aprendizaje (OA):

OA 2: Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero: Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes. Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades. Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.

Analizando los respectivos nudos de aprendizaje, se ha elaborado esta ficha de estudio, la que aborda el siguiente conocimiento:

Tema	**Ficha**	**Nudo de aprendizaje**
3. Potencias de base y exponente natural. (Guía N°3)	1. Potencias de base y exponente natural.	No comprenden las propiedades de las potencias.

- En esta ficha encontrarás las siguientes secciones:

- **Recordemos:** Se activan los conocimientos previos.
- **Práctica:** Se proponen actividades que te permitirán aplicar los conocimientos previos.
- **Desafío:** Se compone de una o más actividades por medio de problemas o situaciones en contextos concretos o simplemente matemáticos, que te invitarán a la aplicación y reflexión de los aprendizajes adquiridos.

FICHA 1 : Potencias de base y exponente natural

OBJETIVO: Resolver adiciones de números enteros.

RECORDAMOS

Recordemos que una potencia se representa por la expresión a^n, se lee "a elevado a n"; en la que a corresponde a la base y n al exponente (a y n E N), y se define como el producto de la base (a) tantas veces cómo señale el exponente (n), es decir:

$$\underset{\downarrow \atop \text{Base}}{\overset{\text{Exponente} \atop \uparrow}{a^n}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\textbf{n}\text{ veces}}$$

a)	b)
$\underset{\downarrow \atop \text{Base}}{3^4} \overset{\nearrow \text{Exponente}}{} = 3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{\textbf{4}\text{ veces}} = \boxed{81}$ Valor de la potencia	$\underset{\downarrow \atop \text{Base}}{2^3} \overset{\nearrow \text{Exponente}}{} = 2^3 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\textbf{3}\text{ veces}} = \boxed{8}$ Valor de la potencia
$3^4 \longrightarrow$ Se lee: tres elevado a cuatro "Tres a la cuarta"	$2^3 \longrightarrow$ Se lee: dos elevado a tres "dos al cubo"
$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ $\downarrow$ Se desarrolla: el 3 (la base) se multiplica por sí mismo 4 veces (según lo señale el exponente)	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ $\downarrow$ Se desarrolla: el 2 (la base) se multiplica por sí mismo 3 veces (según lo señale el exponente)
$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ $\downarrow$ Se calcula: 3 • 3 • 3 • 3 9 • 9 81	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ $\downarrow$ Se calcula: 2 • 2 • 2 4 • 2 8

Caso 1: Multiplicación de potencias

A continuación, trabajaremos con las propiedades de las potencias de base y exponente natural, relacionadas con la multiplicación:

- Multiplicación de potencias de igual base.
- Multiplicación de potencias de igual exponente.

MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

Cuando multipliquemos potencias que tengan igual base, a^m y a^p, su producto es equivalente a una potencia con la misma base, y su exponente es igual a la suma de los exponentes de las potencias originales. Es decir:

$$\boxed{a^m \cdot a^p = a^{m+p}}$$

Observemos los siguientes ejemplos para recordar esta propiedad.

Ejemplos

a) ¿Cómo expresar en una sola potencia $2^3 \cdot 2^4$?

$$2^3 \cdot 2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{\substack{\text{La potencia } 2^3\\ \text{Se representa}\\ \text{como}\\ \text{multiplicación}\\ \text{iterada}\\ 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\substack{\text{La potencia } 2^4\\ \text{Se representa}\\ \text{como}\\ \text{multiplicación}\\ \text{iterada}\\ 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}} = \underbrace{2^{1+1+1+1+1+1+1} = 2^7}_{\substack{\text{Se mantiene la base 2, y}\\ \text{se suman sus exponentes}}} \longrightarrow 2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

b) ¿Cómo expresar en una sola potencia $5^4 \cdot 5^2$?

