

## Actividad 4: Circuitos de corriente alterna mediante números complejos

### PROPÓSITO

Se pretende que los estudiantes entiendan y apliquen conceptos avanzados de electricidad, por medio de herramientas matemáticas. El foco está en que resuelvan problemas utilizando los números complejos. En el proceso, deberán representar y aplicar la operatoria básica de números complejos, como la adición y la sustracción. Esa aplicación se vincula con circuitos de corriente alterna, al hacer el cálculo de impedancias mediante vectores que tienen componentes reales e imaginarias. Además, al aplicar razones trigonométricas, se determina las fases entre intensidades y voltajes en circuitos de corriente alterna.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 1.** Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos  $C$ , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

**OA a.** Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

**OA g.** Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.

### Actitudes

- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

**Duración:** 6 horas pedagógicas

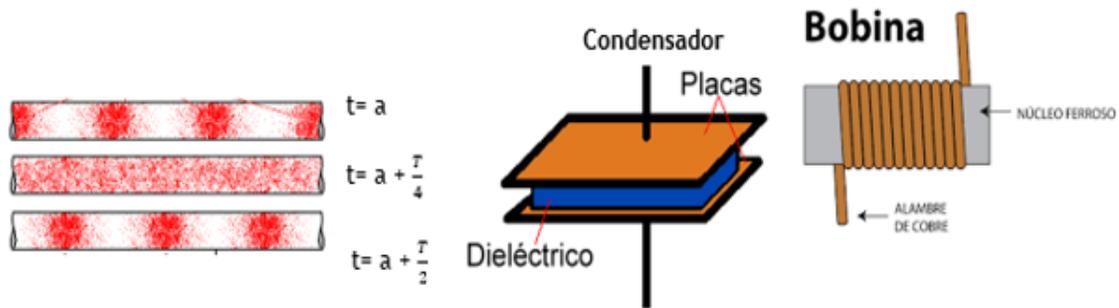
## DESARROLLO

### REPRESENTAR IMPEDANCIAS

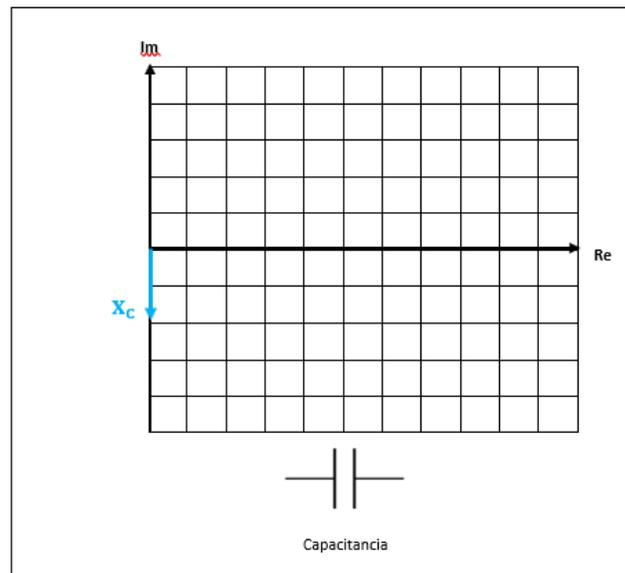
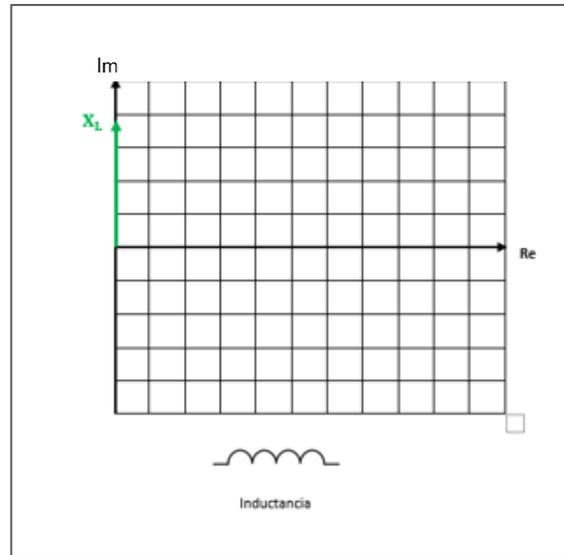
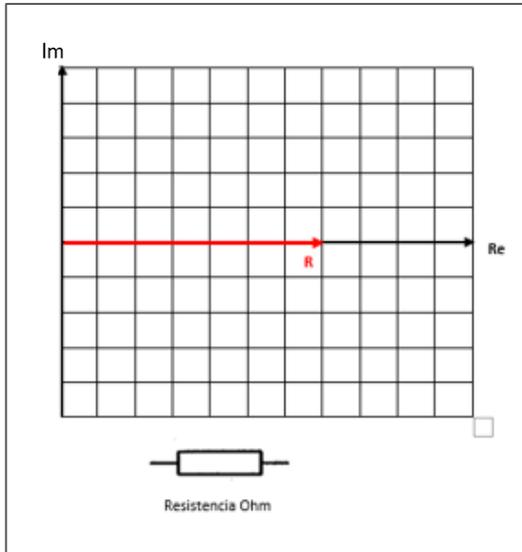
1. Formen grupos de 3 o 4 integrantes y discutan el siguiente texto e imagen:

