Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

DEG
División Educación General

ESCUELAS ARRIBA
Que todos los niños aprendan

OA 1 - 1° Medio

Actividades de apoyo 1° Medio

Guía para docentes

Unidad 1: Números

Tema:

Fracciones y números decimales

FICHA N°1

Transformación de número decimal a fracción.

FICHA N°2

Adicción y sustracción de fracciones.

FICHA N°3

Multiplicación y división de números decimales, fracciones y números enteros

La siguiente guía tiene como objetivo orientar al docente en la gestión de los conocimientos previos que las(os) estudiantes necesitan comprender para abordar, de manera eficiente, los temas propios del Objetivo de Aprendizaje 1 de 1er año medio, el que declara lo siguiente:

OA 1: Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.

Analizando los respectivos nudos de aprendizaje, se han elaborado 3 fichas de estudio dirigidas a las(os) estudiantes. De esta manera, la propuesta para la gestión docente es la siguiente:

Tema	Ficha	Nudo de aprendizaje
2. Fracciones y números decimales. (Guía N°2)	1. Transformación de número decimal a fracción.	- No identifican los tipos de decimales para aplicar el procedimiento respectivo. - No manejan los respectivos procedimientos para transformar un número decimal a fracción.
	2. Adición y sustracción de fracciones.	- Confunden los procedimientos para sumar y/o restar fracciones.
	3. Multiplicación y división de números decimales, fracciones y números enteros.	- Confunden los procedimientos para multiplicar y/o dividir números decimales, fracciones y números enteros.

En esta guía encontrará anotaciones al margen, las que hacen referencia a:

- Información didáctica y/o conceptual.
- Solución de actividades y de ejercicios propuestos.
- Gestión pedagógica en el desarrollo del Desafío.
- Errores frecuentes de las y los estudiantes y cómo solucionarlos.

Cabe destacar que, en su calidad de docente, es usted quien gestiona la clase y hace uso del material, total o parcialmente, e incluso, modificarlo de acuerdo a la realidad de sus estudiantes. Dicho esto, se recomienda trabajar con estas fichas antes de abordar el OA 1 de 1ro medio.

Ficha 1: transformación de número decimal a fracción

OA: Conocimiento correspondiente al OA 1 de 7mo año básico[1] .

Errores frecuentes:

- Confunden los tipos de números decimales (clasificación).
- Al transformar un número decimal a fracción, equivocan el procedimiento, o bien, aplican un procedimiento que no corresponde.

[1] OA 1 – 7° básico: Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros: Representando los números en la recta numérica. Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. Dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición). Resolviendo problemas en contextos cotidianos.

Ficha 1

Ficha 1

Transformación de número decimal a fracción

OBJETIVO:
Transformar un número decimal a fracción.

RECORDAMOS

Situación

En una clase de Matemática, introductoria a los números decimales, el profesor solicita a sus estudiantes que, usando la calculadora, encuentren la fracción equivalente al decimal $1,\overline{6}$. Aurora, tras algunos intentos, le dice a su profesor que la ha encontrado: "Profesor, la fracción equivalente a $1,\overline{6}$ es $\frac{16}{10}$, pues si dividimos 16 en 10 nos da el decimal que usted nos pidió."

Según tu análisis, ¿está correcto lo mencionado por Aurora? ¿Por qué?

____

____

____

De ser esto incorrecto, entonces, ¿cuál sería realmente la fracción que representa al decimal $1,\overline{6}$?

$$1,\overline{6} = \frac{\square}{\square}$$

En la vida cotidiana, expresar un decimal en fracción (o viceversa) es muy utilizado, por ejemplo, en las recetas de cocina, pues la cantidad de cada ingrediente esta expresada, en su mayoría, en alguno de estos tipos de números.

Para aprender a transformar un número decimal a fracción, primero debemos conocer los tipos de números decimales que existen.

Información didáctica y/o conceptual

- Para esta clase, el ideal es que cada estudiante cuente con una calculadora (científica en lo posible), o al menos posean una calculadora por cada 3 estudiantes y así puedan trabajar en forma grupal. Si no, tener la posibilidad de proyectar una calculadora en la pizarra para que todos puedan ver su utilización y la obtención de los números decimales a partir de la división entre numeradores y denominadores de algunas fracciones.

- Para la situación aquí presentada, el docente podría preguntar, por ejemplo, cuántas cifras decimales tiene el número 1,6. Esto le permitirá evaluar rápidamente si la clase recuerda este tipo de notación de algunos números decimales. Seguido de esto, solicitarles que, usando la calculadora, dividan 16 entre 10 y comprueben si lo señalado por Aurora es correcto o incorrecto. También, podría solicitarles que mencionen otras situaciones cotidianas en las que podrían utilizarse los números decimales y/o las fracciones.

CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES

Dependiendo de la naturaleza de las cifras decimales, los números decimales se clasifican en:

- **Decimal finito:** Es aquél cuya parte decimal está compuesta por una cantidad finita de cifras.

EJEMPLOS

a) 0,5 b) -3,17 c) 41,6882

- **Decimal infinito** periódico: Su parte decimal se repite infinitamente.

EJEMPLOS

a) $1,\overline{3} = 1,333...$ b) $\underbrace{28}_{\text{Parte entera}},\overbrace{\overline{61}}^{\text{Período}} = 28,6161...$ c) $-0,\overline{457} = -0,457457...$

- **Decimal infinito semiperiódico:** Es aquél cuya parte decimal está compuesta por una parte no periódica (anteperíodo) y otra parte periódica (período).

EJEMPLOS

a) $5,1\overline{7} = 5,17777...$ b) $-2,\underbrace{5}_{\text{Anteperíodo}}\overbrace{\overline{83}}^{\text{Período}} = -2,58383...$ c) $40,26\overline{1} = 40,261111...$

Un esquema de esta clasificación es el siguiente:

- Números decimales
  - Decimales finitos
  - Decimales infinitos
    - Periódicos
    - Semiperiódicos

Información didáctica y/o conceptual

- Se recomienda mencionar a la clase que al decir "decimal periódico" o "decimal semiperiódico", se subentiende que ambos tipos de números decimales son con infinitas cifras decimales.

TRANSFORMACIÓN DE UN NÚMERO DECIMAL A FRACCIÓN

Conocida la clasificación de los números decimales, ahora veremos cómo transformarlos en fracción. Para esto debes saber que, para cada tipo de decimal, existe un procedimiento que nos permitirá encontrar su fracción equivalente.

De decimal finito a fracción

¿Cuál es la fracción equivalente al decimal 1,6?

1° En el numerador escribimos el número sin considera sin la coma. Es decir:

$$1{,}6 = \frac{\boxed{16}}{\boxed{}}$$

2° En el denominador escribimos una potencia de 10, con tantos ceros como cifras decimales tenga el número decimal original. En este caso, como 1,6 tiene solo una cifra decimal, entonces la potencia de 10 de nuestro denominador tendrá solo un cero. Esto es:

$$1{,}6 = \frac{\boxed{16}}{\boxed{10}}$$

3° Si la fracción obtenida se puede simplificar (como en este caso), entonces la simplificamos.

$$1{,}6 = \frac{\boxed{16}}{\boxed{10}}\begin{matrix}:2\\=\\:2\end{matrix}\frac{\boxed{8}}{\boxed{5}}$$

Por lo tanto, la fracción equivalente al decimal 1,6 es $\frac{8}{5}$

$$1{,}6 = \frac{8}{5}$$

¡Comprueba con tu calculadora!

