1º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 11

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

En esta clase recordaremos algunos conceptos relacionados con los números racionales y su representación como fracción. También recordaremos algunas propiedades de las potencias.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

Para comenzar, recordemos algunos conceptos, dado que cualquier número decimal lo podemos escribir como fracción, no podemos olvidar que:

Conceptos

Para **multiplicar números racionales** debes tener en cuenta lo siguiente:

- Si son **números decimales**, los multiplicas de manera habitual, considerando que la posición de la coma decimal se desplaza, de derecha a izquierda, tantos lugares como cifras decimales tenga cada número decimal.
- Si están representados como **fracciones**, simbólicamente resuelves.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \text{ donde } a, b, c, d \in \mathbb{Z}, \text{ con } b \neq 0, d \neq 0.$$

También tengamos presente lo que se definió hace unas clases atrás:

Conceptos

Si el **exponente de una potencia de base natural** es un número entero negativo, su valor será igual al del inverso multiplicativo de la potencia cuyo exponente es positivo.

Simbólicamente: Si $n \in \mathbb{N}$ y $a \in \mathbb{N}$, entonces $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Esta propiedad también se cumple si la base de la potencia es un número entero distinto de cero.

Actividad 1

Según lo visto, calcula:

1) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2} =$

2) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} =$

Según los conceptos anteriores, entonces podemos asegurar lo siguiente:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Actividad 2

Utiliza la propiedad anterior para resolver, del texto del estudiante, los ítems 1 (letras a y c) y 9 de la **página 48 y 49**, respectivamente.

Cierre

Evaluación de la clase
Marca con una X la letra de la alternativa correcta.

1 Al desarrollar $\left(\frac{-5}{4}\right)^{-3}$ se obtiene:

A. $\frac{-125}{64}$

B. $\frac{-64}{125}$

C. $\frac{125}{64}$

D. $\frac{64}{125}$

2 Al calcular $0{,}12^{-2}$, se obtiene:

A. $\frac{9}{625}$

B. $\frac{50}{9}$

C. $\frac{625}{9}$

D. $\frac{9}{50}$

3 El resultado de $0{,}\overline{3}^{-4} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{2}$ es:

A. 4

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{4}{81}$

D. $\frac{81}{4}$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: __________________________________.

1º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

- En la actividad anterior pudiste notar que las medidas de los lados de los triángulos se podían escribir como multiplicación iterada. Este resultado motiva el uso de **potencias con base racional** (que puede ser fraccionaria o decimal).

Conceptos

Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$, la **potencia** de base $\frac{a}{b}$ y exponente n, con $n \in \mathbb{N}$, se define como:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n\text{ - veces}}$$

Como un número racional se puede representar como el cociente de dos números enteros, en el caso de una **potencia de base racional**, se tiene que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo 1

Calcula el valor de las potencias $0{,}5^3$, $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$, $\left(-\frac{5}{2}\right)^4$.

- $0{,}5^3 = 0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5$ → Desarrollas la potencia.

  $= 0{,}25 \cdot 0{,}5$ → Multiplicas sucesivamente los números decimales.

  $= 0{,}125$

  Otra manera de calcular el valor de la potencia es expresando los números decimales en su forma fraccionaria:

  $$0{,}5^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

- $\left(-\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{-4}{3} \cdot \frac{-4}{3} \cdot \frac{-4}{3}$ → Desarrollas la potencia.

  $= \frac{16}{9} \cdot \frac{-4}{3}$ → Aplicas la propiedad del producto de fracciones respetando la regla de los signos.

  $= \frac{-64}{27}$

- $\left(-\frac{5}{2}\right)^4 = \left(\frac{-5}{2}\right) \cdot \left(\frac{-5}{2}\right) \cdot \left(\frac{-5}{2}\right) \cdot \left(\frac{-5}{2}\right)$ → Desarrollas la potencia.

  $= \frac{25}{4} \cdot \frac{25}{4}$ → Aplicas la propiedad del producto de fracciones respetando la regla de los signos.

  $= \frac{625}{16}$

¿Qué propiedad de las potencias de base entera negativa se podría haber aplicado en las últimas dos potencias del ejemplo 1?

En el **triángulo de Sierpinski**, ¿qué medidas se podrían escribir como potencias de base fraccionaria y exponente natural? Comenta con un compañero o una compañera.

Waclaw Sierpinski

1882 -1969

Fue un matemático polaco que, entre sus aportes, estudió la teoría de la curva que describe un camino cerrado que contiene todos los puntos interiores de un cuadrado.

Atención

Recuerda que:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

con a, b números enteros distintos de cero.

