



Plan de clases

Matemática

4° Medio

Ajuste Curricular 2009

Unidad de Currículum y Evaluación
Agosto 2020

¿Qué aprenderán?

OF 1. Modelar situaciones o fenómenos cuyo modelo resultante sea la función potencia, inecuaciones lineales y sistemas de inecuaciones

AE 1 Modelar situaciones o fenómenos de las ciencias naturales mediante la función potencia $f(x) = a \cdot x^z$ con $|z| < 3$.

Habilidad: Modelar situaciones y fenómenos mediante funciones.

Evaluación

Para la evaluación se sugieren las siguientes actividades

- Para análisis de funciones potencia con exponente positivo se sugieren actividades similares a las propuestas en el Texto p.142 y 144 y del programa p. 44.
- Para modelar una situación que involucra una función potencia con exponente negativo se sugieren actividades similares a las propuestas en el Texto p.145 a 147 y del programa p. 46.
- Para resolver inecuaciones lineales en una variable se sugieren actividades similares a las propuestas en el Texto p.48 y 49.

Actividades de apoyo socioemocional

Se sugiere una lista de actividades socioemocionales para que las asignaturas incorporen en forma sistemática prácticas para favorecer un clima escolar positivo. Estas actividades se presentan según los distintos momentos de la clase, facilitando así su aplicación. Se incluyen actividades para inicio de la clase, para el cierre, para iniciar trabajo grupal y para enfrentar conflictos.

La siguiente propuesta puede ser implementada flexiblemente ajustándose a los contextos y necesidades de los estudiantes, tanto en las experiencias remotas como presenciales de aprendizaje.

ACTIVIDADES PEDAGÓGICAS SUGERIDAS

Actividades sugeridas para el inicio de clases



RESPIRACIÓN



ESCUCHAR
EL SILENCIO



CONEXIÓN
EMOCIONAL



ACUERDO
EMOCIONAL



CHARTER



CONCIENCIA DE
FORTALEZAS



CONSTRUCCIÓN
DE UN CLIMA
DE AULA



CONCIENCIA
DEL RESPETO
HACIA EL OTRO



PLANES Y METAS



MEDIDOR
EMOCIONAL



ENCUADRE
DISCIPLINAR

Actividades sugeridas para el cierre de clases



AUTOPERCEPCIÓN
DE EMOCIONES



EVALUACIÓN
DE CLIMA



EXPRESIÓN DE
EMOCIONES



EMPATÍA



EVALUACIÓN
DE METAS



CAMINAR CON
ATENCIÓN

Actividades sugeridas para antes de un trabajo en grupo



CONCIENCIA
DEL RESPETO
HACIA EL OTRO



HABILIDADES
ORGANIZATIVAS



EMPATÍA

Actividades sugeridas para enfrentar conflictos



RECONOCIMIENTO
DE MIS EMOCIONES



RECONOCIMIENTO
DE LAS EMOCIONES
DEL OTRO



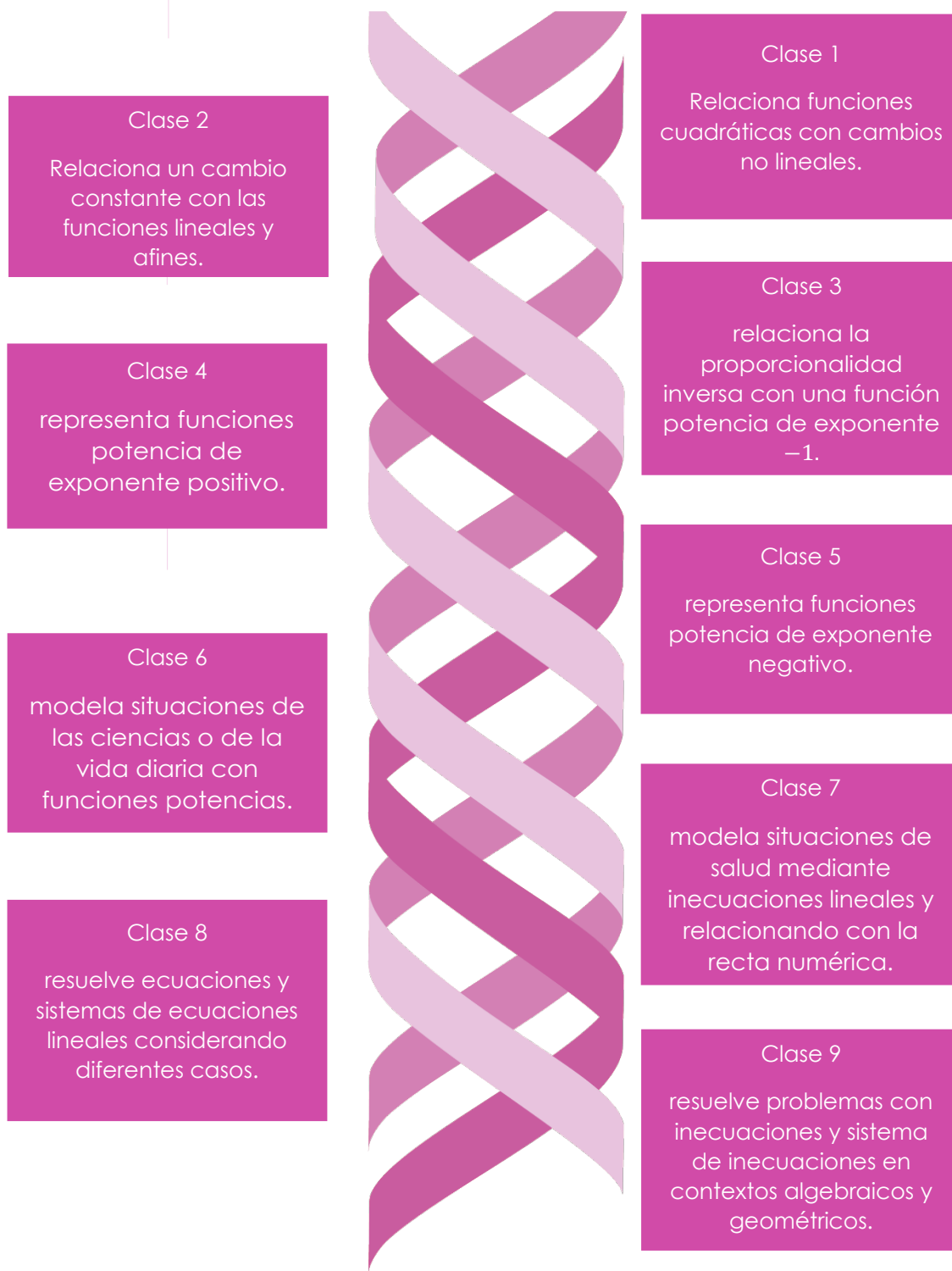
THE BLUE PRINT



META-MOMENT

ruta de aprendizaje

¿Cómo modelar situaciones utilizando potencias e inecuaciones?



¿Qué se espera lograr?

Se espera lograr que los estudiantes relacionen las funciones cuadráticas con cambios no lineales.

Clase 1

Enmarcar

Motivar las funciones cuadráticas diferenciándolas de un cambio lineal por medio de la variación de la velocidad y diferenciando entre comportamientos proporcionales de los cuadráticos. Por ejemplo, trabajando con el tema de energía y relevando el hecho de que en Chile la energía eólica está en la fase de un fuerte aumento y ocupa más y más parte de la energía total producida en Chile.



