Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

DEG

División Educación General

ESCUELAS ARRIBA

Que todos los niños aprendan

OA 1 - 1° Medio

Actividades de apoyo 1° Medio

Guía para docentes

Unidad 1: Números

Tema:

Operatoria en el conjunto de los números enteros

FICHA N°1

Adición de números enteros.

FICHA N°2

Sustracción de números enteros.

FICHA N°3

Multiplicación y división de números enteros.

La siguiente guía tiene como objetivo orientar al docente en la gestión de los conocimientos previos que las(os) estudiantes necesitan comprender para abordar, de manera eficiente, los temas propios del Objetivo de Aprendizaje 1 de 1er año medio, el que declara lo siguiente:

OA 1: : Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.

Analizando los respectivos nudos de aprendizaje, se han elaborado 3 fichas de estudio dirigidas a las(os) estudiantes. De esta manera, la propuesta para la gestión docente es la siguiente:

Tema	Ficha	Nudo de aprendizaje
1. Operatoria en el Conjunto de los Números Enteros. **(Guía N°1)**	**1.** Adición de números enteros.	Confunden el procedimiento para sumar números enteros de igual y de distinto signo.
	2. Sustracción de números enteros.	No comprenden que la sustracción de números enteros se puede transformar en una adición de números enteros.
	3. Multiplicación y división de números enteros.	No manejan las reglas de los signos.

En esta guía encontrará anotaciones al margen, las que hacen referencia a:

- Información didáctica y/o conceptual.
- Solución de actividades y de ejercicios propuestos.
- Gestión pedagógica en el desarrollo del Desafío.
- Errores frecuentes de las y los estudiantes y cómo solucionarlos.

Cabe destacar que, en su calidad de docente, es usted quien gestiona la clase y hace uso del material, total o parcialmente, e incluso, modificarlo de acuerdo a la realidad de sus estudiantes. Dicho esto, se recomienda trabajar con estas fichas antes de abordar el OA 1 de 1ro medio.

Ficha 1: Adición de números enteros

OA: Conocimiento correspondiente al OA 1 de 7mo año básico[1] .

Errores frecuentes:

• En adición de números enteros de igual signo, suman los valores absolutos de los sumandos, pero no mantienen el signo que ellos poseen.

• En adición de números enteros de distinto signo, suman los valores absolutos de los sumandos, o bien, al restarlos, equivocan el signo en el resultado.

[1] OA 1 – 7° básico: Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros: Representando los números en la recta numérica. Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. Dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición). Resolviendo problemas en contextos cotidianos.

Ficha 1

Ficha 1

Adición de números enteros

OBJETIVO:
Resolver adiciones de números enteros.

RECUERDA

El conjunto de los Números Enteros se designa con la letra $\mathbb{Z}$ y está compuesto por los siguientes elementos:

$\mathbb{Z}=\{...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...\}$

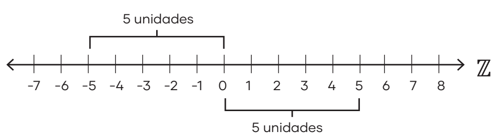
VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

El valor absoluto de un número entero corresponde, gráficamente, a la distancia que este número se encuentra en la recta numérica respecto al cero.
Sea a un número entero, su valor absoluto se simboliza por $|a|$

EJEMPLO

¿A qué distancia está el número 5 con respecto al 0? ¿Y el -5?

Observemos la representación gráfica en la siguiente recta numérica:



Como podrás notar, tanto el 5 como el -5 se encuentran a la misma distancia del cero, solo que uno está a la derecha y el otro está a la izquierda de nuestro punto de referencia. Luego, para denotar el valor absoluto de 5, escribimos $|5|$, y para saber su valor final sólo debemos conocer la distancia a la que este número se encuentra del cero.

Información didáctica y/o conceptual

- También se puede mencionar que el conjunto $\mathbb{Z}$ está conformado por los enteros negativos, el cero, y los enteros positivos.
- El cero es un número (o elemento del conjunto $\mathbb{Z}$) que no tiene signo, pero que eso no tiene relación con ser "neutro". Cuando decimos que el cero es neutro, hacemos referencia a que es el neutro de la adición (neutro aditivo), lo que significa que cualquier número sumado con cero, no varía.
- Cuando se trata el concepto de valor absoluto en clases, explicando que representa una distancia, es usual que algún(a) estudiante comente o pregunte qué sucede si, por ejemplo, un auto retrocede, aludiendo a que podría darse una "distancia negativa". Frente a esto, es importante aclararle a la clase que, siendo una distancia, su valor siempre será positivo (o cero cuando el auto no se mueve), ya que al retroceder igual está generando una distancia respecto a un punto de ubicación.