“La imagen siguiente muestra el movimiento oscilante de los electrones en un conductor que transporta corriente alterna. Allí hay lugares de acumulación de electrones y de déficit de electrones, que se reparten en el conductor según la frecuencia del generador de la fuente de corriente alterna. Debido a que puede almacenar y descargar electrones, un condensador conectado en un circuito alterno no deja pasar libremente los electrones, pero sí los deja oscilar y tiene la propiedad de una resistencia llamada “capacitancia”. Una bobina en un circuito de corriente alterna tiene, además de su “resistencia de Ohm”, una inductividad que disminuye la intensidad de la corriente. Este efecto de resistencia se llama “inductancia”.

Conexión interdisciplinaria:  
**Ciencias para la Ciudadanía**  
 OA f,  
 3° y 4° medio



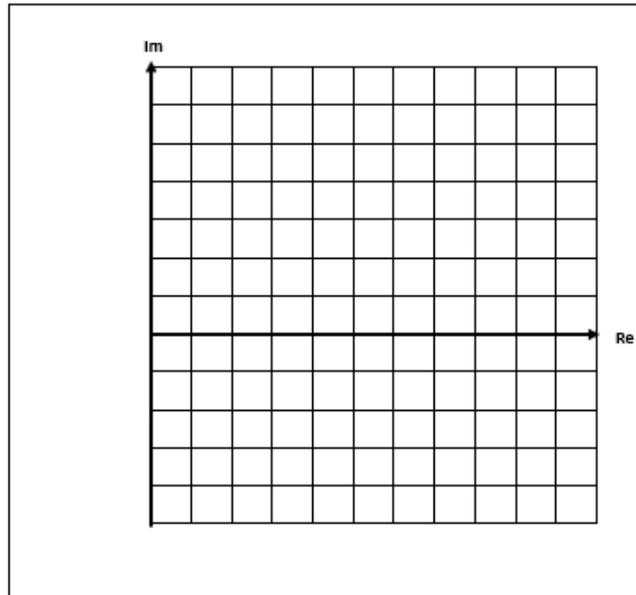
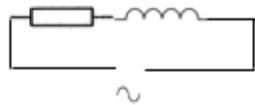
- a. Identifiquen los elementos de la imagen que menciona el texto.
  - b. Revisen que se haya especificado todos los elementos.
2. Lean ahora lo siguiente: “En un circuito de corriente alterna con resistencia de Ohm, el condensador y la bobina en serie no suman la resistencia, la inductancia y la capacitancia como magnitudes escalares a una “resistencia” total. Ello se debe a que la inductancia y la capacitancia tienen una propiedad imaginaria de resistencia: contrariamente a la resistencia de Ohm, en ellas no se transforma energía eléctrica en calor y tienen solamente el efecto de disminuir la intensidad de la corriente alterna”.
    - a. Imagina la relación del texto con el plano complejo.
    - b. Genera un dibujo preliminar con las ideas del párrafo anterior.
  3. Con la siguiente explicación, identifica los elementos del plano cartesiano: Se representa la resistencia Ohm, la inductancia y la capacitancia mediante vectores en un plano de números complejos. Las resistencias de Ohm ‘ $R$ ’ se representan en el eje real en dirección positiva, las inductancias ‘ $X_L$ ’ en el eje imaginario en dirección positiva y las capacitancias ‘ $X_C$ ’ en dirección negativa del eje imaginario. Cualquier suma de los vectores se llama impedancia ‘ $Z$ ’ en un circuito de corriente alterna. Todas las componentes de las impedancias se miden y se expresan en Ohm con el símbolo ‘ $\Omega$ ’.