Algunas de las preguntas que pueden contribuir a diferenciar entre linealidad y cuadrática son:

- ¿cómo se genera la energía eólica?
- ¿Qué piensas de la frase a mayor viento mayor cantidad de potencia eléctrica?
- ¿si se dobla la velocidad del viento se dobla la cantidad de potencia eléctrica?
- ¿Cuánta potencia eléctrica se necesita para una ciudad?
- ¿Habría suficiente velocidad de viento para abastecer a una ciudad grande?

Ampliar el conocimiento

Explicar la forma de generar la energía eléctrica por medio de grandes parques eólicos, que están cerca de la costa, y que se transportan vía cables de alta tensión a los destinos que están en una distancia de varios cientos de kilómetros, indicando que existe la posibilidad de producir la energía eléctrica en forma descentralizada para abastecer pueblos

pequeños mediante generadores de viento que producen una menor cantidad de energía eléctrica que va a consumidores de localidades cercanas.

Explicar la siguiente tabla en la cual se organiza el aumento A de la potencia eléctrica P en dependencia de la velocidad del viento. Explicar el funcionamiento del generador, indicando que funciona aún con vientos débiles que van con una velocidad v , en el rango de $0 \frac{km}{h}$ a $10 \frac{km}{h}$.

$v[\frac{km}{h}]$	1	2	3	4	5	6	7
$A[kN]$	2,4	9,6	21,6	38,4	60	86,4	117,6

Motivar la generación de la función cuadrática por medio de preguntas tales como:

- ¿se observa un comportamiento lineal?
- ¿qué ocurre con la potencia cuando se dobla la velocidad?
- ¿si no es un comportamiento lineal qué podría ser?
- ¿cómo podemos probar con otras funciones?

Práctica guiada

Explicar cada una de las siguientes acciones por medio de ejemplos o contraejemplos.

- Conjeturar, que el aumento A de la potencia no es proporcional a la velocidad v del viento.

Por medio de la suposición de que es lineal, el doble de la velocidad debería ser el doble de la potencia, pero si se duplica la velocidad de 1 a 2, el aumento A llega a 9,6 que no es el doble de 2,4. Lo mismo debería ocurrir con el triple, si se triplica la velocidad de 1 a 3, el aumento A llega a 21,6 que no es el triple de 2,4.

- Verificar, que la dependencia de A es cuadrática.

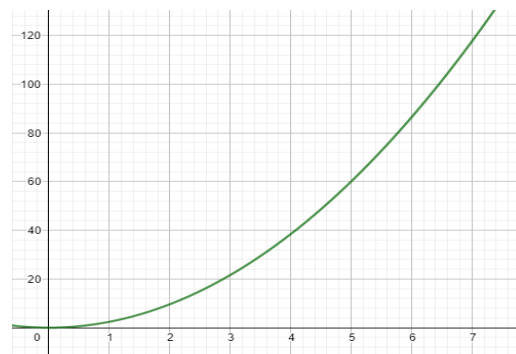
Por medio de la comprobación numérica y los datos de la tabla, si se duplica la velocidad de 1 a 2, el aumento A llega a 9,6 que es el cuádruple de 2,4 que es lo mismo que decir, 2 elevado al cuadrado.

- Elaborar la ecuación de la función cuadrática A con $A(v) = k \cdot v^2$, determinar el parámetro k .

Utilizando los valores de la tabla y sabiendo que hay un comportamiento cuadrático se elabora la siguiente tabla:

$v[\frac{km}{h}]$	1	2	3	4	5	6	7
$A(v) = k \cdot v^2$	$A(1)$ $= k \cdot 1^2$ $= k$	$A(2)$ $= k \cdot 2^2$ $= k \cdot 4$	$A(3)$ $= k \cdot 3^2$ $= k \cdot 9$	$A(4)$ $= k \cdot 4^2$ $= k \cdot 16$	$A(5)$ $= k \cdot 5^2$ $= k \cdot 25$	$A(6)$ $= k \cdot 6^2$ $= k \cdot 36$	$A(7)$ $= k \cdot 7^2$ $= k \cdot 49$
	2,4	$2,4 \cdot 2^2$	$2,4 \cdot 3^2$	$2,4 \cdot 4^2$	$2,4 \cdot 5^2$	$2,4 \cdot 6^2$	$2,4 \cdot 7^2$
$A[kN]$	2,4	9,6	21,6	38,4	60	86,4	117,6

- Confeccionar el gráfico de la función A manualmente o con herramientas digitales.



- Determinar mediante el gráfico el aumento A que se registra con una velocidad de $2,5 \frac{km}{h}$.

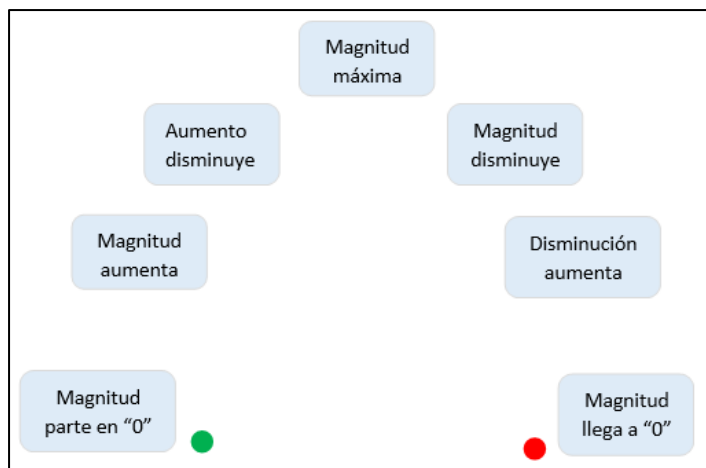
Con la velocidad de viento de 2,5 kilómetros por hora se registra un aumento de la potencia de 15.

- Determina la velocidad que se registra con aumento de $50kN$.
Un aumento de 50 se registra con la velocidad aproximada de 4,5 kilómetros por hora.

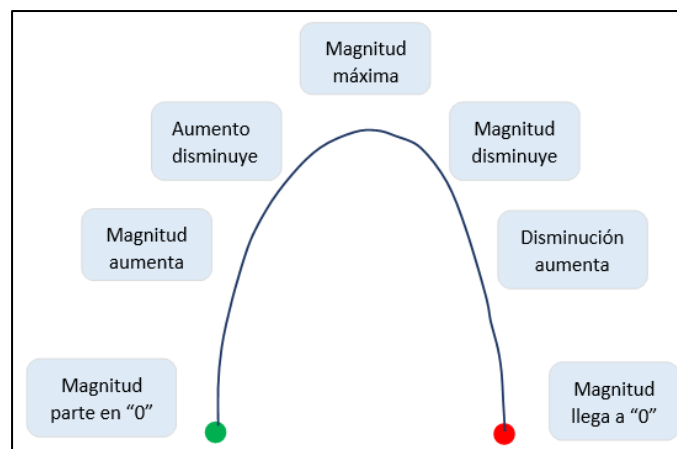
Ampliar el conocimiento

Explicar las diferentes situaciones de cambios de magnitudes en la vida diaria, en las ciencias, en la economía que se desarrollan en diferentes fases, cómo se muestra en el esquema, trazando una curva que parte en el punto cero y va aumentando la magnitud, luego sufre una disminución y llega a su punto máximo para luego disminuir lentamente y luego al final con un aumento de la disminución para llegar al punto cero. **Se**

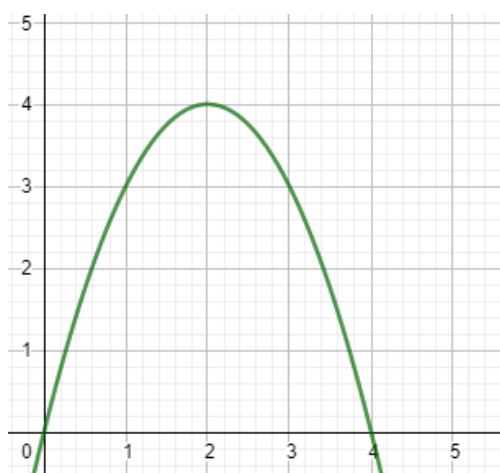
puede apoyar este momento con el tutorial de la clase 1.