Entonces, de lo anterior, tenemos:

$|5|=5$, ya que 5 está a 5 unidades de distancia del cero

De igual manera:

$|-5|=5$, ya que -5 está a 5 unidades de distancia del cero

> Por lo tanto, podemos deducir que el valor absoluto de un número entero, al representar una distancia, siempre resultará ser un valor positivo o cero.

ACTIVIDAD

Determina los siguientes valores absolutos:

a) $|12|=$ ______ **d)** $|-1|=$ ______

b) $|-9|=$ ______ **e)** $|1|=$ ______

c) $|0|=$ ______ **f)** $|-659|=$ ______

ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Caso 1: Adición de números enteros de igual signo

En una adición, tenemos:

$$\underbrace{a + b}_{\text{Sumandos}} = c \rightarrow \text{Suma (o resultado)}$$

De esta manera, si tuviéramos que calcular el resultado entre los números 6 y 13, escribimos:

$$\underbrace{6 + 13}_{\text{Sumandos}} = 19 \longrightarrow \text{Resultado}$$

Recordado lo anterior, diremos que:

> **Para sumar números enteros de igual signo, se suman sus valores absolutos y se conserva el signo de ellos.**

Información didáctica y/o conceptual

Se recomienda decirle a la clase que usualmente se le llama "resultado" a lo que obtenemos al resolver cualquier operación matemática, pero que en estricto rigor el "resultado" es lo que obtenemos al resolver una adición. A saber:

- Al sumar, se obtiene un resultado.
- Al restar, se obtiene una diferencia.
- Al multiplicar, se obtiene un producto.
- Al dividir, se obtiene un cociente.

Aclarado esto, se recomienda utilizar el lenguaje matemático tal cual es.

Solución

a) 12
b) 9
c) 0
d) 1
e) 1
f) 659

Observa:

$-2+(-8)= ?$

1° Determinamos el valor absoluto de cada sumando, es decir, determinamos el valor absoluto de -2 y de -8. Entonces:

$|-2| = 2 \quad ; \quad |-8| = 8$

2° Sumamos los valores obtenidos. Esto es:

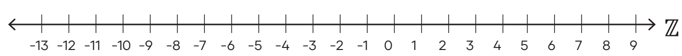
$2+8=10$

3° Por último, el resultado obtenido en el paso anterior conserva el signo de los números enteros de la adición original. En este caso, como ambos números enteros tienen signo negativo, el resultado tendrá signo negativo. Por lo tanto:

$\boxed{-2+(-8)=-10}$

Lo anterior, mediante la utilización de la recta numérica, nos llevaría a posicionarnos en el valor **-2**, y desde ahí nos moveríamos 8 lugares (unidades) hacia la izquierda, llegando finalmente al valor **-10**.

¡Compruébalo!



EJEMPLOS

a) $4+16=20$
Como el valor absoluto de un número positivo corresponde al mismo número, en este caso no es necesario determinar el valor absoluto de 4 y 16. Simplemente, sumamos.

b) $-9 + (-4) = -13$ → Este signo corresponde al signo que poseen ambos sumandos (-9 y -4)

$|-9|+ |-4|$

$9 + 4$

$9 + 4 = 13$

c) $-8+(-8)=-16$

d) $-12+(-8)+(-4)=-24$

Información didáctica y/o conceptual

- Si a la clase le complica la utilización de la recta numérica para resolver este tipo de adiciones, se puede aclarar diciendo algo como lo siguiente:

- “Para resolver -2+(-8), nos posicionamos en el -2, y cuando leamos los signos + y – que están antes del 8, los interpretamos como un avance hacia la izquierda. Es decir, del -2, avanzamos hacia la izquierda 8 lugares, llegando así al -10, siendo éste el resultado de la adición.”

- En casos con sumas de más de dos números enteros, como en el ejemplo d, se recomienda resolver de izquierda a derecha, es decir, calcular 1ro la suma entre -12 y -8, para luego sumar este resultado con -4. Aún así, no está de más recordar que la adición cumple la propiedad asociativa. Esto significa que se puede sumar el -12 con el -4, y este resultado sumarlo con -8, o bien, sumar -12 con el resultado entre -8 y -4. De cualquier manera, se obtendrá el mismo resultado final.

OBSERVACIÓN

El paréntesis que aparece en algunos números negativos se utiliza para separar el signo que tiene la operación con el signo del respectivo número que sigue.