Errores frecuentes de las(os) estudiantes

Más que un error, al transformar un número decimal a fracción, las(os) estudiantes suelen olvidar simplificar la fracción obtenida y, cuando lo hacen, a veces lo hacen de manera incorrecta. Para solucionar esto, se recomienda hacer énfasis en forma permanente de la importancia de simplificar las fracciones obtenidas, ya que simplificadas es más fácil operar con ellas. También podrían recordarse las reglas de divisibilidad más comunes: condiciones de un número para ser divisible por 2, por 3, por 5 y por 10. De esta manera, les sea más fácil la simplificación de fracciones.

De decimal periódico a fracción

¿Cuál es la fracción que representa al decimal $1,\overline{6}$?

1° En el numerador escribimos el número sin considerar la coma, y le restamos la parte entera. Esto es:

$$1,\overline{6} = \frac{\boxed{16 - 1}}{\boxed{}}$$

2° En el denominador escribimos tantos 9 como cifras periódicas tenga el número decimal original. Como en este caso la cifra que se repite es solo una (el 6), entonces el denominador tendrá un solo 9. Entonces:

$$1,\overline{6} = \frac{\boxed{16 - 1}}{\boxed{9}}$$

3° Resolvemos y simplificamos, cuando sea posible.

$$1,\overline{6} = \frac{\boxed{16 - 1}}{\boxed{9}} = \frac{\boxed{15}}{\boxed{9}}\begin{matrix}:3\\:3\end{matrix} = \frac{\boxed{5}}{\boxed{3}}$$

Por lo tanto, la fracción que representa al decimal $1,\overline{6}$ es $\frac{5}{3}$

$$\boxed{1,\overline{6} = \frac{5}{3}}$$

¡Comprueba con tu calculadora!

De decimal semiperiódico a fracción

¿Qué fracción equivale al decimal $2,6\overline{1}$?

1° En el numerador escribimos el número sin considerar la coma, y le restamos el número que forman las cifras que están antes del período. En este caso, las cifras que están antes del período son el 2 y el 6, formando el número 26. Entonces:

$$2,6\overline{1} = \frac{\boxed{261 - 26}}{\boxed{}}$$

Información didáctica y/o conceptual

- En cada uno de estos 3 procedimientos, se recomienda que las(os) estudiantes comprueben lo explicado mediante el uso de la calculadora.

- Aquí se encuentra la solución de la situación problemática inicial propuesta en la sección “Recordemos”. Importante que aquí la clase pueda comprobar, con la calculadora, que al dividir 5 entre 3 se obtiene el decimal 1,6, es decir, en el visor de la calculadora saldrá el número 1,6666666666...

- Pero ojo, aquí a más de algún(a) estudiante le parecerá extraño que la última cifra del visor sea un 7 y no un 6. La explicación se basa en que la mayoría de los dispositivos de cálculo electrónico (calculadoras, celulares, computadores), están programados para redondear los números decimales. Esto significa que, como la calculadora tiene una cantidad limitada de cifras numéricas para mostrar en el visor, y nuestro decimal tiene infinitos 6, antes de colocar la última cifra, le da una unidad al último 6, transformándose en un 7, pues la regla para redondear indica que, si la cifra decimal siguiente es 5 o superior, entonces se le da una unidad a la cifra anterior. De no estar programadas para redondear, entonces estos dispositivos simplemente truncarán el número decimal. Ejemplo: al redondear el número 3,8 a la milésima (3 cifras decimales), se obtiene 3,889. Es por esta misma razón que si dividimos 13 entre 9, el visor de la calculadora efectivamente nos mostrará el decimal periódico 1,4444444444..., en donde la última cifra mostrada también será un 4, pues no cumple con la condición de ser 5 o superior como para darle una unidad.

Estudiante

1° medio
Operatoria en el conjunto de los números enteros

2° En el denominador escribimos tantos 9 como cifras tenga el período, seguido de tantos 0 como cifras tenga el anteperíodo. En este caso, tanto el período (el 1) como el anteperíodo (el 6), tienen solo una cifra, por lo que en el denominador debemos escribir el número 90. Entonces:

$$2{,}6\overline{1} = \frac{\boxed{261 - 26}}{\boxed{90}}$$

3° Resolvemos y simplificamos, cuando sea posible.

$$2{,}6\overline{1} = \frac{\boxed{261 - 26}}{\boxed{90}} = \frac{\boxed{235}}{\boxed{90}} \overset{:5}{\underset{:5}{=}} \frac{\boxed{47}}{\boxed{18}}$$

Por lo tanto, la fracción que equivale al decimal $2{,}6\overline{1}$ es $\frac{47}{18}$

$$\boxed{2{,}6\overline{1} = \frac{47}{18}}$$

¡Comprueba con tu calculadora!

PRÁCTICA

I. Para cada número decimal finito, encuentra su fracción equivalente (e irreductible):

a) 1,2=

b) 0,25=

c) 8,14=

d) 0,125=

Solución

a) $\frac{12}{10} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \boxed{\frac{6}{5}}$

b) $\frac{25}{100} \overset{:5}{\underset{:5}{=}} \boxed{\frac{1}{4}}$

c) $\frac{814}{100} \overset{:2}{\underset{:2}{=}} \boxed{\frac{407}{50}}$

d) $\frac{125}{1000} \overset{:125}{\underset{:125}{=}} \boxed{\frac{1}{8}}$

II. Transforma cada decimal periódico a fracción (simplificada):

a) $0,\overline{7}$ =

b) $3,\overline{6}$ =

C) $2,\overline{04}$ =

d) $16,\overline{8}$ =

III. Determina la fracción (irreductible) que representa a cada decimal semiperiodo:

a) $2,4\overline{3}$=

b) $0,8\overline{21}$=

c) $10,0\overline{5}$ =

d) $4,31\overline{2}$ =

DESAFÍO

a) Si el pan que compró Ricardo marcó en la balanza 0,750 kg, entonces, ¿qué parte de 1 kg compró?

b) Los hermanos Antonia y Miguel estudian sobre la ubicación de las fracciones en la recta numérica.

- Antonia: Miguel, ¿recuerdas cómo ubicar la fracción $\frac{2}{5}$ en la recta numérica?
- Miguel: ¡Obvio! Divido cada entero en 5 partes iguales y luego, en la 2da "rayita", se ubicará la fracción $\frac{2}{5}$
- Antonia: ¡Perfecto! Y entonces, ¿cómo ubicarías el decimal 0,4 en la recta numérica?

Solución

II.

a) $\boxed{\frac{7}{9}}$

b) $\frac{36-3}{9} = \frac{33}{9} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \boxed{\frac{11}{3}}$

c) $\frac{204-2}{99} = \boxed{\frac{202}{99}}$

d) $\frac{168-16}{9} = \boxed{\frac{152}{9}}$

III.

a) $\frac{243-24}{90} = \frac{219}{90} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \boxed{\frac{73}{30}}$

b) $\frac{821-8}{990} = \frac{813}{990} \overset{:3}{\underset{:3}{=}} \boxed{\frac{271}{330}}$

c) $\frac{1005-100}{90} = \frac{905}{90} \overset{:5}{\underset{:5}{=}} \boxed{\frac{181}{18}}$

d) $\frac{4312-413}{900} = \boxed{\frac{3881}{900}}$

Lo que se debe hacer en este caso es transformar el decimal 0,750 a fracción. Entonces:

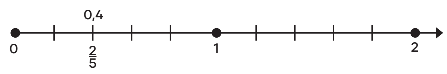
$$0,750 = \frac{750}{1000} \overset{:250}{\underset{:250}{=}} \boxed{\frac{3}{4}}$$

Por lo tanto, Ricardo compró $\frac{3}{4}$ kg de pan.