Conceptos

Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$ y $n \in \mathbb{N}$, entonces: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$.

Ejemplo 2

¿Cuál es el valor de $0,\overline{3}^{-3}$? Justifica tu respuesta aplicando propiedades de potencias de base entera y exponente entero.

Usando directamente la propiedad, se tiene: $0,\overline{3}^{-3} = \left(\frac{3}{9}\right)^{-3} = \left(\frac{9}{3}\right)^{3} = 3^3 = 27$.

Aplicando las propiedades de las potencias de base entera:

$0,\overline{3}^{-3} = \left(\frac{3}{9}\right)^{-3}$ → Expresas el número decimal periódico en fracción.

$= \frac{3^{-3}}{9^{-3}}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= 3^{-3} : 9^{-3}$ → Escribes como una división.

$= \frac{1}{3^3} : \frac{1}{9^3}$ → Aplicas la propiedad de la potencia con exponente negativo y base entera.

$= \frac{9^3}{3^3}$ → Calculas la división de fracciones.

$= \left(\frac{9}{3}\right)^{3}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= 3^3 = 27$

Respuesta: El valor de $0,\overline{3}^{-3}$ es 27.

Atención

Recuerda que para expresar un número decimal periódico en su forma fraccionaria, en el denominador se deben poner tantos nueves como cifras tenga el período, y en el numerador, el número con el período, sin considerar la coma decimal, menos el número formado por la parte entera. Luego, si es el caso, simplificas.

Por ejemplo:

$$0,\overline{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$1,\overline{21} = \frac{121-1}{99} = \frac{120}{99} = \frac{40}{33}$$

Para representar números decimales como una fracción, ¿qué otro procedimiento utilizarías?

Conceptos

Una **potencia de base un número racional distinto de cero con exponente 0** es igual a 1.

Simbólicamente: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^{0} = 1$.

Ejemplo 3

¿Cuál es el valor de $\left(-\frac{2}{7}\right)^{0}$? Justifica tu respuesta aplicando propiedades de potencias que tienen como base entera y exponente un número entero.

Usando directamente la propiedad, se tiene que: $\left(-\frac{2}{7}\right)^{0} = 1$.

Otra manera es usar las propiedades de las potencias de base entera:

$\left(-\frac{2}{7}\right)^{0} = \frac{(-2)^0}{7^0}$ → Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= \frac{1}{1} = 1$ → Aplicas la propiedad de la potencia de exponente 0 y base entera.

Respuesta: El valor de $\left(-\frac{2}{7}\right)^{0}$ es 1.

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Escribe cada potencia con exponente positivo.

a. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$ **b.** $\left(-0{,}4\overline{3}\right)^{-8}$ **c.** $\left(-\frac{10}{9}\right)^{-1}$

2. Calcula el valor de cada potencia.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^{0}$ **c.** $\left(-\frac{3}{8}\right)^{4}$ **e.** $0{,}03^{2}$

b. $\left(\frac{-1}{6}\right)^{3}$ **d.** $0{,}4^{2}$ **f.** $(-0{,}2)^{2}$

3. Remplaza en cada expresión $a = 3$, $b = 2$, $c = -2$, calcula y simplifica cada vez que sea necesario.

a. $\left(\frac{a}{b}\right)^{3} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{c}$ **b.** $\frac{1}{b} + \left[\left(\frac{14}{a}\right)^{-c}\right]^{-1}$ **c.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{b} - \left(\frac{3}{7}\right)^{c} + \frac{1}{a}$

4. Completa para que se cumpla cada igualdad.

a. $\left(-\frac{1}{3}\right)^{\square} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{5}$ **b.** $\left[(0{,}125)^{2}\right]^{\square} = 8^{8}$ **c.** $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-3} = \left(-\frac{4}{7}\right)^{\square}$

5. Observa el siguiente desarrollo de propiedades de las potencias presentado por dos alumnos de 1º medio.

Alejandro

Presenta el siguiente desarrollo: $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$

Beatriz

Presenta el siguiente desarrollo: $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$

¿Quién tiene la razón? Justifica tu respuesta.

6. Comprueba que se cumplen las siguientes igualdades.

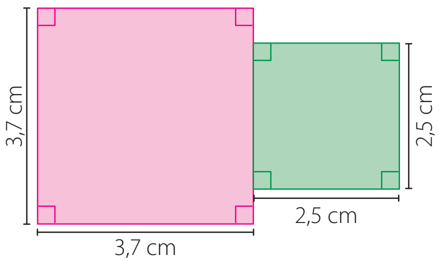
a. $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{0}\right]^{3} = 1$ **b.** $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{2}\right]^{3} = \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{3}\right]^{2}$

7. Opera de forma separada en ambos lados de la desigualdad para demostrar que la potenciación no es distributiva respecto de la adición y la sustracción.