Mientras los estudiantes hacen el recorrido se puede comentar de situaciones conocidas para ellos que tengan el mismo comportamiento. Una vez que se ha terminado, se espera que los estudiantes comenten su dibujo y asocien esta curva con la función cuadrática.



Comparar el gráfico de la función f con $f(x) = -x^2 + 4x$ y verificar que sigue este modelo. Determinar algunos puntos, leyendo directamente desde el gráfico, por ejemplo, el punto de partida $O(0,0)$, punto máximo $M(2,2)$ y punto de llegada $P(4,0)$.



Práctica independiente

Relacionar la situación y la descripción de esta en forma escrita y gráfica, asociando puntos con momentos de la situación de ingresos.

Situación de ingresos escrita	Situación gráfica
La función f con $f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 6x$ modela los ingresos que se pueden obtener, en unidades monetarias, por un producto en dependencia de la cantidad x producida.	
¿cómo describir cada situación?	
¿qué sentido tienen los puntos de la curva?	
Con la cantidad "0" no se generan ingresos, que suben hasta una "cantidad ideal" por la cual se generan ingresos máximos y después disminuyen porque la infraestructura de la producción no es la adecuada para mayores cantidades.	
¿qué sería una cantidad ideal?	
Ingreso máximo 180 unidades monetarias. Cantidad ideal 60 unidades producidas. Cantidad, a partir de la cual no se generan ingresos 120.	

Integrar

Proponer un problema de variación para conversar sobre el efecto en la curva de un cambio de parámetros. Por ejemplo, la función cuadrática f con $f(x) = ax^2 + k$ tiene un valor máximo. ¿Cómo se debe cambiar un

parámetro para obtener una nueva función cuadrática g que tenga un valor mínimo? Se espera que el cambio se realice en el parámetro a y se cambie por $-a$ explicando que si f tiene un máximo, a debe ser negativo. Si se cambia a en $-a$, el valor de $-a$ resulta positivo ya que estas funciones son las que tienen un mínimo.

¿Qué se espera lograr?

Se espera que los estudiantes relacionen un cambio constante con las funciones lineales y afines.

Clase 2

Enmarcar

Motivar la relación entre el cambio constante y las funciones lineales por medio de cambios que podrían darse en situaciones de riesgo, por ejemplo, el cambio de presión en la actividad de buceo. Relevar el grado de conocimiento que deben tener los técnicos y la experiencia de años que tienen las personas que se dedican a la extracción de moluscos en nuestro país.



Algunas de las preguntas que pueden orientar esta motivación son:

- ¿Conoces a alguien que haya practicado el buceo?
- ¿Cómo te imaginas esta experiencia?
- ¿qué tipo de peligros puede haber en el buceo?
- ¿Qué tipo de seguridad se debe tener?
- ¿qué factor juega la presión del agua sobre el cuerpo humano?
- ¿qué ocurre cuando se está más profundo?

Práctica guiada

Explicar la resolución de un problema de buceo donde el cambio de presión ocurre de forma lineal a la profundidad. La presión hidrostática en dependencia de la profundidad se describe con una función lineal p con $p(x) = -0,1 \cdot x \frac{b}{m}$

La letra b representa la unidad de medida de la presión y se lee bar, relacionar con kilómetros y con la lectura de km/h. La variable x representa la profundidad y tiene valores negativos comenzando en el valor 0 al nivel del agua.

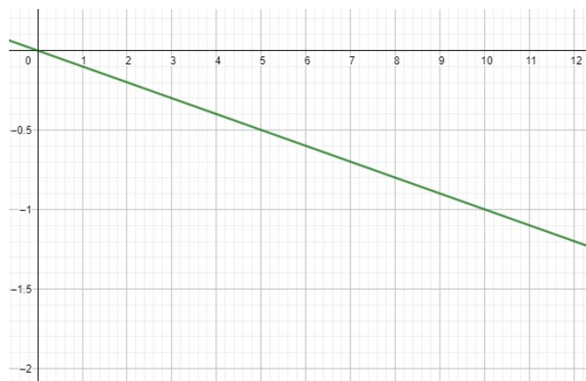
- Determinar la presión que rige en la profundidad de $-1,5m$.

Explicar los cálculos $p(-1,5) = -0,1 \frac{b}{m} \cdot -1,5m = 0,15b$

- Variar las condiciones proponiendo a un buceador experimentado que se encuentra en una profundidad de $-2,5m$ y quiere bajar a la profundidad de $-12m$ ¿qué percibe como límite personal? ¿en cuánto aumenta la presión hidrostática? ¿qué significa para el buceador $0,5b$?

Explicar los cálculos según el contexto $p(-2,5) = -0,1 \frac{b}{m} \cdot -2,5m = 0,25b$
 $p(-12) = -0,1 \frac{b}{m} \cdot -12m = 1,2b$. Explicar la diferencia de presión
 Diferencia $1,2b - 0,25b = 0,95b$.

- Elaborar algunas indicaciones sobre el descenso o ascenso de un buzo teniendo en cuenta el gráfico de la función presión p .

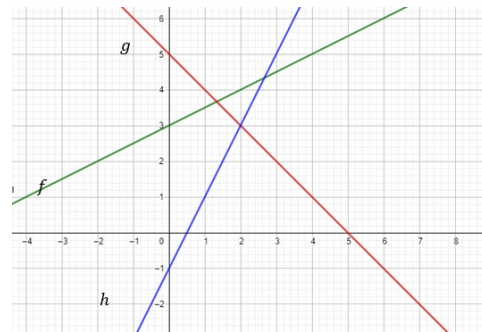


Práctica independiente

Proponer algunos ejercicios o problemas para relacionar el cambio constante con las funciones. **Se puede apoyar con la hoja de trabajo de la clase 2** o con algunos de los problemas:

1) Compara los gráficos con las funciones f , g y h .

- $f(x) = 3 + \frac{1}{2}x$
- $g(x) = 5 - x$
- $h(x) = -1 + 2x$

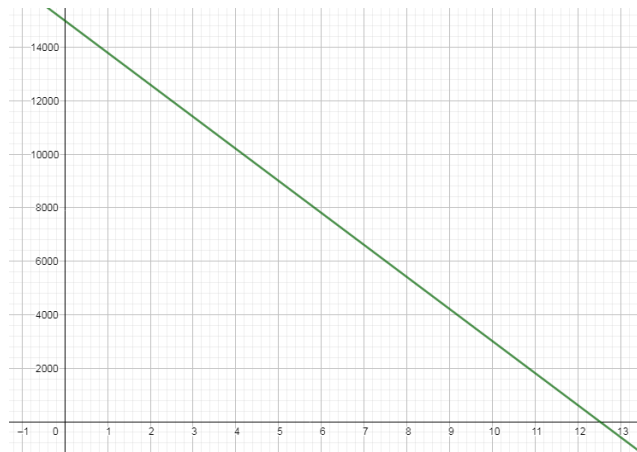


¿qué tienen en común?