Importante: Recordar a la clase que, si la o las últimas cifras decimales de un número son ceros, éstos se pueden suprimir.

En este caso 0,750= 0,75

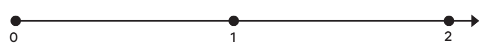
- Miguel: Ahhh, pero eso ya está listo, ya que $\frac{2}{5}$ = 0,4. Es decir, ubicar la fracción $\frac{2}{5}$ en la recta numérica, es lo mismo que ubicar el decimal 0,4 en la recta numérica.



- Antonia: Tienes razón, pero la duda que ahora tengo es cómo podríamos ubicar, en forma exacta, el decimal $1,\overline{3}$ en la recta numérica.

  Miguel: mmm...

Explica el procedimiento que deberían utilizar Antonia y Miguel y, a continuación, ubica el decimal $1,\overline{3}$ en la recta numérica.

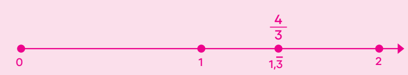


Solución

El procedimiento que deberían utilizar Antonia y Miguel sería el de transformar un decimal periódico a fracción. Así, se podrá ubicar en la recta numérica. Esto es:

$$1,\overline{3} = \frac{13-1}{9} = \frac{12}{3} \underset{:3}{\overset{:3}{=}} \boxed{\frac{4}{3}}$$

De esta manera, la fracción obtenida nos indica que cada entero lo debemos dividir en 3 partes iguales, y de éstas, considerar 4 partes.



Ficha 2: Adicción y sustracción de fracciones

OA: Conocimiento correspondiente al OA 6 de 6to año básico[2].

Errores frecuentes:

- No consideran que una fracción corresponde a un solo número y las operan como si numerador y denominador fueran números independientes.
- Al sumar o restar fracciones, sin importar la naturaleza de sus denominadores (iguales o distintos), operan los numeradores y los denominadores entre sí.
- Al sumar o restar fracciones de distinto denominador, confunden los procedimientos a utilizar, o bien, lo aplican de forma incorrecta.

[2] OA 6 – 6º básico: Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos.

Ficha 2

Ficha 2

Adición y sustracción de fracciones

OBJETIVO:
Resolver adiciones y sustracciones de fracciones.

RECORDAMOS

Para sumar y/o restar fracciones podemos utilizar diferentes estrategias, dependiendo de si sus denominadores son iguales o distintos.

Caso 1: Adición y sustracción de fracciones de igual denominador

Para ***sumar fracciones de igual denominador,*** se mantiene el denominador común y se suman sus numeradores.

Ejemplos

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{3+1+5}{2} = \underbrace{\frac{9}{2}}_{\text{Fracción impropia, la que se puede representar como número mixto.}} = 4\frac{1}{2}$$

Para ***restar fracciones de igual denominador,*** se mantiene el denominador común y se restan sus numeradores.

Ejemplos

$$\frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{7-2}{3} = \underbrace{\frac{5}{3}}_{\text{Fracción impropia, la que se puede representar como número mixto.}} = 1\frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{10} - \frac{5}{10} = \frac{7-5}{10} = \underbrace{\frac{2}{10}}_{\text{Simplificamos por 2}} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2:2}{10:2} = \frac{1}{5}$$

Información didáctica y/o conceptual

Es importante que a la clase le quede claro que para sumar o restar fracciones, en ningún caso se operan sus numeradores y denominadores entre sí. Es decir, ejemplos de cómo no deben resolverse estos casos, son los siguientes:

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5+5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad \textbf{¡ERROR!}$$

$$\frac{9}{7} - \frac{4}{6} = \frac{9-4}{7-6} = \frac{5}{1} = 5 \quad \textbf{¡ERROR!}$$

- Una ***fracción propia*** es aquella en la que ***el numerador es menor que el denominador.***
- Una ***fracción impropia*** es aquella en la que el ***numerador es mayor que el denominador.*** Ésta se puede expresar como ***número mixto.***
- Al sumar o restar fracciones (también al multiplicar o dividir), el número obtenido podría expresarse como fracción, como número decimal, como un número mixto o como un número entero. Esto dependerá de lo que se pide en cada ejercicio o del contexto de la situación problemática propuesta.

Caso 2: Adición y sustracción de fracciones de distinto denominador

Para ***sumar y restar fracciones de distinto denominador*** debemos obtener fracciones equivalentes a ellas, pero de igual denominador. Luego, operamos de igual manera que lo señalado en el caso 1. Para ello, se presentan las siguientes estrategias:

ESTRATEGIA 1: Fracciones con denominadores no múltiplos entre sí

Resolveremos $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$

1° Identificamos que los denominadores de las fracciones no sean múltiplos entre sí. Esto nos permitirá usar un procedimiento más directo.

Fracción $\frac{1}{4}$ Fracción $\frac{2}{3}$

Los denominadores 4 y 3 no son múltiplos entre sí, pues ninguno de ellos está contenido en forma exacta en el otro.

Un número es múltiplo de otro si alguno de ellos está contenido un número entero de veces en el otro, o bien, si alguno de ellos divide de forma exacta al otro.

2° Cada fracción la amplificamos por el denominador de la otra fracción, para que ambas fracciones sean fracciones equivalentes a las fracciones originales, pero con igual denominador.

Amplificamos la fracción $\frac{1}{4}$ por **3**

Amplificamos la fracción $\frac{2}{3}$ por **4**

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12}$$

Amplificar una fracción es multiplicar su numerador y denominador por el mismo número.

3° Resolvemos según corresponda. Como las fracciones equivalentes resultantes tienen igual denominador, se suman sus numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{3 + 8}{12} = \frac{11}{12}$$

Se suman los numeradores

Se mantiene denominador

EN RESUMEN

Para ***sumar y/o restar fracciones de distinto denominador y no múltiplos entre sí,*** amplificamos cada fracción por el denominador de la otra. Así, obtendremos fracciones equivalentes a las originales, pero con el mismo denominador. Luego, éstas se suman o restan manteniendo el denominador, y sumando y/o restando sus numeradores.

ESTRATEGIA 2: Fracciones con denominadores múltiplos entre sí

Resolveremos $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

1° Identificamos que uno los denominadores sea múltiplo del otro.

Fracción $\frac{3}{4}$ Fracción $\frac{1}{2}$

El denominador 4 es múltiplo del denominador 2.

2° La fracción que tiene el denominador menor la amplificamos por un factor (número) que permita que ésta quede con el mismo denominador de la otra fracción. Es decir:

$$\underbrace{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}_{\text{Amplificamos la fracción } \frac{1}{2}} = \frac{3}{4} + \underbrace{\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}}_{\text{Se amplifica la fracción } \frac{1}{2} \text{ por 2 para igualar los denominadores.}} = \left.\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right\} \text{Se igualaron los denominadores}$$

3° Resolvemos según corresponda. Como las fracciones equivalentes resultantes tienen igual denominador, se suman sus numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3+2}{4} = \frac{5}{4}$$

Se suman los numeradores

Se mantiene denominador

Información didáctica y/o conceptual

- Si a la clase le cuesta comprender el concepto de "múltiplo", podría anotarse en la pizarra algo como lo siguiente, pero haciendo participar en todo momento a las(os) estudiantes:

¿Cuáles son los múltiplos de 3?