$$5^4 \cdot 5^2 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{\substack{\text{La potencia } 5^4\\ \text{Se representa}\\ \text{como}\\ \text{multiplicación}\\ \text{iterada}\\ 5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}} \cdot \underbrace{5 \cdot 5}_{\substack{\text{La potencia } 5^2\\ \text{Se representa}\\ \text{como}\\ \text{multiplicación}\\ \text{iterada}\\ 5^2 = 5 \cdot 5}} = \underbrace{5^{1+1+1+1+1+1} = 5^6}_{\substack{\text{Se mantiene la base 5, y}\\ \text{se suman sus exponentes}}} \longrightarrow 5^4 \cdot 5^2 = 5^{4+2} = 5^6$$

c) Usando una sola potencia, ¿cómo expresar $6^2 \cdot 6^3 \cdot 6^2$?

$$6^2 \cdot 6^3 \cdot 6^2 = \underbrace{6 \cdot 6}_{\substack{\text{La potencia } 6^2\\ \text{Se representa}\\ \text{como}\\ \text{multiplicación}\\ \text{iterada}\\ 6^2 = 6 \cdot 6}} \cdot \underbrace{6 \cdot 6 \cdot 6}_{\substack{\text{La potencia } 6^3\\ \text{Se representa}\\ \text{como}\\ \text{multiplicación}\\ \text{iterada}\\ 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6}} \cdot \underbrace{6 \cdot 6}_{\substack{\text{La potencia } 6^2\\ \text{Se representa}\\ \text{como}\\ \text{multiplicación}\\ \text{iterada}\\ 6^2 = 6 \cdot 6}} = \underbrace{6^{1+1+1+1+1+1+1} = 6^7}_{\substack{\text{Se mantiene la base}\\ \text{6, y se suman sus}\\ \text{exponentes}}} \longrightarrow 6^2 \cdot 6^3 \cdot 6^2 = 6^{2+3+2} = 6^7$$

MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

Cuando multipliquemos potencias que tengan igual exponente, a^m y b^m, su producto es equivalente a una potencia de base igual al producto de las bases de las potencias originales, y se mantiene el exponente. Es decir:

$$\boxed{a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m}$$

Observemos los siguientes ejemplos para recordar esta propiedad.

Ejemplos

a) ¿Cómo expresar en una sola potencia $2^3 \cdot 5^3$?

$$2^3 \cdot 5^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = (2 \cdot 5)^{1+1+1} = (2 \cdot 5)^3$$

La potencia 2^3 Se representa como multiplicación iterada $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

La potencia 5^3 Se representa como multiplicación iterada $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$

Agrupamos usando los paréntesis los factores según las bases de las potencias, en este caso, 2 y 5.

Agrupamos $(2 \cdot 5)$, tantas veces que todos queden agrupados.

De la expresión $(2 \cdot 5)$, podemos decir que su base es $(2 \cdot 5)$, y su exponente 1. Es decir: $(2 \cdot 5) = (2 \cdot 5)^1$

Se mantiene la base $(2 \cdot 5)$, y se suman sus exponentes.

Otra manera de expresarlo es que se multiplican las bases de las potencias, y se mantiene el exponente que es el mismo.

$\longrightarrow$ $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3$

b) ¿Cómo expresar en una sola potencia $3^4 \cdot 2^4$?

$$3^4 \cdot 2^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{} = \underbrace{(3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2)}_{} = \underbrace{(3 \cdot 2)^{1+1+1+1} = (3 \cdot 2)^4}_{}$$

La potencia 3^4 Se representa como multiplicación iterada $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

La potencia 2^4 Se representa como multiplicación iterada $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Agrupamos usando los paréntesis los factores según las bases de las potencias, en este caso, 3 y 2.