2) Se quiere eliminar una escombrera de 15 000 toneladas con camiones de una capacidad de transporte diaria total de 1 200 toneladas.



- Elabora la ecuación de la función afín E que modela la eliminación de la escombrera en dependencia del tiempo x en días. ($E(x) = 15\,000 - 1\,200x$)
- Confecciona el gráfico de la función E .



- Determina mediante el gráfico el día en el cual se haya eliminado la mitad de la escombrera. (Se llega a la mitad del escombro aproximadamente al 6° día).

Integrar

Proponer una síntesis final sobre el significado de la pendiente para las situaciones lineales. Argumentar sobre “el valor que acompaña a la x ” en situaciones con igual pendiente, por ejemplo ¿Cuál de las siguientes funciones $f(x) = 1,5x - 2$, $g(x) = \frac{2}{3}x - 2$, $h(x) = \frac{3}{2}x + 1$ tienen igual pendiente? ¿cómo se refleja esto en el gráfico? ¿qué significa esto en un contexto real?

¿Qué se espera lograr?

Se espera que los estudiantes relacionen la proporcionalidad inversa con una función potencia de exponente -1 .

Clase 3

Enmarcar

Motivar la relación entre la proporcionalidad inversa y las potencias por medio de las frases “si me ayudas terminamos más rápido”, “mientras más seamos menos tiempo nos demoramos”, “para terminar antes necesitamos más colaboradores”.



Algunas de las preguntas que pueden motivar esta relación son:

- ¿qué relación hay entre la cantidad de personas que ayudan y la cantidad de tiempo en qué se demoran?
- ¿qué relación hay entre la cantidad de tiempo y la cantidad de material que se elabora?
- ¿cómo se describen las situaciones proporcionalmente directas?
- ¿cómo se describen las situaciones proporcionalmente indirectas?
- ¿Qué relación hay entre las situaciones directamente proporcional y las funciones?
- ¿qué relación hay entre las situaciones indirectamente proporcional

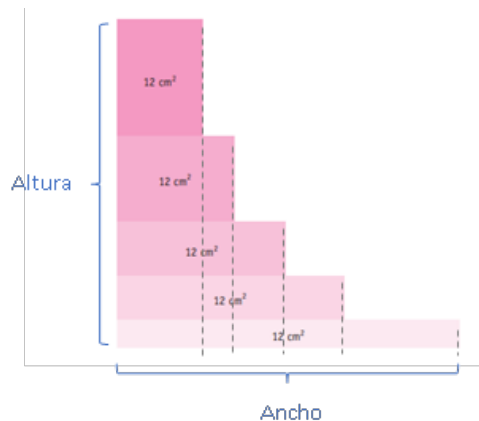
y las funciones?

- ¿de qué forma podemos expresar las proporciones indirectas?

Ampliar el conocimiento

Explicar una situación geométrica que es indirectamente proporcional, por ejemplo, el cambio entre el ancho y la altura de un rectángulo manteniendo el área, a medida que se cambia aumenta el ancho disminuye la altura o bien a medida que se disminuye la altura disminuye el ancho. *Se puede apoyar del tutorial de la clase 1.*

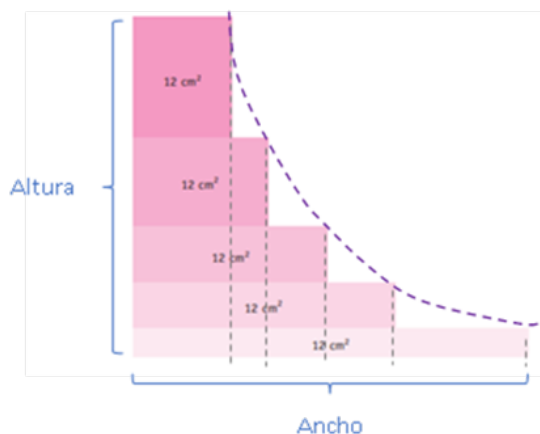
Representar de manera concreta y pictórica esta situación comenzando con 5 rectángulos del mismo contenido de área de $12m^2$ y promover la conversación en base a las preguntas:



- ¿En qué medida difieren los rectángulos?
- ¿Qué pasa con las alturas si, el ancho aumenta al doble, al triple, al cuádruple?
- ¿qué pasa con las alturas si disminuye el ancho a la mitad, a la tercera parte, a la cuarta parte?

Explicar el comportamiento de esta situación en base a las respuestas de los estudiantes, si se duplica, triplica, cuádruplica el ancho, la altura se cambia a la mitad, a la tercera parte, a la cuarta parte respectivamente y si la altura disminuye a la mitad, a la tercera parte, a la cuarta parte, se duplica, triplica, cuádruplica la altura respectivamente, con esto se muestra la propiedad de la proporcionalidad inversa.

Trazar una línea uniendo los vértices de las esquinas superiores derechos de los rectángulos para visualizar y relacionar con la curva de proporción inversa.



Práctica guiada

Resolver un problema de proporcionalidad inversa como función tomando un ejemplo similar al geométrico. Por ejemplo, considerando rectángulos de área $A = 72m^2$ e investigando el cambio de la altura en dependencia del ancho.

- Determinar la ecuación de la función f .
- Completar la tabla.

x	0,25	0,5	1	2	3	4	6	8	12	24
$f(x) =$										

- Elaborar el gráfico de la función.
- ¿Hay un número del cual no existe un valor funcional?

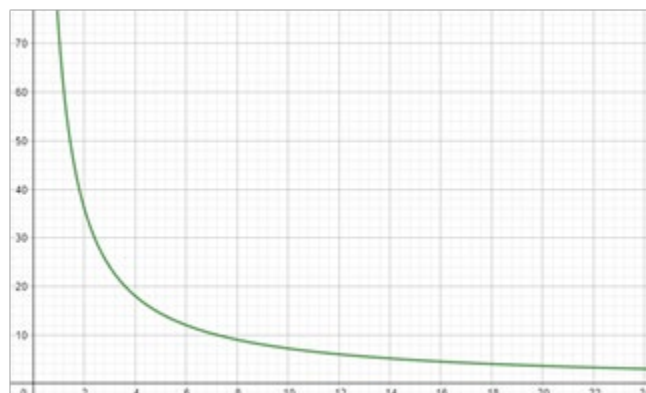
Respuestas esperadas

$$f(x) \cdot x = 72 \Leftrightarrow f(x) = \frac{72}{x} \Leftrightarrow f(x) = 72 \cdot x^{-1}$$

- Tabla

x	0,25	0,5	1	2	3	4	6	8	12	24
$f(x)=72 \cdot x^{-1}$	288	144	72	34	24	18	12	9	6	3

- Gráfico



- Para $x = 0$ no existe ningún valor funcional porque el segundo factor sería infinitamente grande. En $f(x) = \frac{72}{x}$ se ve que no se puede dividir por 0.