Para aclarar esto, utilicemos el ejemplo **d** escrito recién. Éste podríamos anotarlo sin ningún paréntesis, quedando así:

$$-12+-8+-4=-24$$

Pero por acuerdo matemático y solo con el fin de establecer un orden visual, se recomienda usar paréntesis para separar signos, quedando:

$$-12+(-8)+(-4)=-24$$

Caso 2: Adición de números enteros de distinto signo

Para sumar números enteros de ***distinto signo***, se hace la diferencia positiva entre sus respectivos valores absolutos, y se ***conserva el signo del número que tiene el mayor valor absoluto.***

Observa:

La diferencia positiva hace referencia a una resta en donde siempre al número mayor se le resta el número menor.

$$-12+8=\ ?$$

1º Determinamos el valor absoluto de cada sumando:

$$|-12|=12 \quad ; \quad |8|=8$$

2º Calculamos la diferencia positiva entre estos valores. Es decir:

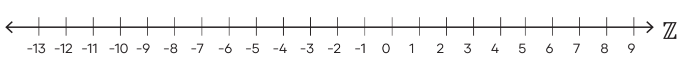
$$12-8=4$$

3º Finalmente, al número obtenido (que en este caso es 4) se le asigna el signo del número entero que tiene el ***mayor valor absoluto.*** En otras palabras, se conserva el signo del número que está ***más alejado del cero.*** En concreto, en el 1er paso observamos que ***-12*** tiene mayor valor absoluto que 8 (o bien, está más alejado del cero), razón por la que el signo que se le asigna a nuestro re sultado final es el signo negativo. Por lo tanto:

$$\boxed{-12+8=-4}$$

Otra manera de entender este ejemplo es mediante la utilización de la recta numérica. En efecto, si nos posicionamos en el ***-12*** y avanzamos 8 lugares (unidades) hacia la derecha, llegaremos efectivamente al valor ***-4***.

¡Compruébalo!



Información didáctica y/o conceptual

- Si a la clase le complica comprender la idea de diferencia positiva, se pueden dar ejemplos como el siguiente:
- "Si se pide calcular la diferencia positiva entre los números 9 y 15, se debe ubicar como primer número el mayor, quedando 15-9, obteniendo el número 6, que es un número positivo. Es decir, para obtener la diferencia positiva entre dos números naturales, al mayor se le debe restar el menor de ellos.
- Es muy importante que la clase comprenda que el número final obtenido en una suma de números enteros de distinto signo, conserva el signo del número que tiene el mayor valor absoluto (o bien, el que está más alejado del cero). Esto porque es común que las(os) estudiantes señalen que "se conserva el signo del número mayor", equivocándose en el signo del resultado.

EJEMPLOS

a) $-3 + 8 = 5$

$|-3| + |8|$

$3 \quad 8$

$8 - 3 = 5$

Este resultado queda con signo positivo dado que el sumando que posee mayor valor absoluto es el 8, cuyo signo es positivo.

Recuerda que, al escribir la resta de los valores absolutos, al número mayor se le resta el número menor, obteniendo así la ***diferencia positiva*** entre ellos.

b) 14+(-20)=-6

c) 30+(-29)=1

d) -23+23=0

Cuando la suma de dos números enteros resulta cero (neutro aditivo), entonces éstos se denominan ***números opuestos*** (o inversos aditivos).

PRÁCTICA

I. Resuelve las siguientes adiciones de números enteros de igual signo:

a) 14+15=

b) -7+(-9)=

c) -20+(-6)+(-35)=

d) -5+(-8)+(-42)+(-45)=

II. Resuelve las siguientes adiciones de números enteros de **distinto signo**:

a) -8+10=

b) 13+(-12)=

c) -50+(-10)+60=

d) 18+(-18)+(-43)=

Solución

1.

a) 14+15=29

b) -7+(-9)=-16

c) -20+(-6)+(-35)=-61

d) -5+(-8)+(-42)+(-45)=-100

2.

a) -8+10=2

b) 13+(-12)=1

c) -50+(-10)+60=0

d) 18+(-18)+(-43)=-43

III. La recepción de un edificio se encuentra en el nivel 0. Hacia abajo los pisos comienzan en el -1, y hacia arriba comienzan en el piso 1. Ernesto, el conserje que está en recepción, debe repartir algunas cartas en ciertos departamentos.

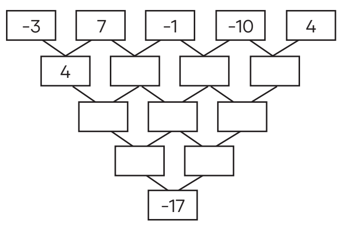
a) Si Ernesto subió 5 pisos, luego bajó 6 y después subió 2, ¿a qué piso llegó finalmente?

b) ¿Cuántos pisos debe bajar Ernesto si está en el 3 y lo llaman del -5?

DESAFÍO

Aplica lo visto anteriormente para resolver las siguientes actividades.

a) Completa cada recuadro sumando los respectivos números enteros:



b) Completa el siguiente cuadrado mágico:

-12		
	-3	-15
-6		6

En un cuadrado mágico, la suma de los números de cada fila, de cada columna y de cada diagonal, dan como resultado el mismo número.