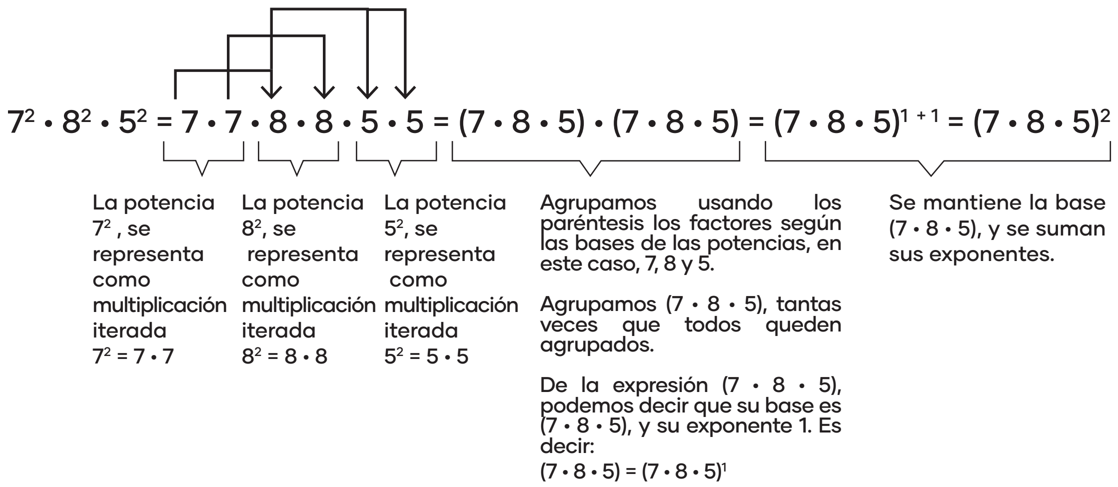
Agrupamos $(3 \cdot 2)$, tantas veces que todos queden agrupados.

De la expresión $(3 \cdot 2)$, podemos decir que su base es $(3 \cdot 2)$, y su exponente 1. Es decir: $(3 \cdot 2) = (3 \cdot 2)^1$

Se mantiene la base $(3 \cdot 2)$, y se suman sus exponentes.

$\longrightarrow$ $3^4 \cdot 2^4 = (3 \cdot 2)^4 = 6^4$

c) Usando una sola potencia, ¿cómo expresar $7^2 \cdot 8^2 \cdot 5^2$?



$$7^2 \cdot 8^2 \cdot 5^2 = \underbrace{7 \cdot 7}\cdot\underbrace{8 \cdot 8}\cdot\underbrace{5 \cdot 5} = \underbrace{(7 \cdot 8 \cdot 5) \cdot (7 \cdot 8 \cdot 5)} = \underbrace{(7 \cdot 8 \cdot 5)^{1+1} = (7 \cdot 8 \cdot 5)^2}$$

La potencia 7^2, se representa como multiplicación iterada $7^2 = 7 \cdot 7$

La potencia 8^2, se representa como multiplicación iterada $8^2 = 8 \cdot 8$

La potencia 5^2, se representa como multiplicación iterada $5^2 = 5 \cdot 5$

Agrupamos usando los paréntesis los factores según las bases de las potencias, en este caso, 7, 8 y 5.

Agrupamos $(7 \cdot 8 \cdot 5)$, tantas veces que todos queden agrupados.

De la expresión $(7 \cdot 8 \cdot 5)$, podemos decir que su base es $(7 \cdot 8 \cdot 5)$, y su exponente 1. Es decir:
$(7 \cdot 8 \cdot 5) = (7 \cdot 8 \cdot 5)^1$

Se mantiene la base $(7 \cdot 8 \cdot 5)$, y se suman sus exponentes.

$\longrightarrow$ $7^2 \cdot 8^2 \cdot 5^2 = (7 \cdot 8 \cdot 5)^2 = 280^2$

CASO 2: DIVISIÓN DE POTENCIAS

A continuación, trabajaremos con las propiedades de las potencias de base y exponente natural, relacionadas con la división:

- División de potencias de igual base.
- División de potencias de igual exponente.

DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

Cuando dividimos potencias que tengan igual base, a^m y a^p, su cociente es equivalente a una potencia con la misma base, y su exponente es igual a la diferencia entre los exponentes del dividendo y del divisor. Es decir:

$$\boxed{a^m : a^p = a^{m-p} \qquad \text{con } m > p}$$

Observemos los siguientes ejemplos para recordar esta propiedad.