Práctica independiente

Proponer actividades con situaciones de probabilidad indirecta que contiene la elaboración de la ecuación funcional, de la tabla y del gráfico de la función. **Puede utilizar las actividades de la hoja de trabajo de la Clase 3.**

Integrar

Conversar sobre las modificaciones que se hacen a los datos iniciales, supongamos que para elaborar los rectángulos se utilizan cuadrados de 1cm^2 ¿cuál sería la diferencia si se utilizan cuadrados de 2cm^2 ? ¿cómo varía el gráfico? Dar tiempo para la conversación grupal y presentación de las diferentes posturas.

¿Qué se espera lograr?

Se espera que los estudiantes representen funciones potencia de exponente positivo.

Clase 4

Enmarcar

Motivar la utilización de las funciones potencias para modelar una situación de rendimiento cúbico. Por ejemplo, en la construcción y diseño de autos de carrera es muy importante el arranque, ya que este permite posicionarse en primeros puestos desde los primeros segundos. Esta diferencia se puede observar en el rendimiento del motor de un auto de

familia, en un tractor o en el auto de carrera. El rendimiento depende cúbicamente de la velocidad del auto y en los autos de carrera es visible este comportamiento de mayor velocidad mayor energía mecánica en relación cuadrática.



Aunque el desarrollo de un motor requiere de conocimiento de física, hay algunas preguntas que pueden orientar la comprensión intuitiva de las funciones potencias para el modelamiento del rendimiento del motor:

- ¿qué es el rendimiento de un motor?
- ¿de qué depende el rendimiento de un motor?
- ¿cómo podría influir la velocidad en la energía mecánica del motor?
- ¿podría tenerse una relación lineal entre la velocidad y la energía? ¿qué ocurriría si fuera así?
- ¿cómo influye la energía mecánica en el rendimiento del motor?
- ¿qué piensas de la frase a mayor velocidad, mayor energía y mayor rendimiento?
- ¿qué tan mayor puede ser esta relación?

Ampliar el conocimiento

Descubrir mediante los valores de la tabla la dependencia del rendimiento mecánico del motor P de la velocidad de un vehículo que se desplaza con una velocidad v .

Velocidad v en $\left[\frac{m}{s}\right]$	0	1	2	3	4
Energía mecánica E en $[kJ]$	0	$c \cdot 1$	$c \cdot 4$	$c \cdot 9$	$c \cdot 16$

Rendimiento mecánico P en $[kW]$	0	$c \cdot 1$	$c \cdot 8$	$c \cdot 27$	$c \cdot 64$
---------------------------------------	---	-------------	-------------	--------------	--------------

Relevar la dependencia de la velocidad v para la energía y para el rendimiento completando las funciones E y P , indicando que la constante c depende de otros factores del diseño de cada modelo de auto.

$$\text{Energía mecánica } E = c \cdot v^2$$

$$\text{Rendimiento del motor } P = c \cdot v^2$$

Práctica guiada

Explicar la resolución de problemas presentando las condiciones iniciales y los datos. Incluyendo el efecto de la resistencia del aire, se muestran los datos obtenidos por el computador del auto para la velocidad y el rendimiento. La dependencia de un rendimiento mecánico P de la velocidad v que se registró por el computador a bordo del vehículo.

v en $\frac{km}{h}$	0	30	60	90	120
P en kW	0	0,27	2,16	7,29	17,28

- Verificar que el rendimiento depende cúbicamente de la velocidad

Si se duplica la velocidad → El rendimiento se octuplica

$$2,16 = 0,27 \cdot 8$$

Si se duplica la velocidad → El rendimiento se hace 27 veces más grande

$$7,29 = 0,27 \cdot 27$$

Si se cuadruplica la velocidad → El rendimiento se hace 64 veces más grande

$$17,28 = 0,27 \cdot 64$$

- Elaborar la ecuación funcional a partir de la tabla.

$$P(v) = 0,0003 \cdot v^3$$

- Confeccionar el gráfico y describir el comportamiento de la curva.

Práctica independiente:

Proponer problemas en contextos similares y en los cuales se comparen tres funciones $f(x) = 0,5x^3$; $g(x) = x^3$ y $h(x) = -0,5x^3$ por medio de su visualización y su comportamiento según el parámetro constante, uno, positivo o negativo. **Puede utilizar las actividades de la hoja de trabajo de la Clase 4.**

Integrar

Relacionar las funciones potencias y su descripción por medio de la identificación y ejemplificación de los parámetros generales k y m en $f(x) = k \cdot x^m$. Por ejemplo, describir las siguientes funciones como función potencia en la forma $f(x) = k \cdot x^m$. Identificando parámetros k y m .

- $g(x) = 0$
- $h(x) = -2$
- $i(x) = 3x$
- $P(x) = 0,03x^3$

¿Qué se espera lograr?

Se espera que los estudiantes representen funciones potencia de exponente negativo.

Clase 5

Ampliar el conocimiento

Explicar el desarrollo de un ejercicio para determinar la ecuación de una función potencia g con exponente negativo, a partir de los valores de una función cuadrática.

¿qué valor puede tomar m ?

x	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$f(x) = x^2$	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
$g(x) = x^m$	No existe	4	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$

Explicar el valor $m = -2$ presentando la ecuación $g(x) = x^{-2}$ y la explicación en base a los datos de la tabla.

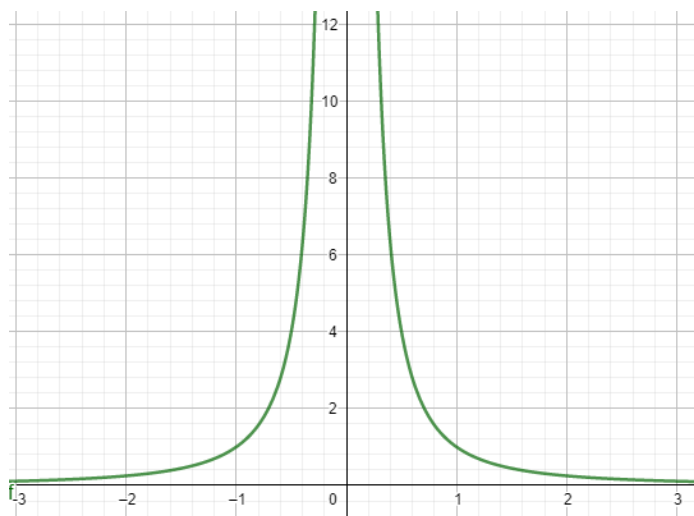
$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$\frac{1}{1^2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Elaborar el gráfico de la función $g(x) = x^{-2}$ sobre el intervalo de $[-3, 3]$ y explicar su comportamiento acercándose desde ambos lados a $x = 0$, indicando que los valores funcionales aumentan infinitamente y el gráfico se acerca infinitamente al eje y . Para x infinitamente pequeño negativos o infinitamente grandes positivos los valores funcionales se acercan al valor 0 y los gráficos se acercan al eje x . Releva la simetría del gráfico con respecto al eje y .



Práctica independiente:

Proponer ejercicios de comparación de funciones elaborando el gráfico de las funciones sobre un mismo plano y describiendo el comportamiento y simetría de la curva. Por ejemplo, comparar $f(x) = x^4$ con $g(x) = x^2$; $h(x) = x^{-3}$ con $l(x) = x^{-1}$ o bien $p(x) = x^{-4}$ con $q(x) = x^{-2}$. Puede utilizar las actividades de la hoja de trabajo de la Clase 5.

