8º básico

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 42

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

En esta clase aprenderás a multiplicar un polinomio por otro polinomio.
A calcular su producto y aplicarlo en ejercicios o problemas.

OA 6

Trascribe esta guía en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase. Necesitarás del Texto del estudiante y del Cuaderno de actividades. De igual manera, al inal de este documento se adjuntan las páginas necesarias de ambos libros, para que puedas desarrollar esta guía.

Inicio

Recordemos lo que aparece en la **página 73** del *Texto del Estudiante.*

Para **multiplicar expresiones algebraicas** puedes considerar lo siguiente:

- Monomio por monomio:
  se multiplican los coeficientes numéricos de los términos y los factores literales, según corresponda. Ejemplo: $2a^2 \cdot 3a = 6a^3$
- Monomio por polinomio:
  se multiplica el monomio por cada término del polinomio aplicando la propiedad distributiva. Ejemplo: $3m \cdot (4x + 2 - y) = 12mx + 6m - 3my$
- Polinomio por polinomio:
  se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación y luego, de ser posible, se reducen términos semejantes. Ejemplo: $(a + 2) \cdot (3b + c) = a \cdot (3b + c) + 2 \cdot (3b + c) = 3ab + ac + 6b + 2c$

Una expresión algebraica se puede clasificar según la cantidad de términos.

- **Monomio**: un término.
- **Binomio**: dos términos.
- **Trinomio**: tres términos.
- **Polinomio**: generalmente se consideran cuatro o más términos.

- **Propiedad distributiva**
  Si $a, b, c \in \mathbb{Q}$ se cumple:

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$
$$(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$$

- Al multiplicar los factores literales de dos términos se pueden utilizar algunas propiedades de las potencias:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$
$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$
$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

- El producto de a por b se puede representar por:

$$a \cdot b = ab$$

- Al multiplicar 1 o –1 por un término algebraico, el producto se puede representar por:

$$1 \cdot a = a$$
$$-1 \cdot a = -a$$

Veamos cómo se aplica lo aprendido en el ejemplo de las **páginas 71 y 73** del *Texto del Estudiante,* escríbelo en tu cuaderno:

Ejemplo 1

Calcula el producto de $-4x^2$ y $3x^3$.

1. Agrupamos la multiplicación entre los coeficientes numéricos y entre los factores literales.

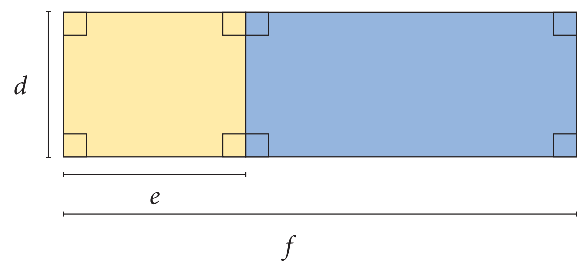
$$(-4x^2) \cdot (3x^3) = (-4 \cdot 3) \cdot (x^2 \cdot x^3)$$

2. Multiplicamos los coeficientes numéricos y los factores literales.

$$-12 \cdot (x^2 \cdot x^3) = -12 \cdot x^{2+3} = -12 \cdot x^5$$

Ejemplo 3

La siguiente figura está compuesta por dos rectángulos. Considerando las medidas dadas, ¿cómo se puede expresar el área del rectángulo de color azul?



- **1ª estrategia**

Calculamos el área del rectángulo compuesto y le restamos el área del rectángulo de color amarillo.

Área rectángulo compuesto ▸ $d \cdot f = df$

Área rectángulo amarillo ▸ $d \cdot e = de$

Área rectángulo azul ▸ $df - de$

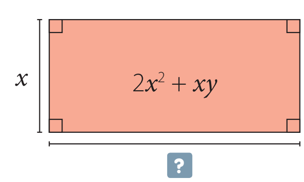
- **2ª estrategia**

Determinamos la expresión que representa el largo del rectángulo azul, $(f - e)$, y la multiplicamos por el ancho, d.

Área rectángulo azul ▸ $d \cdot (f - e) = d \cdot f - d \cdot e = df - de$

Ejemplo 4

El área de un rectángulo es $2x^2 + xy$. Si su ancho es x, ¿cuál es la expresión que representa la medida del largo?



