4º medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Semana 11
Clase 42

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

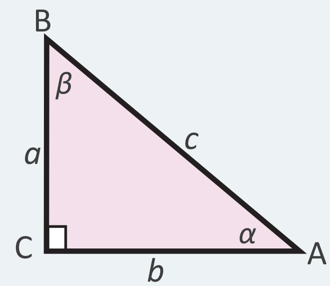
El objetivo de esta clase es recordar el concepto de razones trigonométricas y analizar el comportamiento gráfico de estas relaciones trigonométricas.

OA 3

Trascribe esta guía en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase. Necesitarás el Texto del estudiante y el Cuaderno de actividades. De igual manera, al final de este documento se adjuntan las páginas necesarias de ambos libros, para que puedas desarrollar esta guía.

- **Recordemos que:**

En un triángulo rectángulo, las **razones trigonométricas** son relaciones entre las longitudes de sus lados que se establecen con respecto a sus ángulos agudos.



En el triángulo ABC se definen las siguientes razones con respecto al ángulo α:

- **Seno de α:** denotada por $sen(\alpha)$, es la razón entre el cateto opuesto α y la hipotenusa c: $sen(\alpha) = \frac{a}{c}$.

- **Coseno de α**: denotada por $cos(\alpha)$, es la razón entre el cateto adyacente b y la hipotenusa c: $cos(\alpha) = \frac{b}{c}$.

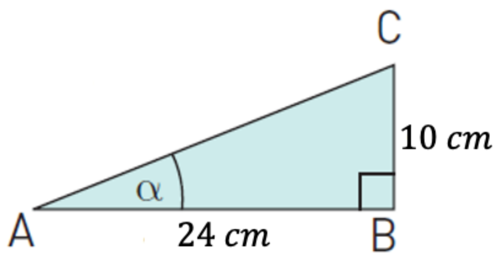
- **Tangente de α**: denotada por $tg(\alpha)$, es la razón entre el cateto opuesto a y el cateto adyacente b: $tg(\alpha) = \frac{a}{b}$.

Desarrollo

Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1:

Observa el triángulo. Luego, responde.



sen(α) =

cos(α) =

tg(α) =

Muchos de los problemas de aplicación de trigonometría tienen que ver con la resolución de un triángulo rectángulo, es decir, con determinar la longitud de sus lados y las medidas de sus ángulos, a partir de algunos datos.

Para resolver estos problemas, se pueden considerar los siguientes pasos:

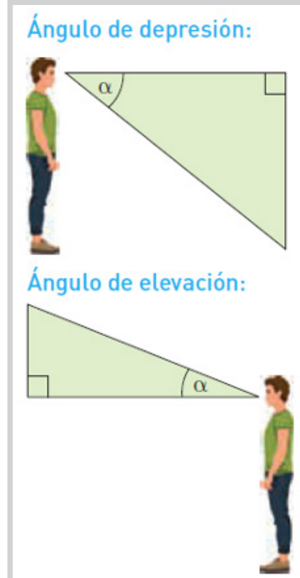
- Esbozar un triángulo que represente la situación.
- Aplicar el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas de 30°,45° y 60°.
- Utilizar una calculadora para determinar razones trigonométricas de otros ángulos o sus relaciones inversas.

Utilizando la definición de las razones trigonométricas, es posible obtener los valores correspondientes para ciertos ángulos, tales como 30°, 45° y 60°.

$sen(30°) = \frac{1}{2} = 0,5$	$sen(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71$	$sen(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$
$cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$	$cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71$	$cos(60°) = \frac{1}{2} = 0,5$
$tg(30°) = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,58$	$tg(45°) = 1$	$tg(60°) = \sqrt{3} \approx 1,73$

Actividad 2:
Resuelva los siguientes problemas.

a) La longitud del hilo que sujeta un volantín es de 18 m y el ángulo que forma este respecto al suelo es de 30°. ¿A qué altura está el volantín?



