

2°
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 40

Matemática



Inicio

El objetivo de esta clase es medir el nivel de avance de nuestros aprendizajes de la unidad de ecuaciones cuadráticas.

OA4

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Recordemos que toda ecuación cuadrática puede tener dos, una o ninguna solución en los números reales, éstas las podemos obtener fácilmente haciendo uso de la fórmula general que depende de los parámetros a , b y c . Además podemos determinar la naturaleza y pertinencia de sus soluciones calculando el valor del determinante y resolver problemas de la vida cotidiana en donde se involucra el uso de la ecuación de segundo grado. De acuerdo a lo aprendido realicemos la siguiente actividad:

Determinemos si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tu respuesta.

- a) **F** $x_1 = \sqrt{3}$ y $x_2 = -\sqrt{3}$, son soluciones de la ecuación $x^2 - 9 = 0$
Son soluciones de la ecuación $x^2 - 3 = 0$
- b) **F** Si el discriminante de una ecuación de segundo grado es igual a cero, significa que sus soluciones x_1 y x_2 valen cero.
Si el discriminante es cero, entonces tiene una única solución real
- c) **V** La expresión $4(x - 1)^2 = x + 1$, es una ecuación de segundo grado.
Si desarrollamos la ecuación nos queda la expresión $4x^2 - 9x + 3 = 0$



Actividad 1:

Utilice los ejemplos anteriores para el desarrollo de la actividad 1 de la página 118 del Texto del Estudiante.

**Ejemplo:**

supongamos que tenemos la ecuación $3x \cdot (5x - 4) = -2$ al desarrollar la operatoria del primer miembro y luego igualando a cero obtenemos:

$15x^2 - 12x + 2 = 0$; escrita en su forma general, podemos identificar más rápido los valores de: $a = 15$, $b = -12$ y $c = 2$

Ecuación cuadrática	Forma general	Coeficientes		
		a	b	c
$3x \cdot (5x - 4) = -2$	$15x^2 - 12x + 2 = 0$	15	-12	2

**Actividad 2:**

De acuerdo al ejemplo anterior desarrolla la **actividad 2** de la **página 118 del Texto del Estudiante**, reduce los términos semejantes para escribir cada ecuación en la forma general. Luego, determina los valores de a, b y c.



Recordemos que un valor para "x" será solución en una ecuación cuadrática, si al reemplazar dicho valor en nuestra ecuación se cumple la igualdad. Veamos un ejemplo:

Verifiquemos si $x = 4$ es solución de la ecuación $x^2 - 16 = 0$

Si $x = 4 \Rightarrow 4^2 - 16 = 0 \Rightarrow 16 - 16 = 0 \Rightarrow 0 = 0$ al cumplirse la igualdad se verifica que $x = 4$ es solución de la ecuación.

**Actividad 3:**

De acuerdo al ejemplo anterior desarrolla la **actividad 3** de la **página 118** y **actividad 4** de la **página 119 del Texto del Estudiante**, reemplazando los valores dados para "x" en cada ecuación de segundo grado.



Para hallar las soluciones de una ecuación de segundo grado podemos utilizar la factorización, cuando tenemos ecuaciones completas particulares, es decir, cuando el coeficiente “a” es 1. Esto vale para ecuaciones en donde tenemos un trinomio cuadrado perfecto o trinomios de la forma $x^2 + px + q$ igualados a cero.

Veamos ambas ecuaciones y su método de factorización para hallar sus respectivas soluciones

$x^2 - 12x = -36$, igualando a cero nos queda:

$x^2 - 12x + 36 = 0$, obtenemos un trinomio cuadrado perfecto, que podemos factorizar como un cuadrado de binomio:

$(x - 6)^2 = 0 \rightarrow (x - 6) \cdot (x - 6) = 0$, despejamos ambos factores igualando a 0

$x_1 - 6 = 0$ y $x_2 - 6 = 0$, obteniendo para ambas incógnitas la solución “6”.

$x^2 - x = 12$, igualando a cero nos queda:

$x^2 - x - 12 = 0$, obtenemos un trinomio de la forma $x^2 + px + q$, que podemos factorizar como un producto de binomios con término común:

$x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow (x + 3) \cdot (x - 4) = 0$ despejamos ambos factores igualando a 0

$x_1 + 3 = 0$ y $x_2 - 4 = 0$, obteniendo para $x_1 = -3$ y $x_2 = 4$



Actividad 4:

De acuerdo al ejemplo anterior desarrolla la **actividad 5** de la **página 119** de tu **Texto del Estudiante** y factoriza según corresponda para hallar las soluciones de las ecuaciones.



En el caso que estos tipos de factorización no te permitan hallar las soluciones de una ecuación cuadrática, podemos utilizar la Completación de cuadrados que vimos en clases anteriores.

Ejemplo: Resolvamos la ecuación cuadrática $x^2 - 8x + 8 = 0$ completando cuadrado:

$x^2 - 8x + 8 = 0$ / ecuación dada

$x^2 - 8x = -8$ / restamos 8 en ambos lados

$x^2 - 8x + 16 = -8 + 16$ / completamos cuadrado $\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$

$(x - 4)^2 = 8$ / obtención de raíz cuadrada

$x - 4 = \pm \sqrt{8}$

$x = 4 \pm \sqrt{8}$

Las soluciones son $x_1 = 4 + 2\sqrt{2}$ y $x_2 = 4 - 2\sqrt{2}$



Actividad 5:

Ayúdate con el ejemplo anterior para desarrollar la **actividad 6** de la **página 119** de tu **Texto del Estudiante** y factoriza completando cuadrados para hallar las soluciones.