Información didáctica y/o conceptual

III. Como una manera de aplicar la adición y/o sustracción de números enteros, se espera que las(os) estudiantes puedan modelar las situaciones propuestas en este problema. De esta manera:

a) $0+5+(-6)+2=1$

Por lo tanto, Ernesto finalmente llegó al 1er piso.

b) En este caso se necesita determinar cuántos pisos de distancia hay entre el piso 3 y el piso -5, lo que matemáticamente significa calcular la diferencia entre los números 3 y -5. Entonces:

$3-(-5)=3+5=8$

Por lo tanto, Ernesto debe bajar 8 pisos.

Desafío

Gestión pedagógica

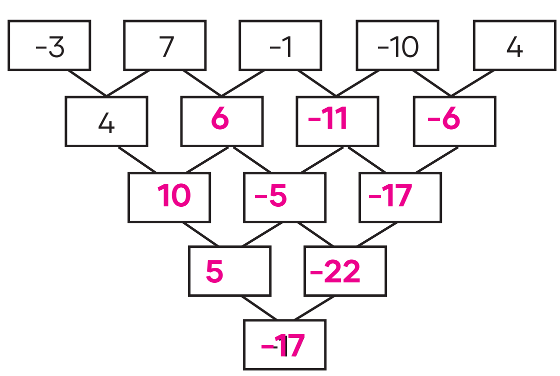
En ambas actividades que conforman este desafío, las(os) estudiantes pueden trabajar en forma individual, en parejas o grupalmente (se recomienda que no sean más de 3 integrantes). Al finalizar ambas actividades, es ideal destinar unos minutos para llevar a cabo una plenaria, en la que ellas(os) puedan compartir cuáles fueron sus mayores dificultades y aciertos.

El o la docente puede guiar el desarrollo de la plenaria preguntando a la clase qué número obtuvieron, por ejemplo, en la suma entre 7 y -1 (considerando la parte a del desafío), lo que le permitirá hacer una evaluación inmediata del avance de sus estudiantes. Preguntarles, más específicamente, a cuántas(os) les dio -8, a cuántas(os) les dio -6 y a cuántas(os) les dio 6 (resultado correcto), generando la discusión y el traspaso de conocimientos. Dar unos minutos para que realicen las respectivas correcciones. Se puede repetir este proceso preguntando, por ejemplo, por el resultado obtenido entre -1 y -10. Seguido de esto y de acuerdo a lo contestado por ellas(os), aprovechar los posibles errores que hayan cometido para aclarar conceptos y/o procedimientos. Se debe valorar la participación de las(os) estudiantes y se recomienda agradecer a quienes hayan contestado a pesar de haber tenido un error, pues éste sirve para aclararlo y así sea menos probable de volver a ocurrir.

Lo importante en una plenaria es generar la discusión y una buena reflexión, a partir de la que se obtendrá una enriquecedora retroalimentación, considerando siempre la posibilidad de que todas(os) las(os) estudiantes participen, dando una opinión, una respuesta y que se familiaricen con su respectiva argumentación. Para esto, es fundamental generar en la sala de clases un clima de plena confianza y respeto entre compañeras(os).

Solución

Lo importante es que puedan ir sumando correctamente cada pareja de números, aplicando el respectivo procedimiento (para números enteros de igual o de distinto signo). El hecho de que aparezca el resultado final en el último recuadro, les permitirá saber si están bien sus cálculos y, de la misma forma, corregir posibles errores.



A modo de ejemplo para que las(os) estudiantes puedan comprender la esencia de un cuadrado mágico, se recomienda mostrarles el siguiente, en el que la suma de los números de cada fila, columna y diagonal, da el mismo resultado, en este caso, 15.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

En el caso del cuadrado mágico de este desafío, si la o el docente nota que las(os) estudiantes están algo complicadas(os), puede indicarles que los números enteros a utilizar están comprendidos entre el -15 y el 9, incluidos éstos.

-12	3	0
9	-3	-15
-6	-9	6

En un cuadrado mágico, la suma de los números de cada fila, de cada columna y de cada diagonal, dan como resultado el mismo número.

Ficha 2: Sustracción de números enteros

OA: Conocimiento correspondiente al OA 1 de 7mo año básico.

Errores frecuentes:

- Al expresar una sustracción de números enteros como una adición, no cambian el signo del sustraendo.
- Al expresar una sustracción de números enteros como una adición, cambian también el signo del minuendo.
- Al obtener una adición de números enteros de igual o de distinto signo a partir de una sustracción, equivocan el respectivo procedimiento para sumarlos.