Actividad 3:
Para transformar ángulos en grados sexagesimales a radianes podemos realizar el siguiente procedimiento.

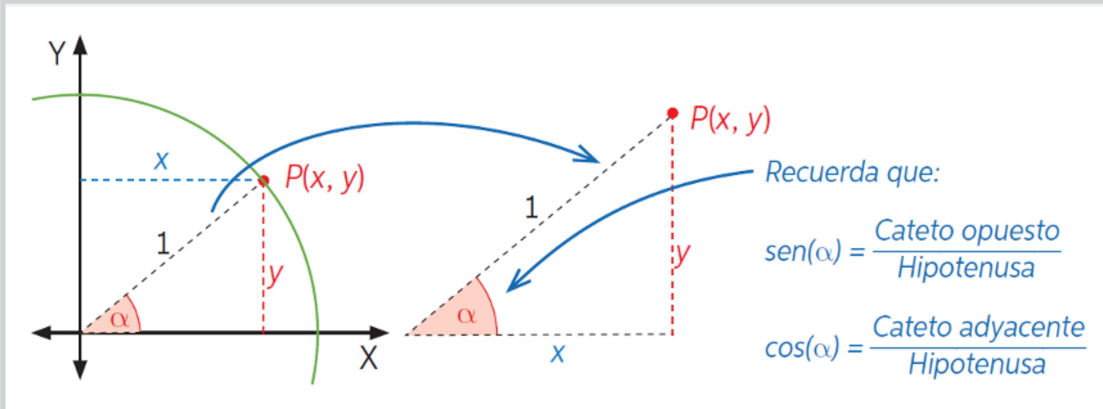
Ejemplo: 135° a radianes
Sabemos que $\pi\,(rad) = 180°$
entonces $x\,(rad) = 135°$
aplicando proporción directa se obtiene que: $x = \frac{135\pi}{180} = \frac{3}{4}\pi$, lo que implica que $135° = \frac{3}{4}\pi$ *radianes.*

Transforma los siguientes ángulos en grados sexagesimales a radianes.

a) 20°

b) –45°

Definiremos en la circunferencia unitaria las coordenadas del punto *P(x,y)* en términos del ángulo α utilizando las razones:



Utilizando las razones trigonométricas, podemos decir que: *cos α = x* y que *sen α = y*. También, se puede expresar las coordenadas del punto *P (x,y)* en términos de *α* como:

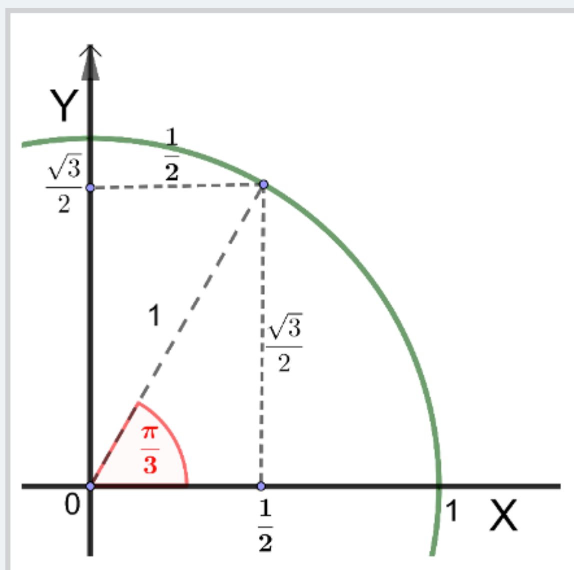
P (cos (α),sen(α)).