Recordemos por último que el **discriminante** nos permite saber cuántas soluciones en los números reales tiene nuestra ecuación cuadrática. Así si este valor es mayor que cero tendrá dos soluciones, si es igual a cero tendrá una única solución y si es menor que cero no tendrá soluciones en los reales.

Ejemplo: veamos cuántas soluciones reales tienen nuestras ecuaciones calculando su discriminante:

$x^2 + 3x - 6 = 0$, reemplazando tenemos

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)$$

$$\Delta = 9 + 24$$

$\Delta = 33$, como es mayor a cero tiene dos soluciones reales.

$3x^2 + 27 = 0$, reemplazando tenemos

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 3 \cdot 27$$

$$\Delta = 0 - 324$$

$\Delta = -324$, como es menor a cero no tiene soluciones reales.



Actividad 6:

Ayúdate con el ejemplo anterior para desarrollar la **actividad 7** de la **página 119** de tu **Texto del Estudiante** determina la cantidad de soluciones de cada ecuación.

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál es el valor del discriminante de la ecuación $(x + 3)^2 = -3x + 1$?

- a) 39
- b) -39
- c) 81
- d) 49

2

El valor que se debe sumar a la ecuación $x^2 - 4x + 5 = 0$ para completar un cuadrado perfecto es:

a) $\left(\frac{-4}{2}\right)^2$

b) $\left(\frac{5}{2}\right)^2$

c) $(-4)^2$

d) $\left(\frac{-1}{2}\right)^2$

3

Dada la ecuación $x^2 + 3x - 10 = 0$, sus soluciones son:

a) $x_1 = 2$ y $x_2 = 5$

b) $x_1 = -2$ y $x_2 = -5$

c) $x_1 = -2$ y $x_2 = 5$

d) $x_1 = 2$ y $x_2 = -5$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

2°
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Evaluación de proceso

- 1 Determina si las afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas.
 - a. _____ $x = \sqrt{7}$ y $x = -\sqrt{7}$ son soluciones de la ecuación $x^2 + 7 = 0$.
 - b. _____ $x = 5\sqrt{3}$ y $x = -5\sqrt{3}$ son soluciones de la ecuación $x^2 + 10 = 85$.
 - c. _____ La ecuación $(x - 2)^2 + 5 = (2x + 1)^2$ es una ecuación de segundo grado.
 - d. _____ Las soluciones de la ecuación $x^2 + 8 = 0$ no son números reales.
 - e. _____ $x^2 + 4x - 9 = 0$ es una ecuación de segundo grado con una incógnita.
 - f. _____ Si las soluciones de una ecuación de segundo grado son números enteros, se pueden obtener mediante el método por factorización.
 - g. _____ Si el discriminante de una ecuación de segundo grado es negativo, la ecuación tiene soluciones en los números reales.
 - h. _____ El discriminante de una ecuación de segundo grado es el signo de su solución.

- 2 Reduce los términos semejantes para escribir cada ecuación en la forma general. Luego, determina sus valores de a , b y c .

Ecuación cuadrática	Forma general	Coeficientes		
		a	b	c
$4x(x + 2) = -4x$				
$(x + 2)^2 = 5(x - 7)$				
$(2x - 5)^2 = (x + 3)^2$				
$3x \cdot (x - 1) + 5x \cdot (x + 2) = 3x$				
$3(x^2 + 5x - 20) = x(4 + 2x)$				
$(x - 1)^2 - 3x - 5(x + 3) = -2 + 3(x - 1)$				

- 3 Reemplaza el valor dado en las siguientes ecuaciones y decide, en cada caso, si es solución:
 - a. $x = 3$ $x^2 - 9 = 0$
 - b. $x = 4$ $x^2 + 16 = 0$
 - c. $x = -2$ $x^2 - 3x + 2 = 0$
 - d. $x = 1$ $5x^2 - 3x - 2 = 0$
 - e. $x = 4$ $(x - 2)(x + 3) = 3x + 2$
 - f. $x = 4$ $2x^2 - 11x + 12 = 0$

4 Analiza si los números son o no raíces de la ecuación y completa la tabla.

Ecuación	Números			¿Cuáles de ellos satisfacen la ecuación?
$x^2 + x - 6 = 0$	-2	2	3	
$x^2 - 8x = 0$	8	4	2	
$x^2 + 5x - 14 = 0$	5	2	-7	
$x^2 + 7x = -12$	-4	-3	6	
$4x^2 - 13x + 9 = 0$	-1	1	2	
$(2x + 1)^2 + 3 = 4(x + 1)^2$	2	0	-3	

5 Iguala cada ecuación a cero, para luego resolverlas mediante factorización:

- $x^2 + 81 = 18x$
- $x^2 + 2x = 15$
- $x^2 = 9(x - 2)$
- $x^2 = 13x - 42$
- $x^2 + x = 156$
- $x^2 - 10x - 45 = 3x - 15$

6 Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas completando cuadrados.

- $x^2 + 8x + 18 = 0$
- $x^2 - 11x + 30 = 0$
- $10 - 8x = 4x^2$
- $2x^2 - 2x - 1 = 0$
- $2x^2 - 7x - 4 = 0$
- $x^2 + 18x - 72 = 0$

7 Calcula el discriminante de las siguientes ecuaciones y determina cuántas soluciones tiene cada una en los números reales.

- $x^2 - 10x + 20 = 0$
- $4x^2 - 8x + 29 = 3$
- $x^2 - 4x + 4 = 0$
- $x^2 - 6x + 12 = 0$
- $5x^2 + 125 = 0$
- $3x^2 - 7x = 0$