

2°
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 41

Matemática



Inicio

El objetivo de esta clase es medir el nivel de avance de nuestros aprendizajes de la unidad de ecuaciones cuadráticas en resolución de problemas.

OA4

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Recordemos que para hallar las soluciones de cualquier ecuación cuadrática, podemos usar la fórmula general la que nos permite mediante los coeficientes a , b y c ; obtener x_1 y x_2 . Veamos un ejemplo:

Hallemos las soluciones de la ecuación $-2x^2 - x + 6 = 0$, identifique los valores de a , b y c y luego apliquemos la fórmula.

$$a = -2 \quad b = -1 \quad y \quad c = 6$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 6}}{2 \cdot (-2)} \Rightarrow \frac{x = 1 \pm \sqrt{1+48}}{-4} \Rightarrow \frac{x = 1 \pm \sqrt{49}}{-4} \Rightarrow \frac{1 \pm 7}{-4}$$

$$x_1 = \frac{3}{2} \quad y \quad x_2 = -2$$



Actividad 1

Utilice el ejemplo anterior para el desarrollo de la **actividad 8** de la **página 120** del Texto del Estudiante.



Las ecuaciones podemos utilizarlas para calcular la suma de los “n” primeros naturales, la cual está dada por la expresión $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$, si nos fijamos esta ecuación es de segundo grado, por lo tanto podemos solucionar ¿Cuántos números naturales se necesitan sumar para obtener un total de 55?

Si nos fijamos la ecuación $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$, la podemos igualar al número que de la suma, es decir, 55. Al desarrollarla nos queda:

$$\frac{n \cdot (n+1)}{2} = 55 \Rightarrow n^2 + n = 110 \Rightarrow n^2 + n - 110 = 0$$

Factorizando ese trinomio obtenemos: $(n + 11) \cdot (n - 10) = 0$, despejando obtenemos dos valores para “n” $n_1 = -11$ y $n_2 = 10$.

Es importante que al resolver problemas las soluciones deben ser pertinentes al problema, en este caso el único valor que nos sirve de n es 10, pues no podemos sumar menos 11 números.



Actividad 2

De acuerdo al ejemplo anterior guíate para desarrollar la **actividad 9** de la [página 120](#) del Texto del Estudiante.



En geometría también se utilizan las ecuaciones cuadráticas para el cálculo de áreas en figuras como los triángulos o cuadriláteros, veamos un ejemplo:

Supongamos que la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10cm y su perímetro es 24cm. ¿Cuáles son las medidas de cada lado del triángulo? Escribamos las ecuaciones respectivas

$$\left. \begin{array}{l} a + b + 10 = 24 \\ a^2 + b^2 = 10^2 \end{array} \right\} \text{Podemos formar un sistema de ecuaciones}$$

$a = 14 - b$, reemplacemos en la segunda

$(14 - b)^2 + b^2 = 100$, operemos algebraicamente e igualemos a cero

$2b^2 - 28b + 96 = 0$, multipliquemos por $\frac{1}{2}$ en ambos lados

$b^2 - 14b + 48 = 0$ Factoricemos

$(b - 6) \cdot (b - 8) = 0$, despejando tenemos

$b_1 = 6\text{cm}$ y $b_2 = 8\text{cm}$, ambos valores sirven, reemplacemos para hallar los dos valores de a

$$\left. \begin{array}{l} a = 14 - 6 \Rightarrow a = 8\text{cm} \\ a = 14 - 8 \Rightarrow a = 6\text{cm} \end{array} \right\} \text{De cualquier forma, obtenemos que las medidas son 8cm y 6cm.}$$



Actividad 3

De acuerdo al ejemplo anterior desarrolla la **actividad 10 y 12** de la **página 120** del Texto del Estudiante.



Las ecuaciones de segundo grado también nos permiten modelar ciertas situaciones de la vida cotidiana relacionadas con el estudio de las ciencias naturales, como lo es en el lanzamiento de un objeto de forma vertical u horizontal, veamos un ejemplo:

La ecuación $15y = -2x^2 + 50x$ modela el comportamiento de un objeto que es lanzado en forma horizontal desde un punto de lanzamiento, supongamos que “y” es la altura que alcanza el objeto y “x” su distancia horizontal. ¿A qué distancia del punto original el objeto vuelve al suelo?

Como “y” corresponde a la altura, para que vuelva a tocar el suelo el objeto la altura debe ser cero, reemplacemos en la ecuación y ordenémosla igualando a cero.

$15y = -2x^2 + 50x$, ordenando tenemos

$2x^2 - 50x = 15y$, si el objeto debe tocar el suelo, entonces $y = 0$; quedando

$2x^2 - 50x = 0$, multipliquemos por $\frac{1}{2}$ en ambos lados

$x^2 - 25x = 0$, saquemos factor común

$x \cdot (x - 25) = 0$, despejando “x” obtenemos

$x_1 = 0\text{mts}$ y $x_2 = 25\text{mts}$, siendo pertinente tomar el segundo valor, es decir, volverá a tocar el suelo el objeto a los 25 metros.



Actividad 4

De acuerdo al ejemplo anterior desarrolla la **actividad 11 y 15** de la **página 120** y la **actividad 16** de la **página 121** del Texto del Estudiante.



No olvidemos que el valor del discriminante de una ecuación cuadrática nos permite saber la naturaleza de sus soluciones y la cantidad posible de éstas. Todo esto con los valores de sus coeficientes, pero ¿Cómo podemos determinar sus soluciones o cantidad si nos falta el valor de uno de los coeficientes? Veamos un ejemplo

Determinemos el valor de “k” en la ecuación $2x^2 - 5x + k = 0$ para que su discriminante sea 17.

