2º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 31

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

El propósito de esta clase es conocer el concepto de ecuaciones cuadráticas, sus coeficientes y características.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

Recuerda que:

✓ Una **Ecuación de segundo grado con una incógnita o cuadrática** es aquella en la cual el mayor exponente de la incógnita es **dos**. Una ecuación de segundo grado con una incógnita, por ejemplo x, es cuadrática cuando luego de reducir sus términos semejantes se puede ordenar como:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Los coeficientes a, b y c son números reales y a debe ser distinto de cero ($a \neq 0$), en esta ecuación los coeficientes son
a es coeficiente de x^2, b es coeficiente de x y c es el término libre.

- En la ec. Cuadrática: $-x^2 + 2x - 6 = 0$, sus coeficientes son: $a = -1$, $b = 2$ y $c = -6$.
- En la ec. Cuadrática: $2x^2 - 4 = 0$, sus coeficientes son: $a = 2$, $b = 0$ y $c = -4$

Actividad 1
Completa la tabla:

	Coeficientes		
Ecuaciones cuadráticas	***a***	***b***	***c***
$9x^2 - 6x - 1 = 0$			
$3x^2 + 11x = 0$	**3**		
$x^2 - 1 = 0$			**1**
$3 - 2x^2 - 10x = 0$			
	-2	**4**	**0**

¿Todas las ecuaciones serán cuadrá icas?

✓ Para darnos cuenta si estamos frente a una ecuación de segundo grado debemos realizar todas las transformaciones necesarias a la ecuación para intentar expresarla de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, notar que la variable x tiene grado 2, su máximo exponente.

Ejemplo 1: ¿La ecuación $7x^2 = 14x$ es de segundo grado?

Igualamos a cero, obtenemos: $7x^2 - 14x = 0$, y vemos que cumple con las condiciones de ecuación cuadrática da que tiene coeficientes reales $a = 7$, $b = -14$ y $c = 0$ y la variable x tiene grado 2.

Ejemplo 2: ¿Podemos determinar si es cuadrática la siguiente ecuación?

$$2(3x + 1) - 3(5x^2 + 3) = 3(x^2 - 1)-2(x + 2)-1$$
$$6x+2 - 15x^2 - 9 = 3x^2 - 3 - 2x - 4 - 1$$
$$-15x^2 - 3x^2 + 6x + 2x - 7 + 8 = 0$$
$$-18x^2 + 8x + 1 = 0$$

Vemos que la ecuación cumple con las condiciones de ecuación cuadrática dado que tiene coeficientes reales $a = -18$, $b = 8$ y $c = 1$ y la variable x tiene grado 2.

Ejemplo 3: En la ecuación $x(x + 2) = x(x + 6) -4$ al resolverla vemos que:

$$x^2 + 2x = x^2 + 6x - 4$$
$$4 = 6x - 2x$$
$$4 = 4x$$
$$1 = x$$

Se transformó en una ecuación de primer grado, por lo tanto no es una ecuación de segundo grado.

Actividad 2

Une con una línea la columna 1 con la ecuación cuadrática correspondiente de la columna 2

$6x + 6 = (4 - x)(x + 7)$	$x^2 + x - 420 = 0$
$(x + 2)^2 - 6 = x + 2$	$x^2 + 9x - 22 = 0$
El producto de dos numeros consecutivos es 420. ¿Cuáles son los números?	$x^2 + 3x - 4 = 0$

2. Realiza las actividades de la sección *"¿Cuándo se dice que una ecuación es cuadrática?"* del texto del estudiante de la página 45.

¿Cuáles son las soluciones de una ecuación cuadrática?

✓ Resolver una ecuación de segundo grado es encontrar sus **soluciones o raíces**, es decir, los valores que al sustituirse en la incógnita hacen verdadera la igualdad, **formando una identidad.**
✓ Toda ecuación de segundo grado con una incógnita tiene **dos soluciones**. Si la incógnita es x, entonces en general sus soluciones se designan por x_1 y x_2.
✓ La solución o soluciones que estudiaremos son elementos de algún o algunos de los conjuntos numéricos, sin embargo, **la existencia de solución se puede restringir y si es necesario descartar.**

Ejemplo 1: ¿Cuáles valores de x son solución de la ecuación: $7x^2 = 14x$

	x = 2	x = -2	x = 0
$7x^2 = 14x$	$7 \cdot (2)^2 = 14 \cdot 2$ $7 \cdot 4 = 14 \cdot 2$ $28 = 28$ **Verdadero**	$7 \cdot (-2)^2 = 14 \cdot -2$ $7 \cdot 4 = 14 \cdot -2$ $28 = -28$ **Falso**	$7 \cdot (0)^2 = 14 \cdot 0$ $0 = 0$ **Verdadero**

Las raíces o solución de la ecuación son: 2 y 0.