EJEMPLOS

a) ¿Cómo expresar en una sola potencia $5^6 : 5^2$?

$$5^6 : 5^2 = \frac{5^6}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \underbrace{\frac{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{\cancel{5} \cdot \cancel{5}}}_{} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4}_{}$$

Expresamos

$5^6 : 5^2 = \frac{5^6}{5^2}$

La potencia 5^2 se representa como multiplicación iterada

$5^2 = 5 \cdot 5$

Se simplifica un factor del numerador, con un factor del denominador. Sucesivamente, hasta que en el denominador solo resulte 1.

En este caso:
- Se simplifica un 5 del numerador con un 5 del denominador.
- se simplifica nuevamente, un 5 del numerador con un 5 del denominador.
- No se continúa simplificando, ya que el denominador es 1.

Se aplica la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base, es decir, se mantiene el valor de la base, y se suman sus exponentes.

$$\longrightarrow 5^6 : 5^2 = \frac{5^6}{5^2} = 5^{6-2} = 5^4 \longrightarrow$$

Aplicamos la propiedad: "se mantiene la base (5), y sus exponentes se restan (6 – 2 = 4)"

b) Dada $12^4 : 12$, ¿cómo la expresarías en una sola potencia?

La potencia 12^4 se representa como multiplicación iterada
$12^4 = 12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12$

$$12^4 : 12 = \frac{12^4}{12^1} = \frac{12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12}{12} = \underbrace{\frac{\cancel{12} \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12}{\cancel{12}}}_{} = \underbrace{12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3}_{}$$

Expresamos

$12^4 : 12 = \frac{12^4}{12^1}$

La potencia 12^1 se representa como multiplicación iterada, que, en este caso como el exponente es 1, se expresa por:
$12^1 = 12$

Se simplifica un factor del numerador, con un factor del denominador. Sucesivamente, hasta que en el denominador solo resulte 1.

En este caso:
- Se simplifica un 12 del numerador con el 12 del denominador.
- No se continúa simplificando, ya que el denominador es 1.

Se aplica la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base, es decir, se mantiene el valor de la base, y se suman sus exponentes.

$$\longrightarrow 12^4 : 12 = \frac{12^4}{12^1} = 12^{4-1} = 12^3 \longrightarrow$$

Aplicamos la propiedad: "se mantiene la base (12), y sus exponentes se restan (4 – 1 = 3)"

DIVISIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

Cuando dividimos potencias que tengan igual exponente, a^m y b^m, su cociente es equivalente a una potencia de igual exponente, y su base igual al cociente entre la base del dividendo y la base del divisor. Es decir:

$$\boxed{a^m : b^m = (a : b)^m}$$

Observemos los siguientes ejemplos para recordar esta propiedad.

Ejemplos

a) ¿Cómo expresar en una sola potencia $10^3 : 5^3$?

La potencia 10^3 se representa como multiplicación iterada $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10$

$$10^3 : 5^3 = \frac{10^3}{5^3} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \underbrace{\frac{10}{5} \cdot \frac{10}{5} \cdot \frac{10}{5}}_{} = \underbrace{2^1 \cdot 2^1 \cdot 2^1 \quad 2^3}_{}$$

Expresamos

$10^3 : 5^3 = \frac{10^3}{5^3}$

La potencia 5^3 se representa como multiplicación iterada $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$

Agrupamos los cocientes, separándolos según las bases de las potencias, en este caso, 10/5 .

Agrupamos 10/5, tantas veces que todos queden agrupados.

El valor de la expresión 10/5=10: 5=2, por lo que podemos decir que el valor de la base es 2, y su exponente 1. Es decir: $10/5=2^1$

Se mantiene la base 2, y se suman sus exponentes.

$\longrightarrow 10^3 : 5^3 \quad (10 : 5)^3 = 2^3 \longrightarrow$ Aplicamos la propiedad: "se mantiene el exponente (3), y dividen las bases (10 : 5)"

b) Dada $18^2 : 3^2$, ¿cómo la expresarías en una sola potencia?