Observa la siguiente tabla de valores:

α	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sen(α)	–1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos(α)	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

Por ejemplo, para el ángulo $\frac{\pi}{3}$ se tiene $sen\left(\frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ y $cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

Esto quiere decir que el punto *P (x,y)* tiene su coordenada *x* en $\frac{1}{2}$ y su coordenada y en $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Actividad 4:

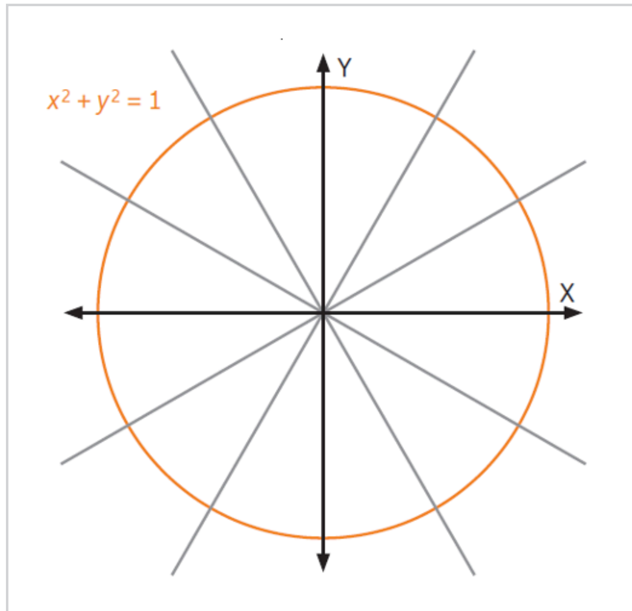
Determina las coordenadas del punto en la circunferencia unitaria asociada a cada ángulo. Márcalo sobre la circunferencia.

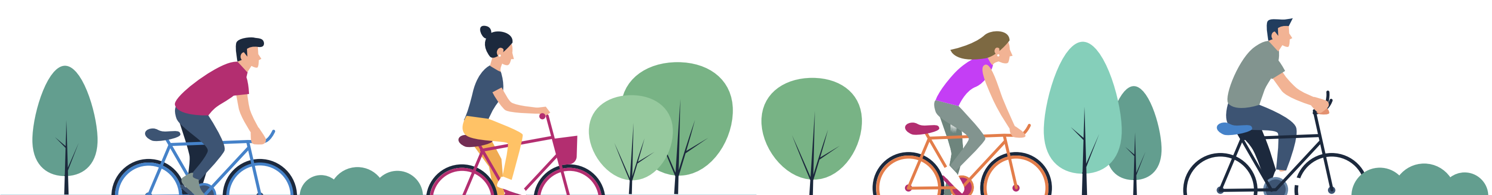
a) $\frac{5\pi}{6}$

b) $\frac{2\pi}{3}$

c) $\frac{7\pi}{2}$

c) $-\frac{7\pi}{2}$





Cierre

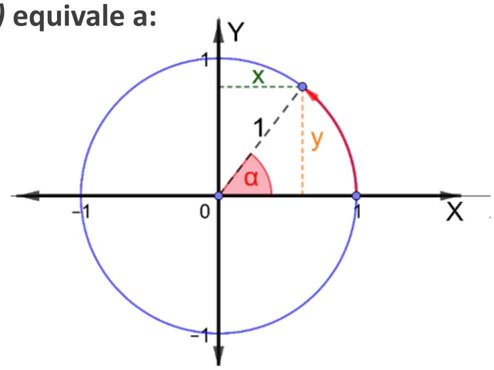
Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **Gabriel, de 1,65 m de altura, se encuentra a 15 m de la base de un edificio y observa el punto más alto de éste con un ángulo de elevación de 45°. ¿Cuál será la altura aproximada del edificio?**

a) *15 m*
b) *15,65 m*
c) *16,65 m*
d) *17 m*
e) *17,65 m*

2 **En la circunferencia unitaria de la figura, el *P(x,y)* equivale a:**



a) *P (0,1)*
b) *P (1,0)*
c) *P (cos (0°),sen (1°))*
d) *P (cos (α),sen (α))*
e) *P (sen (α),cos (α))*

3 **En la circunferencia unitaria de la figura, se ubica el punto T. ¿Cuáles son sus coordenadas?**