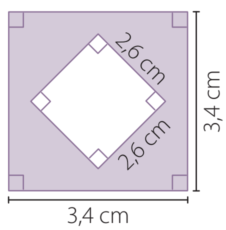
a. $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)^{2} \neq \left(\frac{1}{3}\right)^{2} + \left(\frac{2}{5}\right)^{2}$ **b.** $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right)^{2} \neq \left(\frac{3}{4}\right)^{2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{2}$

8. Geometría Calcula el área de la región sombreada en cada caso.

a.



b.



9. **Resuelve el siguiente problema.**

La profesora copió la siguiente información en la pizarra: El virus del sida mide aproximadamente $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ cm y el de la influenza, $1 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^5$ cm aproximadamente. Ella pidió a sus estudiantes que determinen cuál de los dos virus tiene mayor tamaño. Si todos la resolvieron correctamente, ¿cuál fue la respuesta?

10. **Junto con un compañero o una compañera realicen la siguiente actividad. Consideren el triángulo equilátero de Sierpinski de la página 44.**

a. Si el perímetro de la figura inicial es a, ¿cuánto mide el perímetro de cada uno de los triángulos blancos de las figuras 0, 1 y 2?

b. ¿Cuánto mide el perímetro de cada uno de los triángulos blancos de la figura n?

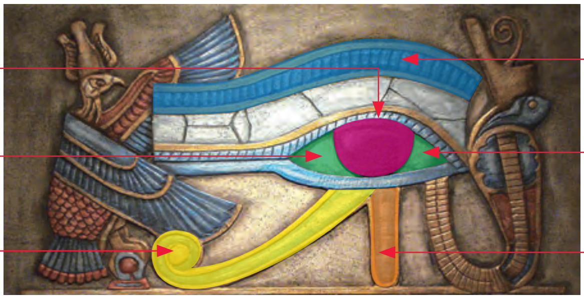
11. Ciencias Sociales **Analiza la siguiente información y luego responde.**

Cuenta la historia que en una batalla egipcia el ojo de Horus fue seccionado en distintas partes, las cuales fueron denominadas "fracciones del ojo de Horus", como se muestra a continuación:

Pupila $\frac{1}{4}$

Parte derecha de la pupila

Parte inferior diagonal bajo el ojo $\left(\frac{1}{2}\right)^5$



Cejas

Parte izquierda de la pupila $\frac{1}{2}$

Parte inferior vertical del ojo 2^{-6}

a. La fracción de la parte derecha de la pupila se relaciona con elevar a la cuarta la fracción de la parte izquierda de la pupila, ¿cuál es dicha fracción?

b. Si la ceja corresponde al valor de la potencia 2^{-3}, ¿a cuánto corresponde dicho valor?

c. ¿Cuál es la fracción de la parte inferior vertical bajo el ojo?

d. ¿Cuál de todas las fracciones es la menor? ¿A qué parte del ojo de Horus corresponde?

e. Si todas las fracciones del ojo de Horus se relacionan con la expresión $\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$, ¿qué valores podría tener n? Explica.

Ejercita lo estudiado
Cuaderno de ejercicios
Página 17

Reflexiona sobre tu trabajo

- Explica con tus palabras lo que entiendes por potencia con base racional y exponente entero.

____

- ¿Cómo mejorarías el trabajo grupal con tus compañeros?

____

Me desafío

1 El dueño de una parcela desea construir un estanque cúbico cuya capacidad sea de 30 000 litros. ¿Cuánto debería medir la altura del estanque?

R: ____________________

2 La longitud del lado de un cuadrado es 7,5 cm. ¿Cuál es el área de su superficie?

R: ____________________

3 El volumen de un cubo es 729 m^3. ¿Cuál es la longitud de su arista?

R: ____________________

4 Si el área de la superficie de un cubo es 54 cm^2, ¿cuál es la longitud de su arista?

R: ____________________

5 Si la arista de un cubo es 4,8 cm, ¿cuál es su volumen?

R: ____________________

6 El área de la superficie de un cuadrado es 75 cm^2. ¿Cuál es la longitud de su arista y de su perímetro?

R: ____________________

7 La longitud de los lados de un rectángulo es $\left(3\sqrt[a]{2}+4\right)$cm y $7\sqrt[a]{2}$cm. ¿Cuáles son su área y su perímetro?