Integrar

Categorizar las funciones potencias según su simetría, para esto, considerar gráficos o descripciones de las funciones potencia de f con $f(x) = x^m$ con $|m| \leq 3$. Integrar la función potencia con la simetría por medio de las preguntas ¿Cuáles de los gráficos son simétricos al eje y ? ¿Cuáles de los gráficos son simétricos origen 0 del plano cartesiano? Promoviendo las respuestas grupales y finalizar con la regularidad y caracterización de las funciones potencias.

¿Qué se espera lograr?

Se espera que los estudiantes modelen situaciones de las ciencias o de la vida diaria con funciones potencias.

Clase 6

Enmarcar

Motivar la función potencia de grado -2 por medio de la fuerza de Coulomb y la distancia entre los centros de carga. Por ejemplo, en una tormenta eléctrica hay una atracción de dos cargas opuestas que van variando a través del inverso del cuadrado de la distancia de esas dos cargas opuestas.

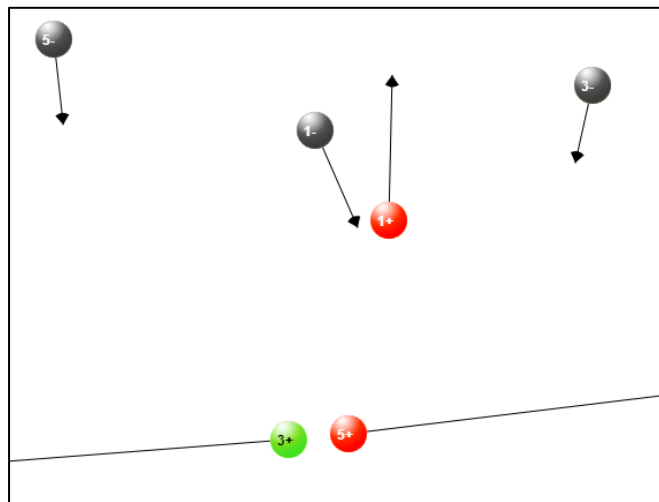


Algunas de las preguntas que pueden ayudar a comprender la fuerza de Coulomb son:

- ¿qué hace que el rayo se desarrolle?
- ¿qué entiendes por una nube cargada?
- ¿qué será positivo?
- ¿qué será negativo?
- ¿cómo se puede medir la fuerza según la distancia de las cargas eléctricas?

Ampliar el conocimiento

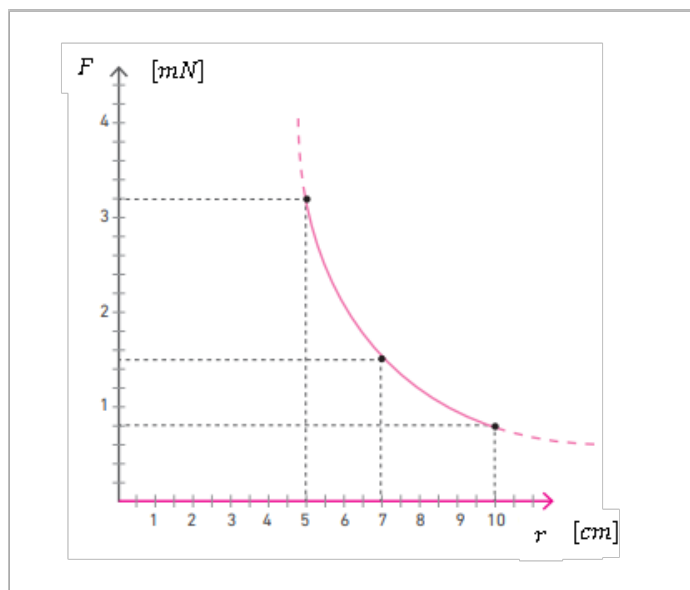
Explicar la Ley de Coulomb por medio del esquema de las partículas, indicando que las partículas de igual carga, positiva y positiva o negativa y negativa se repelen y de cargas diferentes, positiva y negativa, se atraen.



Las plumas son cargas negativas y las de colores son cargas positivas. Las flechas son vectores que representan la fuerza. En el caso de que se junten dos positivas, como en el centro inferior del esquema, los vectores fuerzas se repelen, mientras más cerca estén, se repelen con mayor fuerza.

¿Con qué fuerza se atraen las cargas?

Explicar el gráfico que representa la fuerza F entre las cargas. La fuerza está en dependencia de la distancia r entre los centros de las cargas. La fuerza se mide en $[mN]$ y la distancia en $[cm]$.



- ¿Cómo cambia la posición entre las cargas?

El gráfico va de 0 a 10, así es que las cargas se están alejando y la fuerza disminuye, a mayor distancia menos fuerza.

- Argumentar acerca de una posible función potencia que representa la dependencia de la fuerza F con r que se expresa por $F(r) = a \cdot r^{-2}$

El extracto del gráfico tiene la forma del gráfico de una función inversamente proporcional, más lejos menos fuerza, así es que el exponente es negativo, pero tiene un decrecimiento más fuerte, se presume que podría ser -2.

- Leer e interpretar algunos puntos del gráfico, por ejemplo, la primera distancia r es de 5cm en la cual hay una fuerza F de $3,2\text{mN}$. Esto quiere decir que entre dos partículas de carga diferente que están a una distancia de 5cm su fuerza de atracción es de $3,2\text{mN}$. Determinar en el gráfico las fuerzas en las distancias de 7cm y 10cm , explicando el significado de los puntos $P(7; 1,6)$ y $Q(10; 0,8)$.
- Determinar mediante los puntos marcados en el gráfico el parámetro a en la ecuación funcional de $F(r) = a \cdot r^{-2}$.

Despejar el parámetro desde la función:

$$a = F \cdot r^{-2}$$

Con $P(5; 3,2)$ resulta $a = 80$, con $Q(7; 1,6)$ resulta $a = 78,4$, con $P(10; 0,8)$ resulta $a = 80$.

Considerando que mediciones físicas deben ser aproximadas y que pueden tener pequeñas variaciones o errores se puede optar por $a = 80$.

Resulta $F(r) = 80 \cdot r^{-2}$

Práctica independiente:

Proponer problemas contextualizados sobre la fuerza de gravedad de dos masas, problemas de atracción de partículas y de aquellas situaciones que se pueden modelar con la función del tipo $F = k \cdot r^{-2}$. Puede utilizar las actividades de la hoja de trabajo de la Clase 5.

Integración

Conversar sobre la posibilidad de que la distancia entre las cargas sea igual a cero, argumentando que la fuerza tiende al infinito y lo que ocurriría si las partículas pudieran explotar a nivel macroscópico.

¿Qué se espera lograr?

Se espera que los estudiantes modelen situaciones de salud mediante inecuaciones lineales y relacionando con la recta numérica.

Clase 7

Enmarcar

Conversar con los estudiantes sobre la hipertensión enfermedad que contribuye directamente al desarrollo de las enfermedades cardiovasculares y que es una causa de muerte anual de 17 millones de personas. En el 2017 se activó un programa de salud para que los chilenos se tomaran la presión, ya que un 27% de los mayores de 15 años posee una presión arterial elevada y solo dos tercios conocen su condición.



Relevar la información importante del párrafo anterior e indicar que las personas que tienen baja presión se les denomina hipotenso, donde la palabra hipo, viene del griego “debajo de”.

Ampliar el conocimiento

Explicar el esquema sobre hipotenso e hipertenso, junto con el significado de la palabra sístole de los latidos del corazón y las medidas de la presión arterial.



- ¿A qué magnitud médica se refiere la representación gráfica?
 Se refiere a la presión arterial del valor superior (sístole) que se mide en mm de una columna de mercurio que equivale la presión sanguínea.