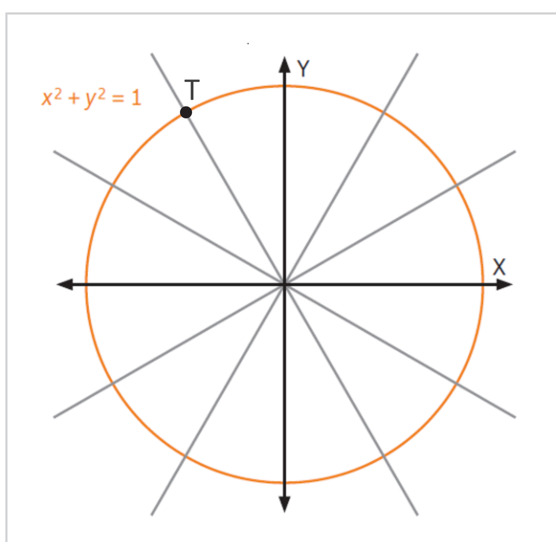
a) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

b) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

c) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

d) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

e) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$



Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ________________________________.

4º medio

Texto escolar

Matemática

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Lección **4**

Construcción de modelos con las funciones seno y coseno

La circunferencia unitaria

Objetivo: Analizar el comportamiento gráfico de las relaciones trigonométricas seno y coseno.

¿Qué significado geométrico crees que tienen las expresiones sen(91°) y cos(−40)?

¿Cuántos grados sexagesimales hay entre 0° y 60°?

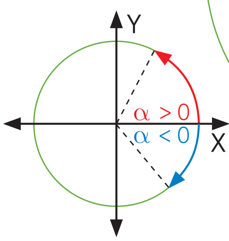
Una **circunferencia unitaria** es la curva ubicada en el plano cartesiano con centro en el origen y de radio 1, cuya ecuación es $x^2 + y^2 = 1$.

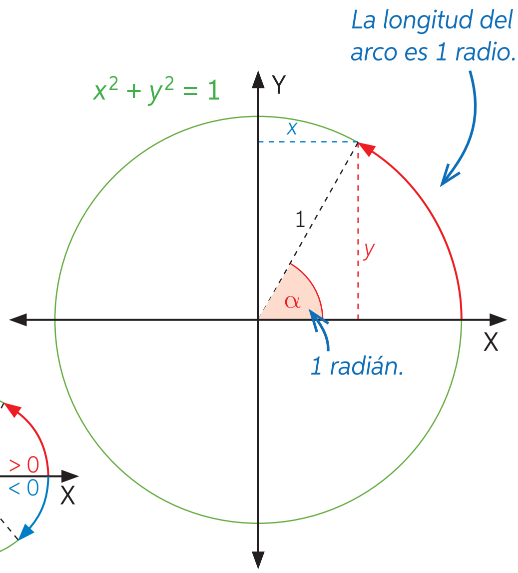
Un **radián** es el ángulo central de la circunferencia necesario para que la longitud del arco subtendido por ella que parte en el punto (1,0) sea igual a su radio. Su equivalencia en grados es la siguiente:

$$1 \text{ rad} = \frac{180°}{\pi} \approx 57,2957°$$

Utilizaremos "1 rad" o "1".

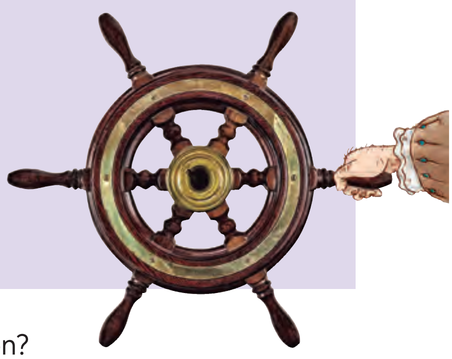
Los radianes se usan como unidad para medir ángulos y su valor es **positivo** si su sentido es antihorario y **negativo** si su sentido es horario.