Para obtener los múltiplos de 3, debemos multiplicar este número por 1, por 2, por 3, por 4, etc. Así, obtenemos que los múltiplos de 3 son:

3, 6, 9, 12, 15, 18,... En cada uno de estos múltiplos, el 3 está contenido una cantidad entera (o una cantidad exacta) de veces. Por ejemplo, el 15 es un múltiplo de 3, ya que 3 está contenido 5 veces en el 15. En cambio, el 7 no es un múltiplo de 3, pues el 3 no está contenido un número exacto de veces en el 7.

Estudiante

1° medio
Operatoria en el conjunto de los números enteros

EN RESUMEN

Para *sumar y/o restar fracciones de distinto denominador y múltiplos entre sí,* amplificamos la fracción que tiene el denominador menor por un número que iguale al denominador de la otra fracción, obteniendo fracciones equivalentes a las originales. Luego, se suman o restan manteniendo el denominador, y sumando y/o restando sus numeradores.

USO DEL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (mcm)

Dado lo siguiente: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6}$

Sumaremos y restaremos según corresponda, con una estrategia que nos permitirá sumar y/o restar más de dos fracciones, y con diferentes tipos de denominadores. Observemos qué pasos poder seguir.

1° Identificamos los denominadores de cada fracción.

Fracción $\frac{2}{3}$	Fracción $\frac{3}{4}$	Fracción $\frac{1}{6}$
Denominador 3	Denominador 4	Denominador 6

2° Calculamos el mínimo común múltiplo (mcm) entre los denominadores.

Del ejemplo: 3, 4 y 6

3	-	4	-	6	:	***2***
3	-	2	-	3	:	***2***
3	-	1	-	3	:	***3***
1				1		

mcm(3,4,6) = ***2 • 2 • 3*** = 12

mcm

- En una tabla se anotan primero, los números de los cuales se calculará el mcm. Del ejemplo: los números 3, 4 y 6.
- En la última columna se anotarán los números por cuales se dividirán. Del ejemplo: ir completando, según los números que dividan a 3, 4 y 6.
- Se comienza a dividir por 2, como no divide exactamente a 3, este "se baja" a la fila siguiente.
- Siempre el 1 en alguna columna, significa que no se continúa dividiendo.
- Luego, el mcm resulta del producto de todos los números de la última columna. Del ejemplo:

2 • 2 • 3 = 12. Luego el mcm es 12.

13

Información didáctica y/o conceptual

- Que el mínimo común múltiplo entre 3,4 y 6 sea el número 12, significa que cada uno de estos tres números está contenido un número exacto de veces en el 12, y este número es el que finalmente será el denominador común de las tres fracciones que se están sumando/restando. Así, éste se mantendrá y solo se tendrán que sumar y/o restar los respectivos numeradores.

- Una vez que los estudiantes adquieran y comprendan correctamente este procedimiento, se espera que los estudiantes lo hagan de forma directa, sin amplificar numerador y denominador en un paso extra, sino que centrarse en el número por el cuál hay que multiplicar el numerador.

  Ejemplo:

  $$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$$

  Paso 1: Encontrar el mcm. En este caso mcm(4,2) = 4.

  Paso 2: Encontrar el número por el que hay que multiplicar el numerador, en la primera fracción y por separado en la segunda fracción.

  Paso 3: Desarrollar las operaciones del numerador y mantener el denominador común.

  $$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1 + 1 \cdot 2}{4} = \frac{3+2}{4} = \frac{5}{4}$$

3° Amplificamos cada fracción por aquel número que, al multiplicar cada denominador, de como resultado el valor del mcm, y así obtener fracciones equivalentes de igual denominador.

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}+\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}-\frac{1\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}-\frac{2}{12}$$

Amplificamos la fracción $\frac{1}{6}$ por 2, y se obtiene su fracción equivalente $\frac{2}{12}$

Amplificamos la fracción $\frac{3}{4}$ por 3, y se obtiene su fracción equivalente $\frac{9}{12}$

Amplificamos la fracción $\frac{2}{3}$ por 4, y se obtiene su fracción equivalente $\frac{8}{12}$

4° Resolvemos según corresponda.
Como las fracciones equivalentes resultantes tienen igual denominador, se suman o restan sus numeradores y se mantiene el denominador. El resultado se expresa en su forma irreductible.

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}+\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}-\frac{1\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}-\frac{2}{12}=\frac{8+9-2}{12}=\frac{15}{12}=\boxed{\frac{5}{4}}$$

Se suman los numeradores

Se mantiene el denominador

Se simplifica esta fracción por 3

PRÁCTICA

I. Resuelve y expresa el resultado en su fracción irreductible:

a) $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=$

b) $\frac{4}{3}+\frac{10}{3}=$

c) $\frac{5}{2}+\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=$

d) $\frac{12}{5}-\frac{8}{5}=$

e) $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}=$

f) $\frac{4}{9}+\frac{1}{9}+\frac{3}{9}=$

Solución

I.

a) $\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}$

b) $\frac{4+10}{3}=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$

c) $\frac{5+1+7}{2}=\frac{13}{2}=6\frac{1}{2}$

d) $\frac{12-8}{5}=\frac{4}{5}$

e) $\frac{7-5}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

f) $\frac{4+1-3}{9}=\frac{2}{9}$

Estudiante

1° medio
Operatoria en el conjunto de los números enteros

II. Calcula las siguientes adiciones y sustracciones de fracciones:

a) $\frac{5}{4} + \frac{1}{3} =$

b) $\frac{9}{5} - \frac{3}{4} =$

c) $\frac{7}{2} - \frac{7}{3} =$

d) $\frac{3}{7} + \frac{2}{9} =$

e) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8} =$

f) $\frac{3}{2} - \frac{1}{4} =$

g) $\frac{31}{12} - \frac{7}{3} =$

h) $\frac{11}{24} + \frac{5}{6} =$

III. Mediante el uso del mínimo común múltiplo, resuelve los siguientes ejercicios:

a) $\frac{1}{3} + \frac{3}{12} + \frac{5}{2} =$

b) $\frac{3}{4} - \frac{2}{7} + \frac{1}{6} =$

c) $3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} - \frac{1}{8} =$

d) $\frac{6}{12} + \frac{3}{8} - \frac{3}{10} - \frac{1}{6} =$

15

Solución

II.

a) $\frac{15}{12} + \frac{4}{12} = \frac{15+4}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$

b) $\frac{36}{20} - \frac{15}{20} = \frac{36-15}{20} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$

c) $\frac{21}{6} - \frac{14}{6} = \frac{21-14}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

d) $\frac{27}{63} + \frac{14}{63} = \frac{27+14}{63} = \frac{41}{63}$

e) $\frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{6+1}{8} = \frac{7}{8}$

f) $\frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{6-1}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

g) $\frac{31}{12} - \frac{28}{12} = \frac{31-28}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

h) $\frac{11}{24} + \frac{20}{24} = \frac{11+20}{24} = \frac{31}{24}$

Solución

II.