- Expresa verbalmente cuando una persona es hipotenso o hipertenso.
 Una persona es hipotensa, si tiene una presión arterial (sístole) menor de 110 *mm Hg*. Una persona es hipertensa, si tiene una presión arterial (sístole) mayor o igual de 130 *mm Hg*.

- Expresa rango de ser “hipotenso” y el rango de ser hipertenso mediante una inecuación matemática, si la variable x representa la presión arterial.

Rango de hipotenso

$$x < 110 \text{ mm Hg}$$

Rango de hipertenso

$$x \geq 130 \text{ mm Hg}$$

- ¿Cómo se representa en la recta numérica, si un número, que delimita un rango, contiene los demás valores del rango?

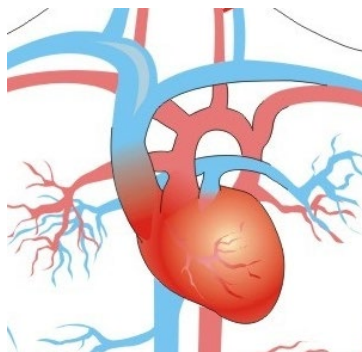
Relacionar con la recta numérica y la ubicación del punto de la recta numérica que delimita el rango, indicando que está dentro un pequeño círculo llenado del mismo color que representa el rango, en el ejemplo 130. Presentar el uso de paréntesis para incluir un término del rango numérico.

- ¿Cómo se representa en la recta numérica, si un número, que delimita un rango, no contiene los demás valores del rango?

El punto de la recta numérica que delimita el rango está dentro una pequeña circunferencia vacía del mismo color que representa el rango, en el ejemplo 110. Presentar el uso de paréntesis para excluir un término del rango numérico.

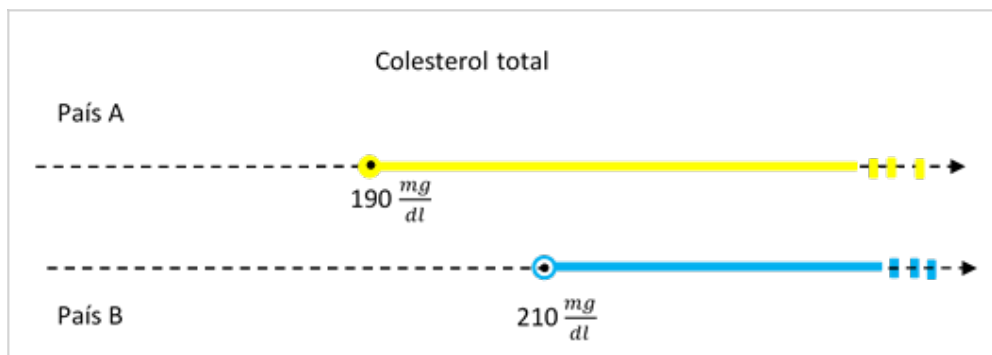
Práctica guiada

Explicar las intersecciones de conjuntos de números en la recta numérica, **se puede apoyar del tutorial de la Clase 7**, utilizando el mismo contexto de salud de las personas. Por ejemplo, diferenciando los términos que se consideran saludables en distintos países.



Las clasificaciones de rangos de la vida saludable suelen diferir levemente de un país a otro. En el caso de los rangos de colesterol total en un país A se considera un valor menor de $190 \frac{mg}{dl}$ como saludable y en otro país B como saludable un valor de hasta $210 \frac{mg}{dl}$.

- Representar y explicar la situación de tener un valor no saludable en ambos países en diferentes rectas numéricas.



- Representar y explicar esta situación en una sola recta numérica.



- Representar y explicar simbólicamente esta situación.

País A: inecuación $x \geq 190 \frac{mg}{dl}$

País B: inecuación $x > 210 \frac{mg}{dl}$

- Representar y explicar esta situación de ambos países por un sistema de inecuaciones lineales. Ambos países sistema de inecuaciones en la variable x sin las unidades de medición

Inecuación [1] $x \geq 190$

Inecuación [2] $x > 210$

Conjunto de solución como intervalo $]210, \infty[$

Relevar que las soluciones matemáticas exceden los valores de la realidad de la situación. Explicar la escritura del conjunto de solución en forma conjuntista

$$S = \{x \in \mathbb{R}^+ \mid x > 210\}$$

- Explicar situaciones particulares, por ejemplo, si una persona del país A con valor de colesterol saludable emigra al país B y también se encuentra en el rango saludable de este país ¿cuál es el intervalo del colesterol que tiene esta persona?

Explicar visualmente la forma de obtener el conjunto solución $S = \{x \in \mathbb{R}^+ \mid x \leq 210\}$

La visualización de inecuaciones lineales se realiza favorablemente con destacadores de los colores amarillo, azul y rojo. Así, en la intersección se producen las mezclas de los colores que son:

- amarillo y azul $\rightarrow$ verde
- amarillo y rojo $\rightarrow$ naranja
- rojo y azul $\rightarrow$ morado

Actividad independiente

Proponer problemas y ejercicios para representar inecuaciones lineales en la recta numérica. **Puede utilizar las actividades de la hoja de trabajo de la Clase 7.** Se sugieren problemas del tipo:

- Representar en la recta numérica varias inecuaciones sencillas utilizando los símbolos " $>$ ", " $<$ ", " $\geq$ ", " $\leq$ ".
- Determinar las inecuaciones a partir de representaciones en la recta

	numérica - Representar el conjunto solución de sistemas de inecuaciones sencillas. - Determinar el sistema de inecuaciones sencillas a partir de su representación en la recta numérica. Integrar Generalizar sobre las soluciones del sistema de inecuaciones del tipo: [1] $x \geq a$ [2] $x \leq b$ Para $a < b$ y para $a > b$ Verificar las conjeturas en la recta numérica.
--	--

¿Qué se espera lograr?

Se espera que los estudiantes resuelvan ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales considerando diferentes casos.

Clase 8	Práctica guiada Explicar la resolución de problemas organizando el desarrollo en tres partes, la primera de lectura e interpretación de la información, la segunda de representación o cálculo y la tercera de entrega de respuestas. En los ejercicios descomponer el problema en casos y apoyar si es necesario con la representación en la recta numérica para encontrar la solución. 1) Explicar el desarrollo del problema del ascensor que se presenta al inicio de la página 54 del texto. Paso 1. Identificar la información El ascensor de un edificio soporta una masa máxima de 500kg. $\text{_____} \leq 500\text{kg}$ (todo lo que esta a la izquierda debe ser menor o igual a 500) Si en promedio una persona adulta tiene una masa de 75kg. 75kg es el promedio masa de las personas. ¿Qué cantidad de personas se debe indicar como la capacidad máxima del ascensor? Variable x: cantidad de personas
----------------	--

Paso 2. Representar o calcular

Inecuación que representa el problema: $75\text{kg} \cdot x \leq 500\text{kg}$

$$75\text{kg} \cdot x \leq 500\text{kg} \quad | :75\text{kg}$$

$$x \leq 6,6$$

Paso 3. responder interpretando el resultado obtenido

La cantidad de personas permitidas en el ascensor son 6 personas, aunque por motivos de seguridad en este tipo de ascensores se permiten 5 personas.

- 2) Sofía viaja en su auto a $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ en un camino que tiene permitido como velocidad máxima $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ¿Cuánta velocidad puede aumentar Sofía en este camino?