1. Lee la siguiente información. Luego, realiza las actividades.

Jack es un pirata y ha encontrado el mapa del tesoro de Sir Francis Drake. Sin embargo, tiene un problema, después de escapar de Caicai-Vilu, el timón de su barco ha sufrido un desperfecto y solo puede girarlo entre 0 y 90° desde donde se encuentra su mano.



a. ¿Entre cuántos radianes puede moverse el timón?

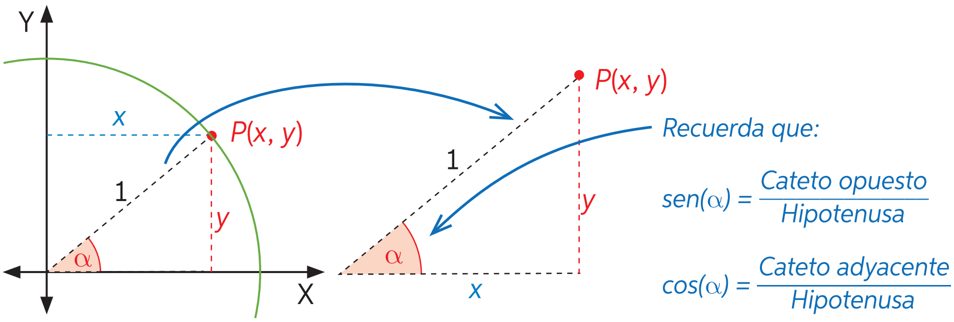
b. Para moverse 180° o 270°, ¿cuántas veces debe girar el timón en 90°? ¿A cuántos radianes corresponden dichos ángulos?

c. Su contraalmirante le sugiere girar en 2π radianes el timón. ¿Cuál es la posición final del timón? ¿A cuántos grados sexagesimales es equivalente?

- ¿Qué fórmula o procedimiento utilizas para transformar de grados a radianes?, ¿es similar al paso de radianes a grados? Comparte tu respuesta con el curso.

- ¿A cuántas vueltas de timón equivale 12π?

Definiremos en la circunferencia unitaria las coordenadas del punto $P(x, y)$ en términos del ángulo α utilizando las razones:

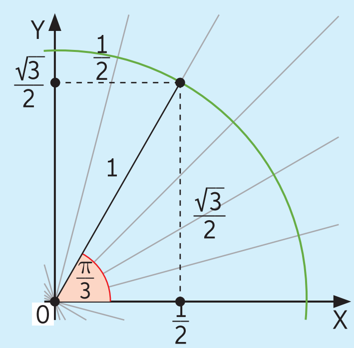


Tenemos que: $\cos\alpha = x$ y $\mathrm{sen}\,\alpha = y$. Ahora, podemos reescribir las coordenadas del punto en términos de α: $P(\cos(\alpha), \mathrm{sen}(\alpha))$.

2. Observa la siguiente tabla de valores:

α	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\mathrm{sen}(\alpha)$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

Por ejemplo, para el ángulo $\frac{\pi}{3}$ se tiene $\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$. Esto quiere decir que el punto $P(x, y)$ tiene su coordenada x en $\frac{1}{2}$ y su coordenada y en $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



a. Determina los valores de x para los ángulos $-\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$ y $\frac{\pi}{4}$.

b. ¿Qué regularidad cumplen $\cos(\alpha)$ y $\cos(-\alpha)$?

c. Determina los valores de y para los ángulos $-\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$ y $\frac{\pi}{4}$.

d. ¿Qué regularidad cumplen $\mathrm{sen}(\alpha)$ y $\mathrm{sen}(-\alpha)$?

3. Ingresa a www.enlacesmineduc.cl con el código **T20M4MP150A**. Mueve el punto P para realizar las actividades.

a. Presiona el botón de animación y observa. ¿Entre qué valores oscilan seno y coseno en la gráfica de la segunda vista?

b. Discute con tus compañeros: ¿es necesario conocer más allá de los valores de 0 y 2π? Justifica tu respuesta.

c. ¿Cada cuántos radianes se repetirá el comportamiento de las relaciones de seno y coseno?