a) $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{30}{12} = \frac{4+3+30}{12} = \frac{37}{12} = 3\frac{1}{12}$

b) $\frac{63}{84} - \frac{24}{84} + \frac{14}{84} = \frac{63-24+14}{84} = \frac{53}{84}$

c) $\frac{7}{2} + \frac{8}{2} - \frac{1}{8} = \frac{84}{24} + \frac{64}{24} - \frac{3}{24} = \frac{84+64-3}{24} = \frac{145}{24} = 6\frac{1}{24}$

d) $\frac{60}{120} + \frac{45}{120} - \frac{36}{120} - \frac{20}{120} = \frac{60+45-36-20}{120} = \frac{49}{120}$

Estudiante

1° medio
Operatoria en el conjunto de los números enteros

DESAFÍO

Junto a tu compañera(o), resuelvan las siguientes situaciones:

a) Marcelo desarrolla la siguiente adición: $3\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4}$

$$
\begin{aligned}
3\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4} &= \frac{6}{5} + \frac{6}{4} \\
&= \frac{6}{5} + \frac{3}{2} \\
&= \frac{12}{10} + \frac{15}{10} \\
&= \frac{27}{20} \\
&= 1\frac{7}{20}
\end{aligned}
$$

Analicen su desarrollo y verifiquen si está correcto. Si presenta algún error, expliquen dónde lo cometió y reescriban el desarrollo de forma correcta.

Desarrollo correcto:

$3\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4} =$

b) Se presenta el ejercicio:

$\frac{5}{6} + \frac{11}{12} - \frac{3}{4} =$

¿Qué estrategia es la que consideran la más eficiente o, dicho en otras palabras, la que permite un cálculo más directo para resolverlo? Argumenten su respuesta y luego realicen el respectivo desarrollo.

16

Información didáctica y/o conceptual

- El desarrollo del ejercicio presenta dos errores; el primero está al expresar los números mixtos en fracción, pues en vez de multiplicar cada número entero por su respectivo denominador, se multiplicaron por su numerador.

- El segundo error está al sumar las dos fracciones de igual denominador, ya que se sumaron los numeradores y denominadores entre sí, en vez de sólo conservar el denominador común.

$$
\begin{aligned}
3\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4} &= \frac{17}{5} + \frac{11}{4} \\
&= \frac{68}{20} + \frac{55}{20} \\
&= \frac{68 + 55}{20} \\
&= \frac{123}{20} \\
&= 6\frac{3}{20}
\end{aligned}
$$

Solución

- Podemos identificar que el número 12 es el mínimo común múltiplo entre los otros dos. Esto significa que tanto el 6 como el 4 están contenidos en forma exacta en el 12, lo que se traduce en que las respectivas fracciones equivalentes tendrán como denominador común el número 12. Así, solo tendremos que sumar y restar los respectivos numeradores para resolver este ejercicio.

DESARROLLO:

$\frac{5}{6} + \frac{11}{12} - \frac{3}{4} =$

c) Jazmín tiene dos envases de alcohol farmacéutico para realizar un experimento. El envase A tiene $1\frac{3}{4}$ de litro de alcohol, mientras que el envase B (misma forma y tamaño que A), tiene $2\frac{1}{2}$ de litro de alcohol. Si para su experimento Jazmín necesita $3\frac{1}{3}$ de litro de alcohol, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera? Realicen los respectivos cálculos en el espacio asignado para ello y respondan la pregunta.

Proposición 1	Proposición 2
Aún le falta $\frac{11}{12}$ de litro de alcohol	Le sobra $\frac{11}{12}$ de litro de alcohol

Desarrollo:

Respuesta:

Solución

$$\boxed{\frac{10}{12} + \frac{11}{12} - \frac{9}{12} = \frac{10+11-9}{12} = \frac{12}{12} = 1}$$

Solución

Envase A $\longrightarrow 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

Envase B $\longrightarrow 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$$\frac{7}{4} + \frac{5}{2} = \frac{7}{4} + \frac{10}{4} = \frac{7+10}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$$

Luego, como al sumar el contenido de ambos envases se obtienen más de 4 litros de alcohol, y Jazmín solo necesita poco más de 3 litros, entonces le sobra alcohol. Para determinar cuánto es lo que sobra, debemos hacer la diferencia entre la suma obtenida y la cantidad de alcohol que se necesita para el experimento. Esto es:

$$4\frac{1}{4} - 3\frac{1}{3} = \frac{17}{4} - \frac{10}{3} = \frac{51}{12} - \frac{40}{12} = \frac{51-40}{12} = \frac{11}{12}$$

Como a Jazmín le sobran $\frac{11}{12}$ de litro de alcohol, entonces la ***proposición 2*** es la proposición verdadera.

Ficha 3: Multiplicación y división de números decimales, fracciones y números enteros

OA:Conocimientos correspondientes al OA 2 de 7mo básico[3] y al OA 1 de 8vo básico[4] .

Errores frecuentes:

- Confunden o no aplican correctamente los procedimientos para dividir o multiplicar números decimales.
- Al dividir fracciones operan mecánicamente, invirtiendo el dividendo en vez del divisor, o bien, invirtiendo ambas fracciones.
- Confunden los procedimientos para multiplicar o dividir fracciones.
- No aplican la regla de los signos al multiplicar o dividir un número entero con una fracción, o fracciones entre sí, o entre un número entero y un número decimal.

[3] OA 2 – 7° básico: Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas: Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales.

[4] OA 1 – 8° básico: Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros: Representándolos de manera concreta, pictórica y simbólica. Aplicando procedimientos utilizados en la multiplicación y división de números naturales. Aplicando la regla de los signos de la operación. Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.

Ficha 3

Estudiante
1° medio
Operatoria en el conjunto de los números enteros

Ficha 3

Multiplicación y división de números decimales, fracciones y números enteros

OBJETIVO:
Resolver multiplicaciones y divisiones que involucren números decimales, fracciones y números enteros.

RECORDAMOS

Es importante tener presente que:

Los **números enteros** están conformados por los números enteros negativos, el cero y los números enteros positivos.

Ejemplos:
−38, −21, −1, 0, 2, 10

Los **números decimales** se escriben con una parte entera y otra decimal, ambas separadas por una coma. Los decimales que conocemos hasta 8° básico se clasifican en decimales finitos y decimales infinitos (periódicos y semiperiódicos). Los números decimales pueden también ser positivos y negativos.

Ejemplos:
$-1{,}25 \longrightarrow$ decimal finito
$0{,}7\overline{36} \longrightarrow$ decimal infinito semiperiódico

Los números decimales pueden escribirse como fracción, según lo señalado en la ficha 4 de este set.

Las fracciones se representan por la expresión $\frac{a}{b}$, donde ***a*** y ***b*** son números enteros, con ***b ≠ 0. a*** se denomina numerador y ***b*** denominador.

18

Información didáctica y/o conceptual

Se recomienda mostrar a la clase la clasificación de los números decimales mediante el esquema que aparece en la ficha 4, recordando que cada tipo de decimal es posible representarlo en forma de fracción, usando para ello el respectivo procedimiento.

Las fracciones pueden escribirse como números decimales, según lo señalado en la ficha 4 de este set.