Paso 1. Identificar la información

$36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ velocidad actual

x : velocidad que Sofía puede aumentar

$100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ velocidad máxima

Paso 2. Representar o calcular

$$36 \frac{\text{km}}{\text{h}} + x \leq 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad | - 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$x \leq 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad | \text{ hacer la resta}$$

$$x \leq 64 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Paso 3: dar respuesta

Respuesta: Sofia puede aumentar hasta $64 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

En este caso no hace sentido hablar de velocidades inferiores a cero, así la solución debe ser positiva

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R}^+ \mid x \leq 64 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right\} = [0 ; 64]$$

- 3) Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones lineales con una incógnita.

$$\begin{array}{l} 1) 5x + 9 \leq 7 \\ 2) 3x - 1 \geq x + 2 \end{array}$$

$1) \quad 5x + 9 \leq 7 \quad -9$ $5x \leq -2 \quad :5$ $x \leq -0,4$	$2) \quad 3x - 1 \geq x + 2 \quad +1$ $3x \geq x + 3 \quad -x$ $2x \geq 3 \quad :2$ $x \geq 1,5 \quad :2$
$S_1 =]-\infty; -0,4]$	$S_2 = [1,5; \infty[$
$s_1 \cap s_2 = \{ \}$, conjunto vacío.	

- 4) Resolver la siguiente inecuación que involucra una fracción diferenciando en dos CASOS, similar a lo que se resuelve en la página 53 del texto.

$$\frac{2x - 1}{x - 4} < 0$$

Considerando que menos por más es negativo y que más por menos es negativo, para que una **fracción sea negativa** o menor que cero, debe cumplirse que:

Caso 1: el numerador es positivo y el denominador es negativo

Caso 2: el numerador es negativo y el denominador es positivo

Caso 1:

numerador **y** **denominador**
positivo **negativo**

$$\begin{array}{lcl}
 2x - 1 > 0 & y & x - 4 < 0 \quad | +4 \\
 | +1 & & x < 4 \\
 2x > 1 & | & \\
 :2 & & \\
 x > 0,5 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 S_1 & \cap & S_1 =]-\infty; 4[\\
 =]0,5; \infty[& & \\
 S_1 =]0,5; 4[& &
 \end{array}$$

Caso 2:

numerador **y** **denominador**
negativo **positivo**

$$\begin{array}{lcl}
 2x - 1 < 0 & y & x - 4 > 0 \quad | +4 \\
 | +1 & & x > 4 \\
 2x < 1 & | & \\
 :2 & & \\
 x < 0,5 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 S_2 =]-\infty; 0,5[& \cap & S_2 =]4; \infty[\\
 & & \\
 S_2 = \emptyset & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \cup \\
 s_1 \cup s_2 =]0,5; 4[
 \end{array}$$

¿Qué se espera lograr?

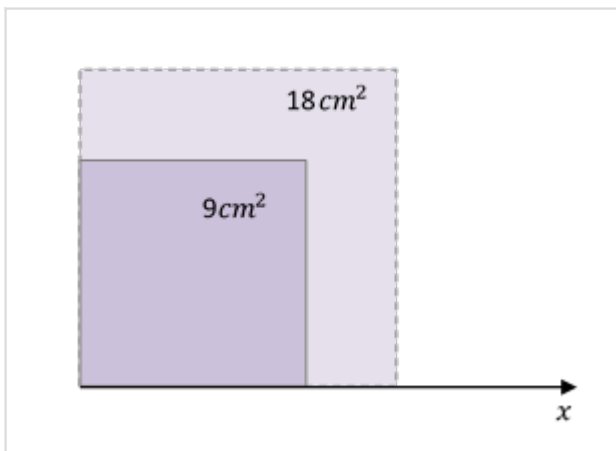
Se espera que los estudiantes resuelvan problemas con inecuaciones y sistema de inecuaciones en contextos algebraicos y geométricos.

Clase 9

Práctica guiada

Explicar la resolución de problemas con un entorno algebraico o geométrico.

- 1) el dibujo muestra un cuadrado de 9cm^2 y se quiere circunscribir el cuadrado interior con cuadrados que lleguen hasta el doble del área.



¿En qué medidas se puede aumentar el lado del cuadrado hasta llegar a un cuadrado del doble del área?

Explicar la elaboración de la inecuación y resolverla para dar respuesta al problema.

Lado a de un cuadrado del área de 18cm^2 : $a = 3 \cdot \sqrt{2}$

Si se quiere desarrollar $a^2 = 18$

$$a = \sqrt{18}$$

$$a = 3 \cdot \sqrt{2}$$

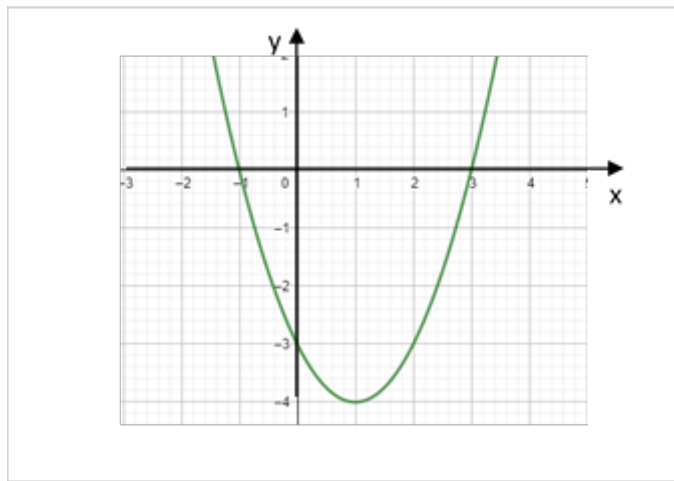
Inecuación para las medidas

$$3 + x \leq 3 \cdot \sqrt{2} \quad | -3$$

$$x \leq 3 \cdot \sqrt{2} - 3$$

Conjunto de solución: $S = \{x \in \mathbb{R}^+ \mid x \leq 3 \cdot \sqrt{2} - 3\}$

- 2) Determina el sistema de ecuaciones lineales que determina conjunto de números x para los cuales el gráfico de la función cuadrática está debajo el eje X .



El gráfico interseca con el eje X en $x_1 = -1$ y $x_2 = 3$

Sistema de ecuaciones

$$[1] \ x > -1$$

$$[1] \ x < 3$$

Conjunto de solución como intervalo $[-1; 3]$

Conjunto de solución: $S = \{x \in \mathbb{R}^+ \mid -1 < x < 3\}$

Práctica independiente

Proponer problemas y ejercicios para resolver sistemas de inecuaciones lineales en contextos algebraicos o geométricos y donde se incluyan los símbolos $>$, $<$, $\geq$, $\leq$. Puede utilizar las actividades de la hoja de trabajo de la Clase 9.

Ticket de salida

Determinar conjuntos de números que definen o indefinen una expresión algebraica.

- $\sqrt{2x - 6}$
- $\frac{x}{\sqrt{x+2}}$

Material pedagógico complementario

Clase 1	Tutorial Hoja de trabajo
Clase 2	Tutorial Hoja de trabajo
Clase 3	Tutorial Hoja de trabajo
Clase 4	Tutorial Hoja de trabajo
Clase 5	Tutorial Hoja de trabajo
Clase 6	Tutorial Hoja de trabajo
Clase 7	Tutorial Hoja de trabajo
Clase 8	--
Clase 9	Tutorial Hoja de trabajo