1. Representamos la información con un dibujo.

2. Debemos determinar una expresión que al multiplicarla por x resulte $2x^2 + xy$.

El largo del rectángulo corresponde a la expresión $2x + y$, ya que:

$$x \cdot (2x + y) = 2x^2 + xy$$

Desarrollo

Ahora, resuelve cada uno de los siguientes ejercicios que corresponden a una selección de la **página 40** del *Cuaderno de Actividades* y **páginas 74 y 76** del *Texto del Estudiante*.

1. Considera las siguientes igualdades y luego calcula.

$A = m + 1$ $\quad$ $B = 2m - 3$ $\quad$ $C = 4m - 3n$

a. $2 \bullet (B + C)$

b. $6 \bullet (A - C)$

c. $A \bullet B$

d. $B \bullet C$

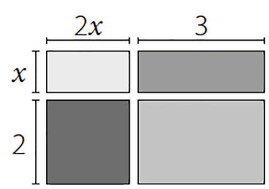
2. Resuelve las siguientes multiplicaciones de expresiones algebraicas. Luego, reduce términos semejantes.

a. $\left(\frac{1}{2}xy + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}xy\right)$

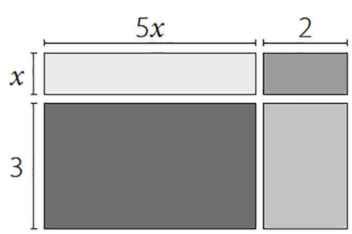
b. $\left(\frac{1}{5}a - \frac{3}{2}b - 2\right) \cdot \left(-2a - \frac{1}{7}b + 1\right)$

3. Escribe la suma de las áreas de los rectángulos como una expresión algebraica.

a.



b.



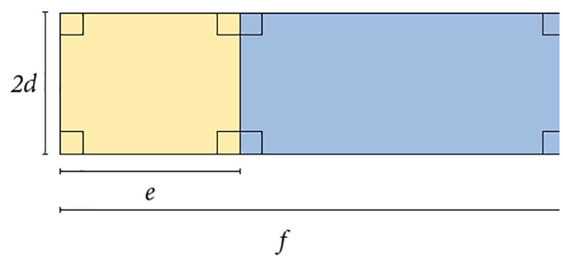
Comprueba tus resultados según solucionario de la **página 139** del *Cuaderno de Actividades* y solucionario de la **página 220** del *Texto del Estudiante.*

Cierre

Evaluación de la clase

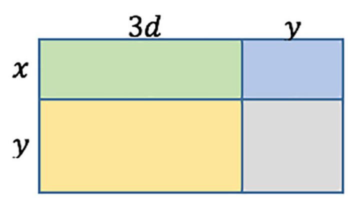
Escribe y responde, en tu cuaderno, los siguientes cálculos:

1 **¿Cuál es la expresión que permite calcular el área del rectángulo en azul?**



a) $2d\,(f - e)$
b) $2d(f + e)$
c) $(2 + d)\,(f - e)$
d) $(2 + d)\,(f + e)$

2 **¿Cuál es el área de la siguiente figura?**



a) $3dx + xy + 3dy + 2y$
b) $3dx + xy + 3dy + y^2$
c) $3dx + 4xy + y^2$
d) $6dx + xy + y^2$

3 **Cuál es el producto entre $(2x^2 + x - 5)$ y $(x - 3)$?**

a) $2x^3 - 5x^2 + 8x + 15$
b) $2x^3 + 5x^2 - 8x + 15$
c) $2x^3 + 5x^2 + 8x + 15$
d) $2x^3 - 5x^2 - 8x - 15$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ____________________________________.

8º básico

Texto escolar

Matemática

Unidad 2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Ejemplo 1

Calcula el producto de $-4x^2$ y $3x^3$.

1. Agrupamos la multiplicación entre los coeficientes numéricos y entre los factores literales.

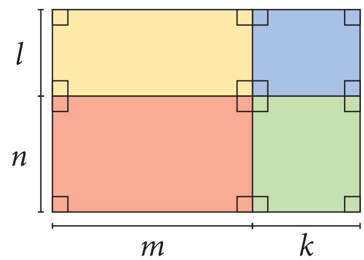
$$(-4x^2) \cdot (3x^3) = (-4 \cdot 3) \cdot (x^2 \cdot x^3)$$

2. Multiplicamos los coeficientes numéricos y los factores literales.

$$-12 \cdot (x^2 \cdot x^3) = -12 \cdot x^{2+3} = -12 \cdot x^5$$

Ejemplo 2

El siguiente rectángulo está compuesto por rectángulos de menor tamaño, ¿cuál es el área total de la figura?