R: ____________________

8 ¿Cuál es la longitud de la diagonal de un rectángulo si sus lados miden $\sqrt{30}$ cm y $3\sqrt{5}$ cm?

R: ____________________

9 Una empresa de productos en conserva debe etiquetar los tarros cilíndricos para un nuevo producto. Si la altura de los tarros es 13 cm y el radio de su base es 5 cm, ¿qué dimensiones tendrán las etiquetas si estas deben estar ubicadas a 0,3 cm de la base?

R: ____________________

10 ¿Cuál es el menor número que debemos sumar a 9998 para que su raíz cuadrada entera tenga tres cifras?

R: ____________________

11 Si el volumen (V) de una esfera es 864 cm^3 y $\pi \approx 3$, ¿cuál es la medida del radio (r) de la esfera? Recuerda que el volumen (V) de una esfera de radio (r) se puede calcular utilizando $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

R: ____________________

12 Los lados de un rectángulo miden $3\sqrt{3}$cm y $4\sqrt{3}$ cm. ¿Cuánto mide su diagonal?

R: ____________________

13 Para aproximar raíces cúbicas, podemos utilizar la fórmula:

$$\sqrt[3]{n} \approx \frac{n + \left(\frac{n + x^3}{2x^2}\right)^3}{2\left(\frac{n + x^3}{2x^2}\right)^2}$$

Donde n es el número cuya raíz queremos calcular y x es la menor aproximación entera de ella. Verifica esta fórmula para los siguientes valores y comprueba con una calculadora los resultados obtenidos.

a. $\sqrt[3]{15}$

R: ____________________

b. $\sqrt[3]{34}$

R: ____________________

____

c. $\sqrt[3]{18}$

R: ____________________

14 Un padre reparte entre sus dos hijos un terreno de la siguiente manera: al primero le entrega un terreno de forma rectangular de largo $\sqrt{18}$ m y ancho es $\sqrt{12}$ m, mientras que al segundo le regala un terreno cuyas dimensiones son $\sqrt{15}$ m de largo y $\sqrt{6}$ m de ancho. ¿Cuál es el área de cada uno de los terrenos que reciben sus hijos?

R: ____________________

Tema 3 ¿Qué son los logaritmos?

Practico

1 Escribe las siguientes igualdades utilizando la notación de logaritmo.

a. $2^3 = 8$ ________________

b. $7^4 = 2401$ ________________

c. $3^5 = 243$ ________________

d. $0{,}6^3 = 0{,}216$ ________________

e. $32^{0{,}2} = 2$ ________________

f. $343^{\frac{1}{3}} = 7$ ________________

g. $\left(\frac{5}{6}\right)^6 = \frac{15\,625}{729}$ ________________

h. $\left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{1024}$ ________________

2 Escribe los siguientes logaritmos utilizando notación de potencia.

a. $\log_5 25 = 2$ ________________

b. $\log_2 64 = 6$ ________________

c. $\log_7 16\,807 = 5$ ________________

d. $\log_{0{,}25} 0{,}0625 = 2$ ________________

e. $\log_{17} 1 = 0$ ________________

f. $\log_{125} 25 = \frac{2}{3}$ ________________

g. $\log_{\frac{3}{5}} \left(\frac{81}{625}\right) = 4$ ________________

3 Explica si los logaritmos se pueden o no calcular. En caso de que se pueda, hazlo y luego escribe una conclusión para cada caso.

a. $\log_5 1$
R: ________________________

b. $\log_1 7$
R: ________________________

c. $\log_8(-64)$
R: ________________________

d. $\log_5 0$
R: ________________________

4 Calcula el valor de los siguientes logaritmos.

a. $\log_2 128 =$ ________________

b. $\log_3 81 =$ ________________

c. $\log_8 \frac{1}{512} =$ ________________

d. $\log_{0{,}0256} \frac{64}{15\,625} =$ ________________

e. $\log_{\frac{4}{5}} 0{,}512 =$ ________________

f. $\log_{5^{-1}} 0{,}008 =$ ________________

5 Calcular el valor de x en las expresiones dadas.

a. $\log_2 32 = x$ x= ________________

b. $\log_{0{,}25} x = \frac{1}{2}$ x= ________________

c. $\log_{27} 3 = \frac{1}{x}$ x= ________________

d. $\log_{\frac{10}{3}} x = \frac{10\,000}{81}$ x= ________________

e. $\log_x \frac{1}{4} = -1$ x= ________________

f. $\log_{\frac{6}{5}} \left(\frac{625}{1296}\right) = x$ x= ________________

g. $\log_x \frac{1}{512} = 3$ x= ________________

6 Determina el valor de las siguientes expresiones logarítmicas.

a. $\log_2 8 - 2\log_3 81 + \log_5 125 =$ ________________

b. $3\log_{\frac{4}{3}} \frac{64}{27} + \log_2 0{,}5 - 4\log_3 9 =$ ________________