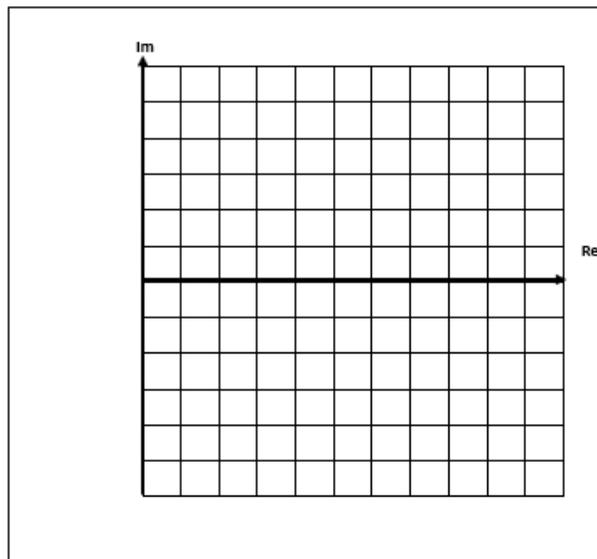
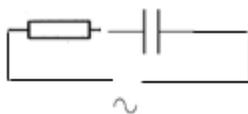
4. Consideremos las siguientes conexiones de  $R$ ,  $X_L$  y  $X_C$  en serie.

Determinen gráficamente el vector de la impedancia  $Z$ . Una unidad en el plano de impedancias corresponde a  $10\Omega$ . Elijan los ejes y una escala favorable.

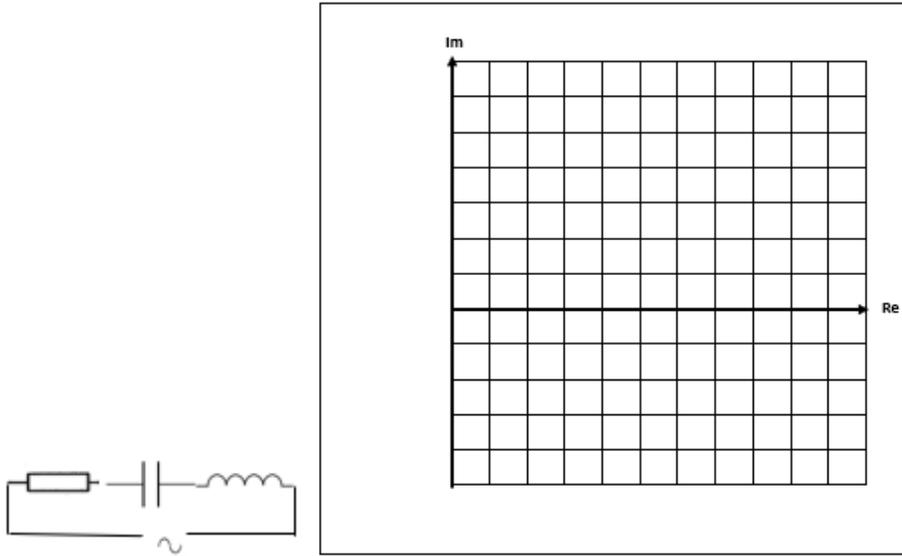
a.  $R = 80\Omega$ ,  $X_L = 60\Omega$



b.  $R = 70\Omega$ ,  $X_C = 40\Omega$



c.  $R = 60\Omega$ ,  $X_L = 60\Omega$ ,  $X_C = 20\Omega$



5. Calculen el valor numérico de todas las impedancias y compárenlo con el resultado gráfico.
6. En un circuito de corriente alterna, están conectadas en serie una “resistencia Ohm” de  $40\Omega$ , una bobina con la inductancia de  $X_L = 60\Omega$  y un condensador de capacitancia desconocida. Se mide una impedancia de  $Z = 50\Omega$ .
  - a. Dibujen los tres vectores en el plano complejo.
  - b. Determinen gráficamente el vector de la capacitancia desconocida.
  - c. Calculen el valor de la capacitancia.

### EL PLANO COMPLEJO, LOS VECTORES DE RESISTENCIA, LA INDUCTANCIA Y LA CAPACITANCIA

En un circuito de corriente alterna con una sola bobina y sin considerar la muy pequeña resistencia Ohm de ella, el voltaje en la bobina antecede a la intensidad de la corriente por un cuarto del período. La intensidad de la corriente se representa en el eje real del plano complejo. Esto significa que el voltaje se representa en el plano complejo mediante un vector en dirección positiva del eje imaginario.

Por otra parte, el voltaje sucede en el condensador a la intensidad de la corriente por un cuarto de periodo, lo que significa que el voltaje se representa mediante un vector en la dirección negativa del eje imaginario. Si en un circuito de corriente alterna hay una considerable resistencia Ohm, se produce un desfase entre el voltaje y la corriente, que se determina mediante el ángulo  $\phi$  entre la impedancia  $Z$  y el eje real del plano complejo.