- **1ª estrategia**

Calculamos el área de cada rectángulo y luego las sumamos.

Área rectángulo amarillo: $m \cdot l = ml$
Área rectángulo azul: $l \cdot k = kl$
Área rectángulo rojo: $n \cdot m = mn$
Área rectángulo verde: $n \cdot k = kn$

Área total ▶ $kl + kn + ml + mn$

- **2ª estrategia**

Determinamos la expresión que representa el largo y el ancho de la figura y las multiplicamos para calcular el área.

Largo: $(m + k)$ Ancho: $(l + n)$

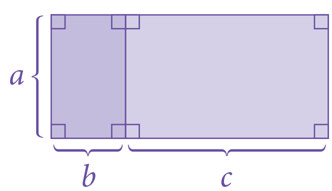
Área total ▶ $(m + k) \cdot (l + n) = m \cdot (l + n) + k \cdot (l + n)$
$= m \cdot l + m \cdot n + k \cdot l + k \cdot n$
$= ml + mn + kl + kn$
$= kl + kn + ml + mn$

- **Propiedad distributiva**

Si $a, b, c \in \mathbb{Q}$ se cumple:

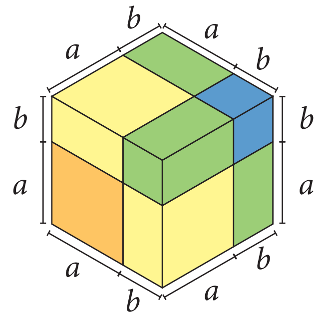
$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$
$(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$

Determina una expresión que represente el área total del siguiente rectángulo:



Ejemplo 5

Calcula el volumen del siguiente cubo formado por piezas de colores.



- Para calcular el **volumen de un prisma** se debe multiplicar el área de la base por la altura.

1ª estrategia

Calculamos el volumen de cada pieza y luego los sumamos. Para ello, observamos que la figura está compuesta por 8 piezas: 1 naranja, 1 azul, 3 verdes iguales y 3 amarillas iguales (una de ellas no es visible en la imagen).

Área rectángulo naranja: $a \cdot a \cdot a = a^3$
Área rectángulo azul: $b \cdot b \cdot b = b^3$
Área rectángulo verde: $b \cdot b \cdot a = ab^2$
Área rectángulo amarilla: $a \cdot a \cdot b = a^2b$

Volumen cubo ▶ $a^3 + \underbrace{3a^2b}_{\text{3 piezas amarillas}} + \underbrace{3ab^2}_{\text{3 piezas verdes}} + b^3$

2ª estrategia

Determinamos la medida de la arista del cubo y calculamos su volumen. La arista mide $(a + b)$, por lo que se tiene:

$$
\begin{aligned}
[(a + b) \cdot (a + b)] \cdot (a + b) &= [a \cdot (a + b) + b \cdot (a + b)] \cdot (a + b)\\
&= [a^2 + ab + ba + b^2] \cdot (a + b)\\
&= [a^2 + 2ab + b^2] \cdot (a + b)\\
&= a^2 \cdot (a + b) + 2ab \cdot (a + b) + b^2 \cdot (a + b)\\
&= a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3\\
&= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
\end{aligned}
$$

Una expresión algebraica se puede clasificar según la cantidad de términos.
- **Monomio**: un término.
- **Binomio**: dos términos.
- **Trinomio**: tres términos.
- **Polinomio**: generalmente se consideran cuatro o más términos.

Aprende

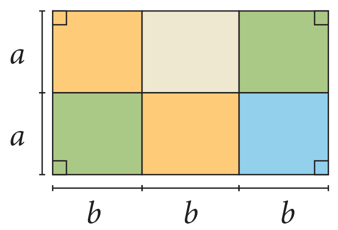
Para **multiplicar expresiones algebraicas** puedes considerar lo siguiente:

- **Monomio por monomio:**
  se multiplican los coeficientes numéricos de los términos y los factores literales, según corresponda. Ejemplo: $2a^2 \cdot 3a = 6a^3$
- **Monomio por polinomio:**
  se multiplica el monomio por cada término del polinomio aplicando la propiedad distributiva. Ejemplo: $3m \cdot (4x + 2 - y) = 12mx + 6m - 3my$
- **Polinomio por polinomio:**
  se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación y luego, de ser posible, se reducen términos semejantes. Ejemplo: $(a + 2) \cdot (3b + c) = a \cdot (3b + c) + 2 \cdot (3b + c) = 3ab + ac + 6b + 2c$

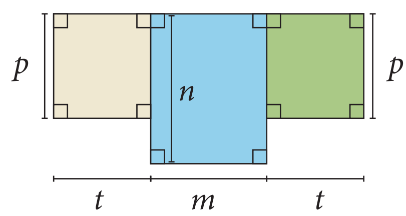
Actividades

1. Representa el área total de las siguientes figuras usando una expresión algebraica.

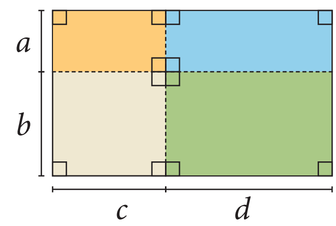
a.



b.

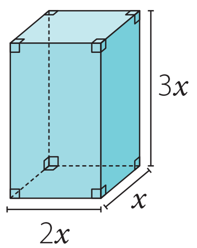


c.

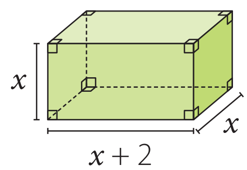


2. Representa el volumen de los siguientes cuerpos geométricos usando una expresión algebraica.

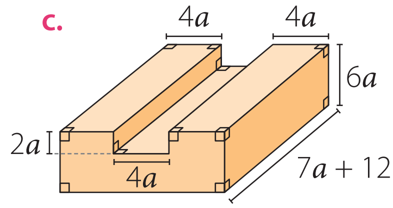
a.



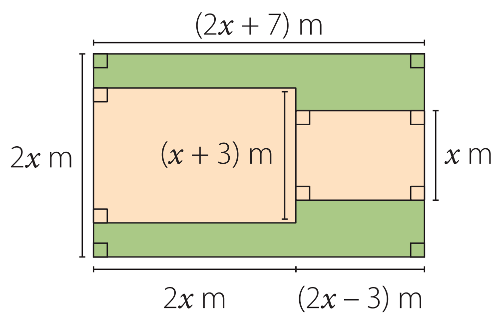
b.



c.



3. En la imagen se muestra el plano de una sala de clases donde se ubicarán distintos elementos. ¿Qué expresión representa el área pintada de color verde? Compara lo obtenido con tus compañeros.



4. Desarrolla los siguientes productos:

a. $3 \cdot (a + d)$

b. $b \cdot (3d - f)$

c. $2b \cdot (l + 3t - 8b)$

d. $5t \cdot (8d - 2r + d^3)$

e. $(2 + f) \cdot (g + 3h)$

f. $(r + 5t) \cdot (k - g)$

g. $(m - n) \cdot (ñ - p + 1)$

h. $t^2 \cdot (5d - 2l + 11 + t^2)$

5. Considera las siguientes igualdades y luego calcula.

$A = m + 1$ $\qquad$ $B = 2m - 3$ $\qquad$ $C = 4m - 3n$

a. $2A$

b. $5B$

c. $A \cdot B$

d. $B \cdot C$

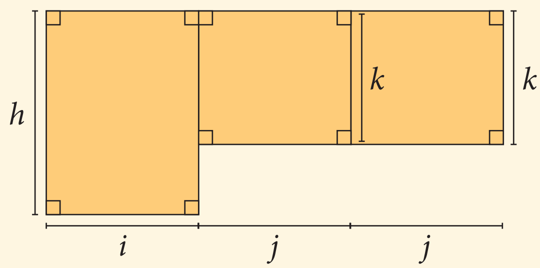
e. $2 \cdot (B + C)$

f. $6 \cdot (A - C)$

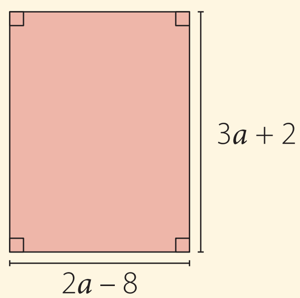
Evaluación Lección 1

1. Determina una expresión algebraica reducida para representar el perímetro y el área de las siguientes figuras.

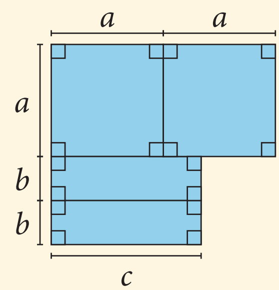
a. Figura compuesta por rectángulos.