Ejemplo 2: En la ecuación $x^2 - 15x - 100 = 0$, x representa la edad de una persona, las soluciones posibles son $x_1 = 20$ y $x_2 = -5$. ¿Son Verdaderas las soluciones?

Si x = 20 $20^2 - 15 \cdot 20 - 100 = 0$ $400 - 300 - 100 = 0$ $0 = 0$ **Verdadero**	Si x=-5 $(-5)^2 - 15 \cdot -5 - 100 = 0$ $25 + 75 - 100 = 0$ $0 = 0$ **Verdadero**

Ambas soluciones son verdaderas pero **descartamos** la solución negativa, puesto que no tiene sentido una edad negativa. Por lo tanto la edad de la persona es 20 años.

Actividad 3

1. Encierra en un círculo las soluciones de las siguientes ecuaciones cuadráticas:

A. $(x - a)(x + b - 1) = 0$

B. $\frac{18}{x} = x - 3$

$-a$	1 - b	-b
3	-6	-3

2.Para reforzar tu aprendizaje puedes realizar las actividades de práctica del texto del estudiante de las páginas 98 y 99.

Cierre

Evaluación
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **Al ordenar y reducir la ecuación $(x - 4)^2 = 2(x - 1)$, su forma cuadrática es:**

a) $x^2 - 10x + 18 = 0$
b) $x^2 - 6x + 16 = 0$
c) $x^2 + 10x + 14 = 0$
d) $x^2 - 6x + 14 = 0$

2 **En la ecuación $mx^2 - px - n + 8 = 0$, el coeficiente c es:**

a) $-n + 8$
b) 8
c) $n + 8$
d) $-n$

3 **$x = 5$ es solución de la ecuación:**

a) $9x^2 - x - 10 = 0$
b) $\frac{1}{5}x^2 - 25x - 100 = 0$
c) $-2x^2 + 50x - 150 = 0$
d) $x^2 - 26x + 105 = 0$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ____________________________________.

2º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Y él ¿quién es?

Pierre de Fermat
(1601 - 1665)

Matemático y jurista francés. Descubrió el cálculo diferencial antes que Newton y Leibniz, sentó las bases de la teoría de probabilidades junto con Pascal y descubrió el fundamento de la geometría analítica de forma independiente a Descartes.

Sin embargo, es más conocido por sus aportes a la teoría de números y por el llamado último teorema de Fermat, que preocupó a los matemáticos durante 350 años, hasta que fue demostrado en 1995 por Andrew Wiles.

Actividades de práctica

1. Encierra las ecuaciones que correspondan a ecuaciones cuadráticas.

$-5x - 5x^2 + 5 = 0 \qquad x^2 + 2x^2 + 12 = 0 \qquad 7 = x + x$

$x + 2x = 6 \qquad 8x^2 = 16 \qquad 200 = x \cdot x - 5x$

$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^2 + 3 = 0 \qquad 2x + 15 = \frac{x}{2}$

2. Justifica, en cada caso, por qué la expresión no es una ecuación cuadrática.

a. $x^3 + 4x - 27 = 0$

b. $4x^2 - 3x + 1$

c. $-x + 8y - 9 = 0$

d. $x \cdot (2 + x) = -5 + x \cdot (x + 4)$

e. $x \cdot (x + 3)^2 = 5(x - 4)$

f. $(2x - 3)(2x + 3) = 4x^2 - 9$

3. Multiplica y reduce los términos semejantes en cada expresión algebraica. Luego, clasifica cada ecuación.

a. $x(x + 1) = 0$

b. $x + x + 2 = 4$

c. $(x + 3) + (x - 3) = 10$

d. $(x - 1)(x - 1) = 1$

e. $12 = (x + 8)^2$

f. $1000 + 2x^2 = 42x^2 + 200x$

g. $(2x - 3)(x + 8) = 0$

h. $25 + 3x(x + 1) = 25$

4. Las siguientes ecuaciones están escitas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Determina los valores de a, b y c en cada caso.

a. $x^2 + 5x - 24 = 0$

b. $2x^2 - 6x + 4 = 0$

c. $x^2 - 25 = 0$

d. $x^2 + 16x = 0$

e. $-x^2 + 5x - 3 = 0$

f. $5x^2 - x + 6 = 0$

5. Lee cada situación y determina la ecuación cuadrática que la representa.

Situación	Ecuación cuadrática
Un número y es mayor en 10 unidades que un número *x*. Si el producto entre ellos es de 50, ¿cuáles son los números?	$x \cdot (x - 10) = 50$ $x \cdot (x + 10) = 50$
Una ecuación cuadrática tiene como soluciones los números −5 y 6. ¿Cuál podría ser esa ecuación?	$(x + 5) \cdot (x - 6) = 0$ $(x - 5) \cdot (x + 6) = 0$
Las medidas de los lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 6, 8 y 10. Si el área del triángulo es 144 cm^2. ¿cuáles son las medidas de los lados del triángulo?	$\frac{6x \cdot 8x}{2} = 144$ $\frac{8x \cdot 10x}{2} = 144$ $\frac{6x \cdot 10x}{2} = 144$