Ficha 2

Ficha 2

Sustracción de números enteros

OA:
Resolver sustracciones de números enteros.

RECORDAMOS

En una sustracción, tenemos:

$a - b = c \longrightarrow$ Resta (o diferencia)

$a \downarrow$ Minuendo

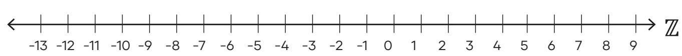
$b \downarrow$ Sustraendo

De esta manera, si tuviéramos que calcular la diferencia entre los números 8 y 5, escribimos:

Minuendo $\leftarrow 8 - 5 = 3 \rightarrow$ Diferencia

$5 \downarrow$ Sustraendo

Utiliza la siguiente recta numérica para resolver esta operación:



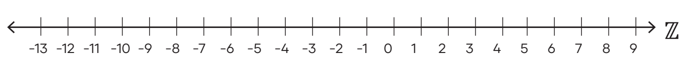
Y si tuviéramos que calcular la diferencia entre 5 y 8, ¿qué número obtendríamos?

En lenguaje matemático, tenemos:

$$5 - 8 = ?$$

Pero, dicho en otras palabras, ¿al 5 es posible quitarle 8?

Utiliza la recta numérica para resolver esto:



Información didáctica y/o conceptual

- Para resolver 8-5 utilizando la recta numérica, debemos posicionarnos en el 8 y, desde ahí, avanzar hacia la izquierda (dado el signo negativo de la expresión) 5 lugares, llegando así al valor 3.

- Dada la pregunta ¿al 5 podemos quitarle 8?, posiblemente alguien podría pensar y/o contestar que no, que lo máximo que se le podría quitar a 5 es 5. Esto sería correcto si se estuviese considerando solo el conjunto de los números naturales (incluyendo el cero). Por tal razón, es importante recordar que se está trabajando en el conjunto de los números enteros, en el que están los números negativos. Así, sí es posible quitarle 8 al 5, obteniendo -3. Se puede ejemplificar con una situación concreta: "Hoy la temperatura en una ciudad es de 5°C, pero transcurridas algunas horas, ésta desciende 8°C. ¿Qué temperatura hay ahora en esta ciudad?"

¿Qué número obtuviste?

5-8= ☐ (*)

Ahora, recordando la adición de números enteros de distinto signo, determina el resultado de la siguiente suma:

5+(-8)= ☐ (**)

Entonces, respecto a los números obtenidos en las expresiones (*) y (**), ¿podríamos afirmar que ambas expresiones son iguales?
En lenguaje matemático:

¿5-8=5+(-8)?

Con tu compañero(a), reflexiona respecto a lo anterior y escribe tu conclusión aquí:

"Considerando los números obtenidos en (*) y en (**), las expresiones 5-8 y 5+(-8) son:_____________

EN RESUMEN

Para restar números enteros, al minuendo se le debe sumar el *opuesto* (inverso aditivo) del sustraendo.

EJEMPLOS

Recuerda que dos números enteros se dicen opuestos cuando al sumarlos se obtiene el número cero.

a) 7-10= ?

En este caso, el minuendo es 7. Entonces, a este número le debemos ***sumar el opuesto del sustraendo***. Como el sustraendo es 10, su opuesto es -10. De esta manera, nos queda:

7-10=7+(-10) = -3

Solución

5-8= -3

5+(-8)= -3

Información didáctica y/o conceptual

- De ser necesario, al momento de querer resolver 5+(-8), se recomienda recordar que para sumar números enteros de distinto signo, se debe calcular la diferencia entre sus valores absolutos, y el número obtenido conserva el signo del número que tiene el mayor valor absoluto. De esta manera:

- El objetivo de calcular y comparar estas dos expresiones matemáticas es que la clase pueda darse cuenta de que una sustracción de números enteros se puede expresar como una adición, operatoria ya estudiada en la ficha anterior. Aun así, se espera que paulatinamente las(os) estudiantes calculen sustracciones de números enteros, pero sin necesariamente pasar por reescribirla como una adición.

- "Considerando los números obtenidos en (*) y en (**), las expresiones 5-8 y 5+(-8) son: iguales". (o equivalentes)

- A medida que se van analizando estos ejemplos, se puede ir orientando a la clase en relación a cuando se "juntan dos signos". En el ejemplo b se puede apreciar que dos signos negativos juntos se traducen en un signo positivo, es decir, "menos con menos es más". De la misma forma, de los ejemplos a y c, se puede deducir que "más con menos es lo mismo que menos". Todo esto debido a la definición de sustracción de números enteros.