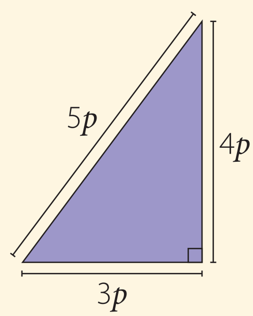
b. Rectángulo.



c. Figura compuesta por cuadrados y rectángulos.



d. Triángulo rectángulo.



2. Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones reduciendo términos semejantes.

a. $10 + 7n + 11n + 7$

b. $-4ab + 6ab - ab$

c. $-8xy + 3x - xy$

d. $7ab^2 + b^2a - 8a^2b + \frac{1}{2}ba^2$

e. $0{,}5x + 0{,}66y - x + 1{,}4y$

f. $\frac{p}{2} - \frac{2}{5}q + 5q - \frac{2}{5}q$

g. $x - 2x - 3x - 8 + 4x - 5x - 12$

h. $4a^2 - n^2 + 100a^2 - n^2 + 3n^2$

3. Desarrolla los siguientes productos.

a. $7 \cdot (a + b)$

b. $b \cdot (5d - b)$

c. $4b \cdot (p + 6d)$

d. $3t \cdot (4t - 2r)$

e. $(2 + g) \cdot (g + 3t)$

f. $(4p + 5t) \cdot (p - 3)$

g. $(m - n) \cdot (p - q)$

h. $(x + 2y)(x - 3y)$

i. $9d \cdot (5d - 2l)$

4. Considera las siguientes igualdades y luego calcula.

$\boxed{A = p + 2}$ $\boxed{B = 2m - 1}$ $\boxed{C = 5p - 3m}$

a. $A + B$

b. $A - C$

c. $B \cdot C$

d. $A \cdot B$

e. $2 \cdot (A - C)$

f. $5 \cdot (A + C)$

Multiplicación de expresiones algebraicas

1. Calcula los siguientes productos.

a. $4m^2 \cdot 2m =$ ______

b. $3xy \cdot 2x =$ ______

c. $2x^2y \cdot -5x^3y =$ ______

d. $ac \cdot 8a^2b \cdot -16 =$ ______

e. $ab^2 \cdot ab^3 \cdot a^3b^5 =$ ______

f. $3p^2q \cdot -2pq^2 \cdot -p^3q^2 =$ ______

2. Elimina los paréntesis de las siguientes expresiones algebraicas:

a. $-2 \cdot (x + y) =$ ______

b. $-2 \cdot (x - y) =$ ______

c. $a \cdot (m + n) =$ ______

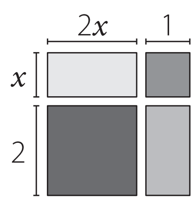
d. $-4 \cdot (4x + 3y) =$ ______

e. $-5 \cdot (2s - 3k) =$ ______

f. $a \cdot (3a - 2b + c) =$ ______

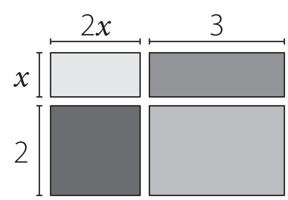
3. Escribe la suma de las áreas de los rectángulos como una expresión algebraica.

a.



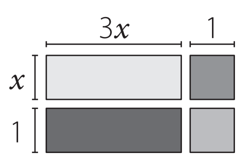
______

c.



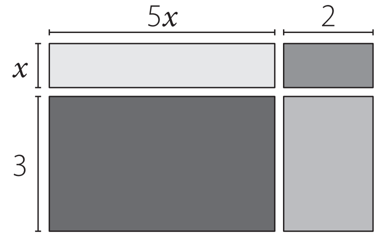
______

b.



______

d.



______

4. Resuelve las siguientes multiplicaciones de polinomios.

a. $(x - 2) \cdot (a + 4) =$

b. $(3x - 2) \cdot (y - 6) =$

c. $(3x + y) \cdot (3x + 3y) =$