La presente ficha tiene por objetivo que recordemos cómo multiplicar y dividir números decimales, fracciones y números enteros entre sí, por lo que a continuación se presentarán estas dos operaciones mediante el desarrollo de algunos ejemplos.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ESCRITOS COMO NÚMERO DECIMAL

Expresamos los factores en su forma decimal de ser necesario. Luego multiplicamos los factores como si fueran números enteros, y la coma se ubica en el producto, contando de derecha a izquierda tantas cifras decimales como cifras decimales sumen entre los factores.

Observemos los diferentes procedimientos:

EJEMPLOS

a) ¿Cuál es el producto entre −8 y -0,14?

$$-8 \cdot \underbrace{(-0{,}14)}_{\text{2 cifras decimales}} \longrightarrow -8 \cdot \underbrace{(-14)}_{\substack{\text{-0,14 se expresa como un}\\ \text{número entero, } \textbf{\textit{sin considerar la coma}}}}=112 \longrightarrow -8\cdot(-0{,}14) = \underbrace{\mathbf{1{,}12}}_{\substack{\text{2 cifras decimales de}\\ \text{derecha a izquierda}}}$$

El producto es positivo, ya que se multiplican dos números de igual signo.

b) ¿Cuál es el producto entre 2,41 y 1,5?

$$\underbrace{2{,}41}_{\text{2 cifras decimales}} \cdot \underbrace{1{,}5}_{\text{1 cifra decima}} \longrightarrow \underbrace{241 \cdot 15}_{\substack{\text{Se expresan ambos factores como un}\\ \text{número entero } \textbf{\textit{sin considerar la coma}}}} \longrightarrow 2\,4\,1 \cdot 1\,5 \longrightarrow 2{,}41 \cdot 1{,}5 = \underbrace{\mathbf{3{,}615}}_{\substack{\text{3 cifras decimales,}\\ \text{de derecha a izquierda.}}}$$

Multiplicamos ambos números

$$\begin{array}{r} 241 \cdot 15 \\ \hline 1205 \\ +241- \\ \hline \underbrace{615}_{\text{3 cifras decimales}} \end{array}$$

3615

Se suman las 2 cifras y 1 cifra de los factores.

El producto es positivo, ya qu se multiplican números de igu signo.

Información didáctica y/o conceptual

- La clase debe tener claro que todo número entero se puede representar como un número decimal y como una fracción. En este caso, por ejemplo, se tiene:

  $$-8=-8{,}0000...=-\frac{8}{1}$$

  Y la utilización de alguna de estas representaciones dependerá del cálculo que se necesite realizar.

- Recordar también que las reglas de los signos utilizadas para multiplicar y dividir números enteros, son las mismas que se utilizan para multiplicar o dividir números decimales o fracciones entre sí.

c) ¿Cuál es el producto entre $-\frac{1}{4}$ y 1,51?

El producto es negativo, ya que se multiplican dos números de distinto signo.

$$\underbrace{-\frac{1}{4}}_{\text{Se expresa la fracción, como número decimal.}} \cdot 1{,}51 \rightarrow \underbrace{-0{,}25}_{\text{2 cifras decimales}} \cdot \underbrace{1{,}51}_{\text{2 cifras decimales}} \rightarrow \underbrace{-25 \cdot 151}_{\text{Se expresan ambos factores como un número entero sin considerar la coma}} \rightarrow \underbrace{-25 \cdot 151}_{\text{Multiplicamos ambos números}} \rightarrow -0{,}25 \cdot 1{,}51 = \underbrace{-0{,}3775}_{\text{4 cifras decimales, de derecha a izquierda.}}$$

$\frac{1}{4} = 0{,}25$

$$\begin{array}{r} 151 \cdot 25 \\ 755 \\ +302- \\ \hline \underbrace{3775}_{\text{4 cifras decimales}} \end{array}$$

Se suman las 2 cifras y 2 cifras de los factores.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ESCRITOS COMO FRACCIÓN

Multiplicamos los factores transformándolos en su expresión fraccionaria, multiplicando numeradores y denominadores entre sí, simplificando cuando sea posible. Luego, el producto puede ser expresado como decimal o como fracción.

Observemos los distintos procedimientos:

EJEMPLOS

a) ¿Cuál es el producto entre $\frac{3}{4}$ y $\frac{28}{20}$?

$$\frac{3}{4} \cdot \underbrace{\frac{28}{20}}_{\text{Simplificamos la fracción } \frac{28}{20} \text{ por 4}} = \underbrace{\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}}_{\text{Multiplicamos numeradores y denominadores entre sí.}} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20} = 1\ \frac{1}{20}$$

$\frac{28 : 4}{20 : 4} = \frac{7}{5}$

El producto es positivo, ya que se multiplican dos números de igual signo. Y en este caso, se puede expresar como número mixto.

b) ¿Cuál es el producto entre $0,\overline{3}$ y -5?

$$\underbrace{0,\overline{3} \cdot -5} \quad \underbrace{\frac{3}{9}} \cdot \underbrace{\frac{-5}{1}} = \underbrace{\frac{1}{3}} \cdot \frac{-5}{1} \underbrace{\frac{1 \cdot (-5)}{3 \cdot 1}} = - \underbrace{\frac{5}{3} = -1.\overline{6}}$$

- Transformar en su expresión fraccionaria
- Decimal periódico, expresado como fracción
- Número entero expresado como fracción
- Simplificamos la fracción $\frac{3}{9}$
- Multiplicamos numeradores entre sí. Multiplicamos denominadores entre sí.
- Expresamos en su representación fraccionaria y decimal

El producto es negativo, ya que se multiplican dos números de distinto signo. Y en este caso lo podemos dejar expresado como número decimal.

c) ¿Cuál es el producto entre $1,\overline{1}$ y 1,2 ?

$$\underbrace{1,\overline{1} \cdot 1,2} \quad \underbrace{\frac{10}{9}} \cdot \underbrace{\frac{12}{10}} = \underbrace{\frac{10}{9}} \cdot \frac{6}{5} = \underbrace{\frac{10 \cdot 6}{9 \cdot 5}} = \underbrace{\frac{10 \cdot 6}{5 \cdot 9}} = \underbrace{\frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

- Transformar en su expresión fraccionaria cada factor
- Decimal periódico, expresado como fracción: $1,\overline{1} = \frac{11-1}{9} = \frac{10}{9}$
- Decimal finito expresado como fracción: $1,2 = \frac{12}{10}$
- Simplificamos la fracción $\frac{12}{10}$ por 2: $\frac{12:2}{10:2} = \frac{6}{5}$
- Escribimos en el numerador los factores que se multiplican entre sí. Escribimos en el denominador los factores que se multiplican entre sí, y aplicamos la propiedad conmutativa, es decir: $9 \cdot 5 = 5 \cdot 9$
- Simplificamos por 5, el 10 (numerador) y el 5 (denominador). Simplificamos por 3, el 6(numerador) y el 9 (denominador).
- Multiplicamos numeradores entre sí. Multiplicamos denominadores entre sí.

El producto es positivo, ya que se multiplican dos números de igual signo. Y en este caso, se puede expresar como número mixto.