6. Analiza si los números son o no raíces de la ecuación y completa la tabla.

Ecuación	Números			¿Cuáles de ellos satisfacen la ecuación?
$x(x - 5) = 0$	5	−5	10	
$(x + 1)x = 0$	0	1	−1	
$(x + 10)(x + 2) = 0$	10	2	−2	
$(x - 14)(x - 8) = 0$	14	−8	6	
$(x + 7)(x - 5) = 0$	−7	5	2	
$2x(x - 2) = 0$	2	0	−2	

¿Qué aprendí hoy?

1 Determina si la expresión es una ecuación de segundo grado. Cuando lo sea, determina el valor de sus coeficientes.

a. $3x(4 + 5x) = 0$

b. $x(x + 7) = 4x$

c. $(x + 5)(x - 3) = 5$

d. $(x - 9)(x - 9) = x^2$

2 Decide si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica.

a. ______ *Una ecuación cuadrática siempre tiene más de una solución.*

b. ______ *A los valores de a, b y c en la expresión* $ax^2 + bx + c = 0$ se les llama coeficientes.

Cuaderno página 45

Tema 1 ¿Cuándo se dice que una ecuación es cuadrática?

Practico

1 Indica cuáles de las siguientes ecuaciones son cuadráticas.

a. $x^2 - 5x = 0$

Sí: ______ No: ______

b. $(4 - 3x)^2 = 64$

Sí: ______ No: ______

c. $x^2 = \left(x - \frac{2}{3}\right)$

Sí: ______ No: ______

d. $x^2 = -6x - 8$

Sí: ______ No: ______

e. $x\,(x\sqrt{2} + 2) = x\sqrt{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)$

Sí: ______ No: ______

f. $(x - \sqrt{3})\,(x + \sqrt{3}) = 0$

Sí: ______ No: ______

g. $x^2 - 5 = y^2 + 3$

Sí: ______ No: ______

h. $(2x - 4)^2 = 2x(x - 2)^2 + 48$

Sí: ______ No: ______

2 Escribe las siguientes ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$. Luego, identifica a, b y c en cada caso.

a. $\frac{3}{5}x(x - 4) - \frac{1}{2}(x - 3) = 2$

R: ______________________________

a: ______ b: ______ c: ______

b. $(x + 1)^2 - 2x(x - 1) = 2x$

R: ______________________________

a: ______ b: ______ c: ______

c. $(x - 3)(x - 4) = 12$

R: ______________________________

a: ______ b: ______ c: ______

d. $(x - 2) + (x - 3) = 9x + 6$

R: ______________________________

a: ______ b: ______ c: ______

e. $x(2x + 4) - 83 = 24 - 4x$

R: ______________________________

a: ______ b: ______ c: ______

3 Determina la ecuación de segundo grado con una incógnita según sus coeficientes. Para ello, completa la tabla.

	a	b	c	Ecuación
a.	-7	2	5	
b.	3	0	-10	
c.	$\sqrt{3}$	4	$-\frac{3}{8}$	
d.	$\frac{1}{2}$	-3	0	
e.	-2	$\sqrt{3}$	$\frac{5}{9}$	
f.	10	-25	-38	

4 Analiza cada afirmación. Luego, escribe V o F según corresponda. Justifica en cada caso.

a. (______) $-5x^2 = 0$ es una ecuación de segundo grado con una incógnita.

b. (______) El término c de la ecuación de segundo grado $x(x + 5) = 0$ es 5.

c. (______) Los coeficientes de una ecuación de segundo grado pueden ser números negativos.

d. (______) En una ecuación de segundo grado el exponente mayor de la incógnita es 2.

e. (______) $6x + 3 = x(x + 2)$ es una ecuación de segundo grado con una incógnita.

f. (______) Los términos de la ecuación cuadrática $x(3x + 4) = 2(x + 5)$ son $a = 3$, $b = 2$ y $c = 10$.

5 Andrea está resolviendo el siguiente problema: Si el área de un cuadrado es 64 cm^2, ¿cuánto mide el lado del cuadrado?

Para ello, Andrea escribe la ecuación cuadrática $x^2 = 64$ y afirma que 8 y – 8 son las soluciones de la ecuación y del problema. ¿Cuál es su error? Justifica tu respuesta.

R: ______________________________

____