Así, obtenemos una ***adición de números enteros de distinto signo,*** operatoria que ya ejercitamos en la ficha anterior. En este caso, calculamos la diferencia positiva entre los valores absolutos de ambos sumandos, en la que conservaremos el signo del número que posee el mayor valor absoluto.

Por lo tanto:

$$7-10=7+(-10)=-3$$

b) 21 - (-9) = 21 ***+ (+9)*** = 21 + 9 = 30

c) -37 - 10 = -37 ***+ (-10)*** = -47

PRÁCTICA

I. Une con una flecha las expresiones matemáticas equivalentes:

a)	-23-9	-13+320
b)	18-(-10)	-58+(-32)
c)	-58-32	18+10
e)	-13-(-320)	-84+(-123)
f)	71-285	-23+(-9)
e)	-84-123	71+(-285)

II. Expresa cada sustracción como una adición y resuelve:

a) 6-7=6+(-7)= $\boxed{-1}$

b) -12-8=

c) 45-(-15)=

d) -19-(-20)=

Solución

b) 21-(-9)=21+9

c) -37-10=-37+(-10)

Solución

II.

b) -20

c) 60

d) 1

III. Pilar resuelve el siguiente ejercicio:

$$
\begin{aligned}
& -14 - 3 + (-8) \\
= \; & -14 + (-3) + (-8) \\
= \; & 17 + (-8) \\
= \; & \mathbf{9}
\end{aligned}
$$

Analiza su desarrollo y verifica si está correcto. Si presenta algún error, explica dónde lo cometió y reescribe el desarrollo de forma correcta.

Desarrollo correcto:

-14-3+(-8)

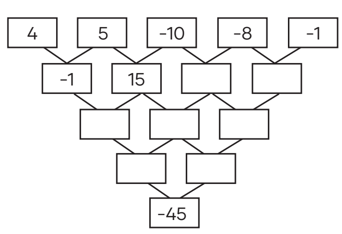
=

DESAFÍO

a) Completa la siguiente tabla:

a	b	a-b	b-a	a-(-b)	-a-(-b)
4	7	4-7=-3			
-2	6		6-(-2)=8		
8	-9			8-(-(-9))=-1	
-5	-1				-(-5)-(-(-1))=4
0	10		10-0=10		

b) Completa los recuadros restando cada par de números y considerando siempre el de la izquierda como el minuendo:



Solución

III.

El desarrollo de Pilar presenta un error.

Al sumar -14 con -3, suma los respectivos valores absolutos, pero no conserva el signo negativo que estos números poseen. Dicho error repercute en el cálculo final. Conocido esto, el desarrollo correcto es el siguiente:

$$
\begin{aligned}
-14 - 3 + (-8) &= -14 + (-3) + (-8) \\
&= -17 + (-8) \\
&= -25
\end{aligned}
$$

Desafío

Gestión pedagógica

En ambas actividades que conforman este desafío, las(os) estudiantes pueden trabajar en forma individual, en parejas o grupalmente (se recomienda que no sean más de 3 integrantes). Al finalizar ambas actividades, es ideal destinar unos minutos para llevar a cabo una plenaria, en la que ellas(os) puedan compartir cuáles fueron sus mayores dificultades y aciertos.

a) Se recomienda que la clase vaya anotando y desarrollando cada ejercicio en su cuaderno. Lo importante es que las(os) estudiantes, considerando los distintos valores dados para a y b, los reemplacen correctamente de acuerdo a la expresión que aparece en la tabla. Errores frecuentes aquí son, precisamente, reemplazar incorrectamente los valores, incluyendo los signos negativos, además de equivocarse en el cálculo final.

Si observamos el último cálculo de la tabla, cuando a=0 y b=10, es válido recordar que el número cero no tiene signo, por lo tanto, al reemplazar estos valores en la expresión -a-(-b), sería un error escribir -0-(-10)

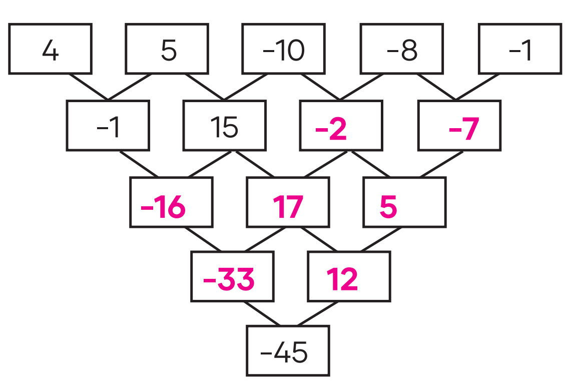
DESAFÍO

a) Completa la siguiente tabla:

a	b	a-b	b-a	a-(-b)	-a-(-b)
4	7	4-7=-3	**7-4=3**	**4-(-7)=11**	**-4-(-7)=3**
-2	6	**-2-6=-8**	6-(-2)=8	**-2-(-6)=4**	**-(-2)-(-6)=8**
8	-9	**8-(-9)=17**	**-9-8=-17**	8-(-(-9))=-1	**-8-(-(-9))=-17**
-5	-1	**-5-(-1)=-4**	**-1-(-5)=4**	**-5-(-(-1))=-6**	-(-5)-(-(-1))=4
0	10	**0-10=-10**	10-0=10	**0-(-10)=10**	**0-(-10)=10**

b) Dependiendo del nivel de dificultad que resulte este desafío para la clase, el(la) docente puede recomendar anotar y realizar los respectivos cálculos en su cuaderno. Así les será más sencillo visualizar cuando se juntan los signos. Éstos pueden ser corregidos en la pizarra para que todas(os) comparen sus desarrollos. La gestión del error puede trabajarse de forma similar a la recomendada en el desafío (parte a) de la ficha de adición de números enteros.

b) Completa los recuadros restando cada par de números y considerando siempre el de la izquierda como el minuendo:



Ficha 3: Multiplicación y división de números enteros

OA: Este contenido es parte del OA 1 de 8vo año básico[2].

Errores frecuentes:

- Al calcular multiplicaciones y/o divisiones, se equivocan en el valor obtenido.
- Se equivocan en el signo del producto o del cociente obtenido.

[2] Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros: Representándolos de manera concreta, pictórica y simbólica. Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales. Aplicando la regla de los signos de la operación. Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.zzc

Ficha 3

Ficha 3

Multiplicación y división de números enteros

OBJETIVO:
Resolver multiplicaciones y divisiones de números enteros.

RECORDAMOS

Ya sea que se estén multiplicando o dividiendo números enteros, en ambos casos debemos realizar lo siguiente:

1° Multiplicar (dividir) los valores absolutos de estos números.
2° El signo del número obtenido obedecerá a la siguiente regla:

- Al multiplicar (dividir) números enteros de ***igual signo,*** el producto (cociente) tendrá ***signo positivo.***
- Al multiplicar (dividir) números enteros de ***distinto signo,*** el producto (cociente) tendrá ***signo negativo.***

Podemos recordar lo anterior apoyándonos en las siguientes imágenes:

REGLA DE LOS SIGNOS

Multiplicación	División
$+ \bullet + = +$	$+ : + = +$
$- \bullet - = +$	$- : - = +$
$+ \bullet - = -$	$+ : - = -$
$- \bullet + = -$	$- : + = -$

Información didáctica y/o conceptual

- Ante cualquier duda acerca del concepto de valor absoluto de un número, recordar que éste se aborda en la Ficha 1.
- Se debe dejar en claro que esta regla de los signos es la misma para ambas operaciones (multiplicación y división).
- Es recomendable explicar cada uno de los pasos del desarrollo de estos 4 ejemplos. Consultar constantemente a la clase si es que hay alguna duda en el procedimiento. Lo importante es que este procedimiento (cálculo y aplicación de la regla de los signos), quede muy claro para así avanzar sin mayores inconvenientes.

EJEMPLOS

a) $3 \cdot (-7) = -21$

$|3| \cdot |-7|$

$3 \cdot 7$

$3 \cdot 7 = 21$

El signo del producto es **negativo,** ya que los números enteros que se están multiplicando tienen **distinto signo.**

b) $-12 : (-6) = 2$

$|-12| : |-6|$

$12 : 6$

$12 : 6 = 2$

El signo del cociente es **positivo**, ya que los números enteros que se están dividiendo tienen **igual signo.**

c) $-35 : 7 = -5$

$|-35| : |7|$

$35 : 7$

$35 : 7 = 5$

El signo del cociente es **negativo,** ya que los números enteros que se están dividiendo tienen **distinto signo.**

d) $-14 \cdot (-7) = 98$

$|-14| \cdot |-7|$

$14 \cdot 7$

$14 \cdot 7 = 98$

El signo del producto es **positivo,** ya que los números enteros que se están multiplicando tienen **igual signo.**

SITUACIÓN

Cristóbal resuelve el siguiente ejercicio:

$-2 \cdot 4 \cdot (-5)$

$= 8 \cdot (-5)$

$= -40$

Información didáctica y/o conceptual

- En este caso, Cristóbal se equivoca en el signo del producto entre -2 y 4. Aquí se puede volver a revisar el ***ejemplo a***, en el que hay una multiplicación de enteros de distinto signo, aclarando que no importa el orden en que éstos aparezcan (positivo o negativo primero, mientras sean distintos, el producto será negativo). Con esta situación problemática se podría comenzar a dar pistas para que las(os) estudiantes puedan visualizar que en una multiplicación de varios números enteros de distinto signo, ***una cantidad impar de negativos*** significará que el ***producto será negativo,*** y que una cantidad ***par de negativos*** dará un producto ***positivo.***

Estudiante **1º medio**
Operatoria en el conjunto de los números enteros

Analiza su desarrollo y verifica si está correcto. Si presenta algún error, explica dónde lo cometió y reescribe el desarrollo de forma correcta.