Errores frecuentes de las(os) estudiantes

- Al momento de operar con decimales periódicos o semiperiódicos, lo escriben y operan como si fuesen decimales finitos. Un ejemplo es cuando se quiere encontrar el producto entre $0,\overline{3}$ y -5, y ellas(os) calculan $0,\overline{3} \cdot (-5)$, perdiendo las infinitas cifras decimales que tiene el primer factor. Entonces, en estas situaciones, la o el docente debe dejar en claro que en toda situación en que se necesite operar con decimales periódicos o semiperiódicos, será necesario expresarlos en su forma fraccionaria a través de los respectivos procedimientos.

DIVISIÓN DE NÚMEROS ESCRITOS COMO FRACCIÓN

En una división se tienen los siguientes elementos:

$$\underset{\text{Dividendo}}{12} : \underset{\text{Divisor}}{4} = \underset{\text{Cociente}}{3}$$

Residuo → 0//

Además, es importante recordar que el **inverso multiplicativo** de un número cualquiera A, corresponde al número que multiplicado por el número cualquiera A, su resultado es 1. Es decir: el inverso multiplicativo de $\frac{5}{8}$ es $\frac{8}{5}$ ya que, al multiplicarlos, su resultado es 1.

Esto es: $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} = \frac{40}{40} = 1$

Ejemplos

a) Número: $\frac{10}{7}$ Inverso multiplicativo: $\frac{7}{10}$

Se tiene: $\frac{7}{10} \cdot \frac{10}{7} = \frac{70}{70} = 1$

b) Número: 5 Inverso multiplicativo: $\frac{1}{5}$

Se tiene: $\frac{5}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$

Al igual que en la multiplicación, revisaremos algunas situaciones relacionadas con la división, en las cuales entregaremos herramientas desde la operatoria, con ejemplos que nos permitan visualizar este trabajo.

Para dividir números que estén escritos como fracción, aplicamos la siguiente regla: "multiplicamos el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor".

Información didáctica y/o conceptual

De forma más técnica, si al multiplicar dos números se obtiene el neutro multiplicativo (el 1), entonces estos números son inversos multiplicativos (o recíprocos) entre sí.

EJEMPLOS

a) Dividendo ⟵ $\frac{1}{4}$

Divisor ⟵ $\frac{2}{3}$

$$\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

Inverso multiplicativo del divisor $\frac{2}{3}$ corresponde a $\frac{3}{2}$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

Multiplicamos numeradores y denominadores entre sí.

b) Dividendo ⟵ $\frac{5}{8}$

Divisor ⟵ 12

$$\frac{5}{8} : 12 = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{12} = \frac{5 \cdot 1}{8 \cdot 12} = \frac{5}{96}$$

Inverso multiplicativo del divisor $12 = \frac{12}{1}$ corresponde a $\frac{1}{12}$

$$\frac{12}{1} \cdot \frac{1}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

Multiplicamos numeradores y denominadores entre sí.

DIVISIÓN DE NÚMEROS ESCRITOS COMO NÚMERO DECIMAL

Para dividir números que estén escritos como decimal, podemos seguir lo siguientes pasos:

1° Multiplicamos el dividendo y divisor por una potencia de 10, la que posea tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor.

2° Calculamos el cociente de igual forma como lo hacemos con los números naturales. Debemos tener especial cuidado con la coma.

Información didáctica y/o conceptual

- Dada una división entre números decimales, ¿cómo saber por cuál potencia de 10 se deben amplificar el dividendo y el divisor?

- Es muy importante dejar esto aclarado a la clase para que no tengan mayores dificultades a la hora de enfrentarse a este tipo de ejercicios. La respuesta es que, dada una división en donde el divisor es un decimal, éste es el que nos indicará la potencia de 10 por la que debe amplificarse el dividendo y el divisor respectivo. Esto es, si el divisor tiene solo una cifra decimal, entonces se deberá amplificar (tanto el dividendo como el divisor) por una potencia de 10 que tenga un solo cero, es decir, por 10. De la misma forma, si el divisor tiene dos cifras decimales, entonces se deberá amplificar (tanto el dividendo como el divisor) por una potencia de 10 que tenga dos ceros, es decir, por 100, y así sucesivamente.

EJEMPLOS

a) ¿Cuál es el cociente entre 6,96 y 1,2?

Dividendo Divisor

6,96 : 1,2 ⟶ 6,96 : 1,2 ⟶ (6,96 • **10**) : (1,2 • **10**) ⟶ 69,6 : 12 = **5,8**

El divisor tiene 1 cifra decimal, por lo tanto, se multiplicará por 10 ambos términos de la división

Al multiplicar 6,96 • 10, la coma decimal se "traslada" una cifra a la derecha. Es decir:

6,96 • 10 = 69,6

Al multiplicar 1,2 • 10, la coma decimal se "traslada" una cifra a la derecha. Es decir:

1,2 • 10 = 12

Se divide procurando especial cuidado con la coma en el dividendo.

69,6 : 12 = 5,8
- 60
96
-96
0

b) ¿Cuál es el cociente entre 30,125 y 2,41?

Dividendo Divisor

30,125 : 2,41 → 30,125 : 2,41 → (30,125 • **100**) : (2,41 • **100**) → 3012,5 : 241 → 3012,5 : 241 = **12,5**

El divisor tiene 2 cifras decimales, por lo tanto, se multiplicará por 100 ambos términos de la división

Al multiplicar 30,125 • 100, la coma decimal se "traslada" 2 cifras a la derecha. Es decir:

30,125 • 100 = 3012,5

Al multiplicar 2,41 • 100, la coma decimal se "traslada" 2 cifras a la derecha. Es decir:

2,41 • 100 = 241

Se divide procurando especial cuidado con la coma en el dividendo.

3012,5 : 241 = 12,5
-241
0602
-482
1205
-1205
0

Estudiante

1° medio
Operatoria en el conjunto de los números enteros

PRÁCTICA

I. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a) $0{,}42 \cdot (-6)$

b) $-51{,}24 \cdot 0{,}3$

c) $-\frac{2}{5} \cdot (-0{,}125)$

d) $0{,}1\overline{3} \cdot 1{,}\overline{2}$

II. Resuelve las siguientes divisiones:

a) $\frac{6}{5} : \frac{10}{12}$

b) $2{,}877 \cdot 2{,}1$

c) $2{,}\overline{5} : 0{,}\overline{4}$

d) $85{,}4352 \cdot 1{,}36$

DESAFÍO

En un ensayo de una prueba para ingresar a una determinada universidad, estaba el siguiente ejercicio:

$(2{,}5 \cdot 0{,}\overline{6}) \cdot 1{,}\overline{6}$

Tomás, quien estaba resolviendo este ensayo, obtuvo como resultado el número 0. ¿Habrá estado en lo correcto?

Realiza el desarrollo del ejercicio y comprueba lo obtenido por Tomás.