c. $-5\log_{64} 8 - 4\log_{\frac{1}{3}} 27 - 2\log_{\frac{3}{4}} \frac{256}{81} =$ ________________

d. $\log_{49} 7 + 3\log_{125} 5 - \log_{0{,}8} \frac{25}{16} =$ ________________

e. $\log_7 \frac{1}{343} + 7\log_7 2401 - \log_7 16807 =$ ________________

f. $3\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} + \log_{\frac{1}{3}} 1 - \log_{0{,}\overline{3}} \frac{1}{81} =$ ________________

g. $-\log_2 \frac{1}{2} + \log_{625} \frac{1}{5} - \log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} =$ ________________

Me desafío

1 Estima el valor de cada logaritmo considerando $\log 2 \approx 0{,}30$; $\log 3 \approx 0{,}48$; $\log 5 \approx 0{,}70$; $\log 7 \approx 0{,}85$ y $\log 17 \approx 1{,}23$.

a. $\log 72 \approx$ ______

b. $\log 12{,}5 \approx$ ______

c. $\log_{49} 15 \approx$ ______

d. $\log 1225 \approx$ ______

e. $\log \frac{27}{119} \approx$ ______

f. $\log_{17} 30 \approx$ ______

g. $\log \frac{84}{25} \approx$ ______

h. $\log 476 \approx$ ______

i. $\log 10{,}2 \approx$ ______

2 Si $\log 2 = x$ y $\log 5 = y$, determina el valor de $\log 250$ en función de x e y.

R: ______

Nota: El pH es una medida de acidez o alcalinidad de una disolución. Este valor se puede determinar utilizando la fórmula

$pH = -\log[H_3O^+]$.

Se dice que una solución:

- es neutra si el pH =7,
- es ácida si pH <7,
- es alcalina si pH >7.

3 Utilizando la información anterior, calcula el pH de las siguientes sustancias e indica si son ácidas o alcalinas.

a. Vinagre: $[H_3O^+] = 6{,}3 \cdot 10^{-3}$.

R: ______

b. Ácido nítrico: $[H_3O^+] = 3{,}8 \cdot 10^{-4}$.

R: ______

4 Conociendo el pH de las siguientes sustancias calcula el [H3O+] que contiene cada una.

a. Leche, pH = 6,6.

R: ______

b. Agua de mar, pH = 8,0.

R: ______

5 El crecimiento de un bosque viene dado por la función $M(t)=C \cdot (1+i)^t$, donde M es la madera que habrá dentro de t años, C la madera actual e i la tasa de crecimiento anual. Si i = 0,05 y se mantiene constante, calcula el tiempo que tardará en triplicarse la madera del bosque.

R: ______

Nota: En Chile, a partir del año 2012 se estableció la ley de "Tolerancia 0" al alcohol, con la que se redujo a 0,3 g/L de sangre la concentración de alcohol considerada como "estado de ebriedad". Se estima que el riesgo de sufrir un accidente (en porcentaje) se relaciona con la concentración de alcohol mediante la siguiente fórmula: $R = 6e^{kx}$. Utiliza esta información para responder las preguntas 6 a 9.

6 Se estima que una concentración de 0,04 g/L de alcohol en la sangre (x = 0,04) corresponde a un riesgo del 10 % (R = 10). Determina el valor de la constante k.

R: ______

7 Una persona que, de acuerdo con la ley chilena, conduce en estado de ebriedad, ¿qué riesgo tiene de sufrir un accidente?

R: ______

8 Si una persona presenta el doble de concentración de alcohol que otra, ¿cuánto mayor es su riesgo de accidente?

R: ______

9 ¿Para qué concentración de alcohol en la sangre se puede estimar un riesgo de accidente del 100 %?

R: ______

10 La cantidad de milígramos de un medicamento que queda en la sangre transcurridas t horas de haberlo consumido se calcula mediante la fórmula $C = 10e^{-0{,}2t}$.

a. ¿Cuántos miligramos del medicamento hay en la sangre luego de una hora?

R: ______

b. Si la cantidad de miligramos no puede bajar de 3, ¿cada cuánto tiempo, aproximadamente, debe tomarse el medicamento?

R: ______