Desarrollo correcto:

-2·4·(-5)
=

PRÁCTICA

I. Calcula:

a) 6·(-3)=

b) -20:4=

c) -11:(-11)=

d) -9·6=

e) 0·(-27)=

f) 45:(-15)=

g) -3·6=

h) -5·(-1)·(-12)=

i) -62:(-31)=

j) 4·(-6)·2·(-1)=

II. Completa con el número que falta para que cada igualdad sea verdadera:

a) -2 : $\square$ = 1

b) $\square$ ·(-3)= -9

c) $\square$: 7= -8

d) -8 · $\square$ = 40

e) -32 · $\square$ = 32

f) -64 : $\square$ = 4

g) $\square$: (-2)= -60

h) -5 · $\square$ · 3 = 45

i) 72 : $\square$ = -36

j) 4 · $\square$ · (-12) = -48

Solución

I.

a) 18
b) -5
c) 1
d) -54
e) 0
f) -3
g) -18
h) -60
i) 2
j) 48

II.

a) (-2)
b) 3
c) -56
d) (-5)
e) (-1)
f) (-16)
g) 120
h) (-3)
i) (-2)
j) 1

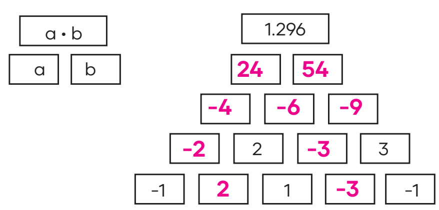
III. Completa todas las casillas que faltan en la siguiente tabla:

Número	-12	**60**	**-36**	**-6**
Doble	**-24**	120	**-72**	**-12**
Mitad	**-6**	**30**	-18	**-3**
Triple	**-36**	**180**	**-108**	-18
Tercera parte	-4	**20**	**-12**	**-2**

DESAFÍO

a) Dada la siguiente regla, completa cada recuadro de la figura:

Regla



b) Analiza la siguiente afirmación y señala si es o no correcta, argumentando tu respuesta.

"Si el cociente entre dos números enteros es cero, entonces estos números son opuestos"

Gestión pedagógica

En ambas actividades que conforman este desafío, las(os) alumnas(os) pueden trabajar en forma individual, en parejas o grupalmente (se recomienda que no sean más de 3 estudiantes). Al finalizar ambas actividades, es ideal destinar unos minutos para llevar a cabo una plenaria, en la que ellas(os) puedan compartir cuáles fueron sus mayores dificultades y aciertos.

Esta afirmación es **falsa. Cuando el cociente entre dos números enteros es cero, significa que el dividendo es cero**. En este punto es muy válido recordar de que el divisor nunca puede ser cero, es decir, que **no existe una división por cero.** Si es posible que la clase pueda comprobar esto último con una calculadora (o bien, se pueda proyectar una calculadora en la pizarra), se recomienda que se haga. Retomando lo anterior, el cero, cuando se divide por cualquier número entero distinto de cero, se obtiene como cociente cero.

Ejemplos

1) $0:7=0$

2) $0:(-25)=0$

3) En forma general, si consideramos n como un número entero distinto de cero, entonces:

$$0:n=0$$

Aclarado lo anterior y estando segura(o) de que a la clase le quedó claro, se podría aprovechar la afirmación inicial preguntando, por ejemplo, "**¿cuál es el cociente entre números opuestos?"**

Ejemplos ("pistas" para la clase)

Si 7 y -7 son opuestos, entonces $7:(-7)=\ ?$

Si -32 y 32 son opuestos, entonces $-32:32=\ ?$

Se espera que la clase comprenda que, al dividir números opuestos, el cociente obtenido será -1 y no cero.

Es muy enriquecedor para la clase conocer las respuestas y los argumentos de las(os) estudiantes, ya que son estas instancias en las que se hace Matemática en comunidad, provocando el traspaso de conocimientos entre pares. El o la docente juega un rol fundamental en cuanto a guiar este tipo de instancias, dándole el protagonismo a las(os) estudiantes.

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

DEG

División Educación General

ESCUELAS ARRIBA

Que todos los niños aprendan

OA 1 - 1° Medio

Actividades de apoyo 1° Medio

Fichas para docentes

Operatoria en el conjunto de los números enteros

FICHA N°1

FICHA N°2

FICHA N°3