Usaremos la fórmula del discriminante cuando vale 17

$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 17$, reemplazando los valores de a, b y c tenemos

$(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot k = 17$, operando nos queda

$$25 - 8k = 17$$

$$-8k = 17 - 25$$

$$-8k = -8$$

$k = 1$, así nuestra ecuación original es $2x^2 - 5x + 1 = 0$



Actividad 5

Ayúdate con el ejemplo anterior para desarrollar la **actividad 13 y 14b** de la **página 120** del Texto del Estudiante.

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Qué valor debe tener “k” de la ecuación $x^2 - 2x + k = 0$ para que el valor del discriminante sea 64?

- a) 15
- b) -10
- c) -15
- d) 10

2

Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 5cm y su perímetro es de 12cm, ¿cuáles son las medidas de los lados faltantes del triángulo?

- a) $a = 3\text{cm}$ y $b = 4\text{cm}$
- b) $a = 1\text{cm}$ y $b = 6\text{cm}$
- c) $a = 2\text{cm}$ y $b = 5\text{cm}$
- d) $a = 1\text{cm}$ y $b = 7\text{cm}$

3

La ecuación $4y = -5x^2 + 125x$ modela el comportamiento de un objeto que es lanzado en forma horizontal desde un punto de lanzamiento. Si se define “y” como la altura (m) que alcanza el objeto y “x” su distancia horizontal (m), ¿a qué distancia del punto original el objeto vuelve al suelo?

- a) 15 m
- b) 10 m
- c) 5 m
- d) 25 m

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

2°
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

- 8** Resuelve las siguientes ecuaciones mediante la fórmula general.
- $x^2 - 5x - 14 = 0$
 - $-x^2 - 11x - 30 = 0$
 - $2x^2 - x - 3 = 0$
 - $x^2 + 12x + 31 = 0$
 - $-2x^2 + 12x - 29 = 0$
 - $3x^2 - 10x + 8 = 0$
- 9** La suma de los primeros n números naturales consecutivos $1, 2, 3, \dots, n$ está dada por la expresión $\frac{n \cdot (n + 1)}{2}$. ¿Cuántos números naturales consecutivos se deben sumar para obtener un total de 300?
- 10 Geometría.** La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 26 cm y su perímetro 60 cm.
- ¿Cuáles son las medidas de cada lado del triángulo rectángulo?
 - ¿A qué corresponde la variable x , en este caso?
 - Escribe la ecuación respectiva.
- 11** La masa de un lobo marino en sus primeros dos años de vida está dada por la relación $4m = a^2 - 4a + 272$, donde m es su masa (en kilogramos) y a es su edad (en meses).
- ¿A qué edad un lobo marino puede llegar a pesar 83 kilogramos?
 - ¿A qué corresponde la variable x , en este caso?
 - Escribe la ecuación respectiva.
- 12** La edad de Jorge es el cuadrado de la de su hija Francisca. En 24 años más, la edad de Jorge será el doble de la de Francisca. ¿Cuántos años tiene actualmente cada uno?
- 13** Si el discriminante de la ecuación $3x^2 - 2x + k = 0$ es 64, ¿cuál es el valor de k ?
- 14** Determina para qué valores de k , la ecuación $x^2 + x = 5k$ tiene:
- Dos soluciones en los números reales.
 - Una solución en los números reales.
 - No tiene soluciones en los números reales.
- 15 Ciencias naturales.** La ecuación $-\frac{1}{100}x^2 + \frac{27}{50}x = 2$ representa la distancia horizontal desde el punto de lanzamiento en que el objeto alcanza los 2 metros de altura.
- Multiplica la ecuación por 100, de modo que quede expresada con coeficientes enteros.
 - Resuelve la ecuación usando los métodos que has aprendido. ¿Cuál es la solución?
 - ¿Cómo se interpreta esta solución en el contexto del problema?

- 16 Ciencias naturales.** La ecuación con dos incógnitas $20y = -3x^2 + 36x$ representa la relación entre la altura y de un objeto y su distancia horizontal x desde el punto de lanzamiento.
- Calcula a qué distancia del punto de lanzamiento el objeto vuelve al suelo.
 - Ahora, calcula a qué distancia del punto de lanzamiento el objeto se encuentra a 3 metros de altura, reemplazando el valor de y en la ecuación. Luego, resolviendo la ecuación de segundo grado obtenida: ¿esta distancia es única?, ¿cómo se interpreta en el contexto del problema?

Me evaluó Evalúa tu trabajo marcando el nivel de desempeño.

Indicador			
 Modelé problemas geométricos, de la vida cotidiana, de ciencias naturales y sociales mediante ecuaciones cuadráticas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
 Resolví algebraicamente las ecuaciones cuadráticas mediante varios métodos, como factorizar, completar el cuadrado y aplicar la fórmula general.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
 Identifiqué y representé casos en los cuales la ecuación cuadrática tiene una sola o ninguna solución.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
 Evalué el proceso y comprobé resultados y soluciones dadas de un problema matemático.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
 Trabajé en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Cuaderno
página 54

Reviso mis metas y estrategias

- Considera las estrategias que escribiste en la página 79: ¿han sido eficaces?, ¿por qué?

- ¿Has podido cumplir las metas que te planteaste? ¿Qué podrías mejorar para lograrlas?
