

4º
medio

Aprendo en línea

Priorización Curricular

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Semana 8
Clase 31

Matemática



El objetivo de esta clase es aplicar la función cuadrática mediante el modelamiento del cambio cuadrático.

Trascribe esta guía en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase. Necesitarás el Texto del estudiante y el Cuaderno de actividades. De igual manera, al final de este documento se adjuntan las páginas necesarias de ambos libros, para que puedas desarrollar esta guía.



• Recordemos que:

La función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ como modelo matemático permite representar fenómenos naturales, como la altura de un cuerpo respecto del tiempo al lanzarlo verticalmente, o bien, en caída libre, así como problemas de optimización, cuyo objetivo es encontrar el valor de la variable independiente x para que la variable dependiente y sea máxima o mínima, como el precio de venta de un producto para obtener una ganancia máxima.

Se debe considerar que los valores que pueden tomar ambas variables están determinados y restringidos por las características que describen. Por ejemplo, si una de las variables es el tiempo, esta magnitud no puede tener valores negativos. Así, en la gráfica se debe contemplar solo los valores permitidos en cada variable.

Ejemplo:

La señora Laura desea vender empanadas y necesita determinar cuál debe ser el precio de venta para obtener la mayor ganancia. El precio debe ser tal que permita cubrir los costos de producción y el trabajo realizado.

Si se ha calculado que la ganancia obtenida está dada por la función

$G(p) = -\frac{1}{5}p^2 + 350p - 100\,000$, donde p el precio en que se vende cada empanada (en pesos).

Determinemos cual será la ganancia, si la señora Laura vende cada empanada a \$ 1 000. Para cumplir con este objetivo, debes evaluar la función en $p = 1\,000$, es decir:

$$G(1\,000) = -\frac{1}{5} \cdot (1\,000)^2 + 350 \cdot 1\,000 - 100\,000 = 50\,000.$$

Si la señora Laura, decide vender las empanadas a \$ 400, para obtener las utilidades que tendría, entonces debes evaluar la función $G(p)$ para el valor de $p = 400$.

En el contexto del problema, al observar la función cuadrática que representa a la ganancia en función del precio de venta p , podríamos determinar exactamente el precio a la cual deberíamos vender cada empanada para maximizar las ganancias, con el solo hecho de determinar el vértice de esta función cuadrática, el cual estaría dado por $(875,53\,125)$, lo cual concluye que la Señora Laura debe vender cada empanada a \$875 para obtener una máxima ganancia de \$53 125.

Desarrollo



Escribe y resuelve en tu cuaderno, cada una de las siguientes actividades.

Actividad 1

Jorge analiza los precios y la cantidad de productos vendidos para fijar el precio de venta de sus artesanías. Él ha observado que, de acuerdo a la demanda, la cantidad de productos vendidos disminuye al aumentar su precio de venta, según la función $x(v) = -0,20v + 500$, donde x corresponde a la cantidad de artesanías y v al precio de venta. Como corresponde, el ingreso total I , obtenido en la venta respecto de la cantidad de productos vendidos x , está dado por la función $I(x) = vx$.

¿A qué precio debe vender Jorge, cada uno de sus productos para tener el máximo de ingresos con la venta?

a) Expresa el ingreso total en función del precio de venta v .

b) Calcula el vértice de la parábola de la función $I(v)$.

c) ¿Qué indica la primera componente del vértice? Interpreta.

d) ¿Qué indica la segunda componente del vértice? Interpreta.

e) ¿Qué puedes concluir?

Actividad 2

El ancho de un rectángulo tiene una medida de x cm, mientras que el largo tiene una medida de $(20 - x)$ cm. Si el área del rectángulo corresponde al producto entre su ancho y su largo, entonces:

a) ¿Qué función representaría al área A del rectángulo respecto de su ancho x ?

b) ¿Qué medida debe tener el ancho del rectángulo para que su área sea máxima?, ¿cuánto medirá su área máxima?

c) ¿Cuánto deberá medir el largo del rectángulo?

Actividad 3

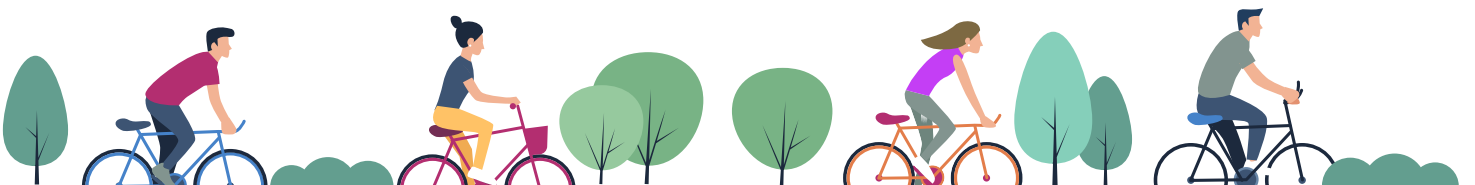
Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto A desde el suelo, con una rapidez inicial de 15 m/s. Al mismo tiempo, se deja caer otro objeto B (con rapidez inicial 0 m/s) desde una altura de 30 m. La altura y de los objetos en cada instante t está dada por $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$, donde y_0 corresponde a la altura inicial, v_0 a la rapidez inicial del objeto y g a la aceleración de gravedad terrestre, que se puede aproximar a 10 m/s².

a) ¿Cuál es la función que representa la altura de los objetos A y B respecto del tiempo?

b) ¿En qué instante el objeto A alcanza la altura máxima?, ¿a qué altura corresponde?

c) ¿En qué instante los objetos A y B llegan al suelo?

d) ¿En qué instante ambos objetos alcanzan la misma altura? y ¿a qué altura corresponde? Explica qué procedimiento utilizaste para encontrarla.



Cierre



Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

Una piedra es arrojada por una persona verticalmente hacia arriba y su trayectoria está descrita por la expresión $h(t) = 4t - t^2 + 2$. donde h es altura en metros y t es el tiempo medido en segundos. Con esta información no podemos afirmar que:

- a) cuando ha transcurrido un segundo la piedra tiene una altura de 5 metros.
- b) la piedra alcanza una máxima altura de 6 metros.
- c) la piedra alcanza su máxima altura a los 2 segundos.
- d) la piedra cae exactamente a los 5 segundos al suelo.
- e) que al tercer segundo la piedra viene en descenso.

2

La base de un triángulo tiene una medida de x cm y su altura es de $(6 - x)$ cm, entonces, el área de este triángulo está dada por la expresión:

- a) $A(x) = x^2 - 6$
- b) $A(x) = 6 - x^2$
- c) $A(x) = 6x - x^2$
- d) $A(x) = 3x - \frac{x^2}{2}$
- e) $A(x) = \frac{x^2}{2} - 3x$

3

El ancho de un terreno rectangular está dado por $(x + 4)$ metros y su largo está dado por la expresión $(100 - x)$ metros. ¿Qué medida debe tener el ancho para que este terreno tenga la máxima superficie posible?

- a) 46 m
- b) 48 m
- c) 52 m
- d) 54 m
- e) 56 m

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego identifica tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.