25

Solución

I.

a) $\rightarrow 42\cdot(-6)=-252 \rightarrow 0{,}42\cdot(-6)=\boxed{2{,}52}$

b) $\rightarrow -51{,}24\cdot 3=-153{,}72 \rightarrow -51{,}24\cdot 0{,}3=\boxed{15{,}372}$

c) $-\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{125}{1000}\right)=-\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{-2\cdot(-1)}{5\cdot 8}=\frac{2}{40}=\frac{1}{20}=\boxed{0{,}05}$

d) $-\frac{13-1}{90}\cdot\frac{12-1}{9}=\frac{12}{90}\cdot\frac{11}{9}=\frac{12\cdot 11}{90\cdot 9}=\frac{6\cdot 11}{45\cdot 9}=\frac{2\cdot 11}{45\cdot 3}=\frac{22}{135}\approx\boxed{0{,}163}$

II.

a) $\frac{6}{5}:\frac{10}{12}=\frac{6}{5}\cdot\frac{12}{10}=\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{5}=\frac{6\cdot 6}{5\cdot 5}=\boxed{\frac{36}{25}}$

b) $(2{,}877\cdot 10):(2{,}1\cdot 10)=28{,}77:21=\boxed{1{,}37}$

c) $\frac{25-2}{9}:\frac{4}{9}=\frac{23}{9}\cdot\frac{9}{4}=\frac{23\cdot 9}{9\cdot 4}=\boxed{\frac{9}{4}=5{,}75}$

d) $(85{,}4352\cdot 100):(1{,}36\cdot 100)=8543{,}52:136=\boxed{62{,}82}$

Gestión pedagógica

$$\begin{aligned}(2{,}5\cdot 0{,}\overline{6}):1{,}\overline{6} &= \left(\frac{25}{10}\cdot\frac{6}{9}\right):\frac{16-1}{9}\\ &= \left(\frac{5}{2}\cdot\frac{2}{3}\right):\frac{15}{9}\\ &= \left(\frac{5\cdot 2}{2\cdot 3}\right):\frac{5}{3}\\ &= \frac{5}{3}\cdot\frac{3}{5}\\ &= \frac{5\cdot 3}{3\cdot 5}=\frac{15}{15}=\mathbf{1}\end{aligned}$$

Por lo tanto, Tomás se equivocó en el desarrollo de este ejercicio.

- Es importante aclarar a la clase de que este no necesariamente es el único camino para llegar a la solución de este ejercicio, pero que el resultado que se debe obtener es único y es 1 en este caso.
- Se recomienda recordar que cuando se tiene la división de un número por sí mismo, su cociente será 1, sean estos números decimales, fracciones o números enteros. Se hace referencia a esto dado que algún estudiante podría haber escrito, en alguna parte de su desarrollo, $\frac{5}{3} : \frac{5}{3}$, lo que inmediatamente resulta 1.

ACERCÁNDONOS A 1° MEDIO

Para el trabajo de 1° año medio, los objetivos tienen relación con resolver las cuatro operaciones básicas de la Matemática entre los diferentes tipos de números que hemos ido recordando. Es decir, operar con números enteros, números decimales y fracciones.

Observa atentamente cómo resolveremos el siguiente ejercicio:

$$\left(0{,}25 + \frac{3}{7}\right) : (1{,}\overline{4} - 0{,}6) : \frac{5}{8}$$

$$= \left(0{,}25 + \frac{3}{7}\right) : (1{,}\overline{4} - 0{,}6) : \frac{5}{8}$$

Se expresan los números decimales, como fracción. Los decimales 0,25 y 0,6 corresponde a decimales finitos.

$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

El decimal $1{,}\overline{4}$ corresponde a decimal infinito periódico.

$1{,}\overline{4} = \frac{14-1}{9} = \frac{13}{9}$

$$= \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{7}\right) : \left(\frac{13}{9} - \frac{3}{5}\right) : \frac{5}{8}$$

Se resuelven los paréntesis: $\frac{1}{4} + \frac{3}{7}$ y $\frac{13}{9} - \frac{3}{5}$

Como sus denominadores no son múltiplos entre sí, se aplica la estrategia de amplificar cada fracciónpor el denominador de la otra fracción.

$$= \left(\frac{1 \cdot 7}{4 \cdot 7} + \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 4}\right) : \left(\frac{13 \cdot 5}{9 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 9}\right) : \frac{5}{8}$$

Se resuelven las amplificaciones de las sumas y restas, resultando fracciones equivalentes a las originales, con igual denominador.

$$= \left(\frac{7}{28} + \frac{12}{28}\right) : \left(\frac{65}{45} - \frac{27}{45}\right) : \frac{5}{8}$$

Se comienza a sumar y restar las expresiones resultantes.

$$= \left(\frac{7 + 12}{28}\right) : \left(\frac{65 - 27}{45}\right) : \frac{5}{8}$$

Se suma y resta las expresiones entre los paréntesis, sumando o restando sus numeradores, y manteniendo el denominador.

$$= \left(\frac{19}{28}\right) : \left(\frac{38}{45}\right) : \frac{5}{8}$$

Se resuelve de izquierda a derecha. Por lo tanto, primero se divide:

$\left(\frac{19}{28}\right) : \left(\frac{38}{45}\right) = \frac{19}{28} \cdot \frac{45}{38}$

$$= \frac{19}{28} \cdot \frac{45}{38} : \frac{5}{8}$$

Se simplifica el 19 con el 38, en la $\frac{19}{28} \cdot \frac{45}{38}$, resultando 1 y 2, respectivamente.

Luego: $\frac{19}{28} \cdot \frac{45}{38} = \frac{1}{28} \cdot \frac{45}{2}$

$$= \frac{1}{28} \cdot \frac{45}{2} : \frac{5}{8}$$

Se resuelve: $\frac{1}{28} \cdot \frac{45}{2} = \frac{45}{56}$

$$= \frac{45}{56} : \frac{5}{8}$$

Se divide: $\frac{45}{56} : \frac{5}{8} = \frac{45}{56} \cdot \frac{8}{5}$

$$= \frac{45}{56} \cdot \frac{8}{5}$$

Se simplifica el 45 con el 5, y, el 8 con el 56. Resultando:

$\frac{9}{7} \cdot \frac{1}{1}$

$$= \frac{9}{7} \cdot \frac{1}{1}$$

Se multiplica según corresponda:

$\frac{9}{7} \cdot \frac{1}{1} = \frac{9 \cdot 1}{7 \cdot 1} = \frac{9}{7}$

$$= \frac{9}{7}$$

Información didáctica y/o conceptual

- Las(os) estudiantes deben comprender que este tipo de ejercicio no es muy distinto a los que ya se abordaron anteriormente, y que, por lo tanto, deben aplicar las mismas reglas y procedimientos utilizados, recordando siempre la prioridad de las operaciones; que frente a operaciones de igual prioridad (como la adición con la sustracción y la multiplicación con la división), si no están separadas por paréntesis, simplemente se debe resolver el ejercicio de izquierda a derecha.

AHORA TÚ

$$\left(\frac{3}{8} + 3{,}\overline{7} : \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{5}{8} - 0{,}41\overline{6}$$

Información didáctica y/o conceptual

- Si bien éste es un ejercicio que a primera vista parece ser complejo, es aconsejable reiterarle a la clase que lo que se necesita para resolverlo, ya lo han realizado antes. Darles la confianza diciéndole que ellas(os) son capaces de resolver este tipo de ejercicios y de que es normal que se equivoquen, pero que lo importante es aprender de esos errores y así avanzar.

- Pueden intentar resolver este ejercicio en parejas o en forma grupal; hacer correcciones en la pizarra si es necesario, dar espacio a una plenaria que permita conocer los distintos procedimientos usados por las(os) estudiantes, que argumenten y que aprendan de ellas(os) mismas(os).

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

DEG

División Educación General

ESCUELAS ARRIBA

Que todos los niños aprendan

OA 1 - 1° Medio

Actividades de apoyo 1° Medio

Guía para docentes

Operatoria en el conjunto de los números enteros

FICHA N°1

FICHA N°2

FICHA N°3