La potencia 18^2 se representa como multiplicación iterada $18^2 = 18 \cdot 18$

$$18^2 : 3^2 = \frac{18^2}{3^2} = \frac{18 \cdot 18}{3 \cdot 3} = \underbrace{\frac{18}{3} \cdot \frac{18}{3}}_{} = \underbrace{6^1 \cdot 6^1 = 6^2}_{}$$

Expresamos

$18^2 : 3^2 = \frac{18^2}{3^2}$

La potencia 3^2 se representa como multiplicación iterada $3^2 = 3 \cdot 3$

Agrupamos los cocientes, separándolos según las bases de las potencias, en este caso, 18/3 .

Agrupamos 18/3, tantas veces que todos queden agrupados.

El valor de la expresión 18/3=18: 3=6, por lo que podemos decir que su base es 6, y su exponente 1. Es decir: $18/3=6^1$

Se mantiene la base 6, y se suman sus exponentes.

$\longrightarrow 18^2 : 3^2 \quad (18 : 3)^2 = 6^2 \longrightarrow$ Aplicamos la propiedad: "se mantiene el exponente (2), y dividen las bases (18 : 3)"

PRÁCTICA

I. Expresa cada potencia como multiplicación iterada:

Ejemplo ⟶ $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

a) $3^4 =$

b) $1^3 =$

c) $5^3 =$

d) $4^2 =$

II. Expresa cada una de las siguientes multiplicaciones iteradas como potencia:

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 =$

b) $4 \cdot 4 =$

c) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$

d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

III. Calcula el valor de cada potencia:

a) $3^2 =$

b) $4^3 =$

c) $5^1 =$

d) $1^5 =$

e) $6^2 =$

f) $10^2 =$

IV. Expresa las siguientes multiplicaciones como una sola potencia, usando la propiedad correspondiente:

a) $3^2 \cdot 3^4 =$

b) $6^4 \cdot 6 =$

c) $5^0 \cdot 5^3 =$

d) $10^2 \cdot 10^2 =$

e) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4 =$

f) $3^1 \cdot 3^3 \cdot 3^2 =$

g) $8^5 \cdot 8^3 \cdot 8 =$

h) $9^4 \cdot 9^0 \cdot 9^1 =$

V. Usando la propiedad correspondiente, expresa las siguientes multiplicaciones como una sola potencia:

a) $4^2 \cdot 6^2 =$

b) $10^3 \cdot 5^3 =$

c) $5^4 \cdot 7^4 =$

d) $9^5 \cdot 6^5 =$

e) $3^5 \cdot 2^5 \cdot 4^5 =$

f) $6^1 \cdot 8^1 \cdot 4^1 =$

g) $2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^3 =$

h) $11^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4 =$

VI. Expresa las siguientes divisiones como una sola potencia, usando la propiedad correspondiente:

a) $4^3 : 4^2 =$

b) $10^5 : 10^3 =$

c) $7^6 : 7^4 =$

d) $9^{10} : 9^5 =$

e) $3^7 : 3^5 =$

f) $6^1 : 6^1 =$

g) $5^3 : 5 =$

h) $2^5 : 2^4 =$

VII. Usando la propiedad correspondiente, expresa las siguientes divisiones como una sola potencia:

a) $25^3 : 5^3 =$

b) $27^2 : 9^2 =$

c) $12^6 : 3^6 =$

d) $8^{10} : 4^{10} =$

e) $12^4 : 6^4 =$

f) $21^5 : 7^5 =$

g) $10^7 : 2^7 =$

h) $9^{10} : 3^{10} =$

DESAFÍO

“Pedro afirma que el área de un cuadrado de lado ($5^3 \cdot 8$) cm, es igual a ($5^9 \cdot 8^2$) cm^2”.

¿Estás de acuerdo con Pedro? Justifica tu respuesta utilizando las propiedades de las potencias.

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

DEG
División
Educación
General

ESCUELAS
ARRIBA
Que todos los
niños aprendan

OA 2 - 1° Medio

Actividades de apoyo 1° medio

Fichas para estudiantes

Potencias de base y exponente natural