1. Un circuito en serie de corriente alterna tiene una resistencia  $R = 107\Omega$ , una inductancia de  $X_L = 157\Omega$  y una capacitancia de  $X_C = 72\Omega$ . Grafiquen los vectores de la resistencia, la inductancia y la capacitancia en el plano complejo.

- Determinen gráficamente el vector de la impedancia  $Z$ .
- Determinen algebraicamente el valor de la impedancia.
- Determinen gráficamente el desfase entre el voltaje y la intensidad de la corriente.
- Determinen algebraicamente el desfase y contrasten el resultado con el gráfico.
- Tanto la inductancia como la capacitancia dependen de la frecuencia  $f$  de la corriente alterna. Se calcula la inductancia de la siguiente manera:

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L \quad (L \text{ es la inductividad de la bobina, dependiente del diseño})$$

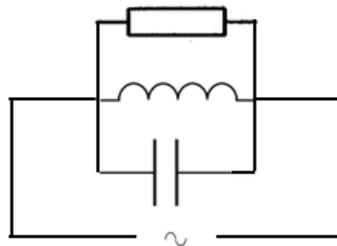
$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad (C \text{ es la capacidad del condensador})$$

Determinen la frecuencia para la cual la impedancia toma un valor mínimo.

### LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA PARA LA IMPEDANCIA

- Como desafío, se puede considerar una conexión paralela de la resistencia  $R$ , la inductancia  $X_L$  y la capacitancia  $X_C$ . Hay que destacar que la actividad es de matemática y, por esta razón, se da la expresión algebraica con la cual se determina la impedancia  $Z$  de este circuito de corriente alterna.

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2$$



- Despejen la expresión algebraica para la impedancia  $Z$ .
- Calculen la impedancia  $Z$  con una resistencia  $R = 107 \, \Omega$ , una inductancia de  $X_L = 157 \, \Omega$  y una capacitancia de  $X_C = 72 \, \Omega$ . Comparen el resultado con la impedancia de la conexión en serie.

## ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Para aplicar operaciones básicas en un contexto de electricidad, se repite en la primera parte de la primera actividad la suma y la resta entre dos números complejos, la representación gráfica mediante vectores, el módulo de números complejos y la razón trigonométrica de la tangente para determinar ángulos que forman vectores con el eje horizontal (Bases Curriculares de 2° Medio). Además, se resuelve una ecuación sencilla entre números complejos, que se puede aplicar en la contextualización para determinar el valor de una capacitancia.
2. Debido a que se requiere tener conocimientos avanzados en electricidad, se recomienda coordinar la actividad matemática con el profesor de Física y, en el caso de un colegio TP, con el profesor de especialidad del rubro “Electricidad/Electrónica”. Se empieza con una breve introducción a la corriente alterna y se explica la diferencia entre corriente eléctrica continua y corriente eléctrica alterna. Se informa a los alumnos que la propiedad de los componentes de resistencias de un circuito de corriente eléctrica alterna, conectados en serie, se modela matemáticamente con vectores en un plano complejo, y para ello se aplica las reglas de sumar, restar y determinar los módulos y ángulos entre el vector y el eje de los números reales.
3. En la primera actividad del trabajo en grupos, se determina gráfica y simbólicamente una capacitancia desconocida, para lo cual aplican el teorema de Pitágoras y forman una suma de vectores. El desafío de la actividad 2 consiste en reconocer que la expresión algebraica del valor de la impedancia  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  con valor de  $R$  fijo y  $X_L$  y  $X_C$  dependiente de  $2\pi \cdot f$ , tiene un valor mínimo para  $X_L - X_C = 0$ . Se desarrolla la frecuencia  $f$  para la cual ocurre esta situación.
4. Se sugiere el siguiente indicador para evaluar formativamente los aprendizajes:
  - Utilizan los números complejos y su operatoria para resolver problemas en modelos relacionados con los circuitos eléctricos.

## RECURSOS Y SITIOS WEB

*Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:*

- Explicación y definiciones de circuitos  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.areatecnologia.com/electricidad/circuitos-de-corriente-alterna.html>
- Explicación sobre la impedancia compleja  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/impcom.html>
- Circuitos en serie de corriente alterna, notaciones y fórmulas  
[https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.proyecto987.es/corriente\\_alterna\\_9.html](https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.proyecto987.es/corriente_alterna_9.html)