

1º  
medio

# Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo  
con el texto escolar

Clase 27

Matemática



## Inicio

En esta clase conoceremos y aplicaremos **la factorización por un factor común**.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

## Desarrollo



Antes de comenzar a trabajar con la factorización, es importante que analicemos el cuadro de concepto que está en la **página 86** de tu texto de estudio:



Ahora analizaremos el cuadro de conceptos de la **página 75** de tu texto de estudio:

### Conceptos

**Factorizar** una expresión consiste en escribirla como una multiplicación de expresiones algebraicas.

El **factor común monomio** es el producto del máximo común divisor de los coeficientes de todos los términos por los factores literales comunes de todos los términos con sus respectivos exponentes.

Ejemplo 1

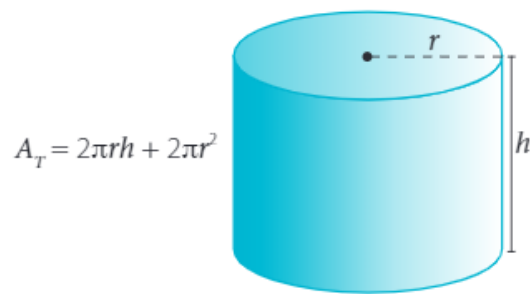
¿Como factorizarías la expresión  $7zyx^4 - 8x^5y$ ?

- 1 Los coeficientes numéricos son 7 y  $-8$ , y su máximo común divisor es 1.
- 2 Los factores literales son  $zyx^4$  y  $x^5y$ , y estos tienen en común  $y$  y  $x$ .
- 3 En el caso de  $y$ , ya que tienen igual exponente, el factor común es  $y$ , mientras que en el caso de  $x$  su menor exponente es 4, por lo que el factor común será  $x^4$ .

**Respuesta:** Una factorización para la expresión  $7zyx^4 - 8x^5y$  será  $x^4y(7z - 8x)$ .

Como la explicación anterior lo menciona, el factorizar por un término o factor común, debemos observar cada uno de los términos que forman la expresión y verificar que tengan un factor común en el coeficiente numérico y/o en el factor literal, para esto tomaremos como ejemplo, la situación planteada en la **página 86**.

El área total ( $A_T$ ) de un cilindro de radio  $r$  y altura  $h$  corresponde a:



- Un estudiante afirma lo siguiente:

Solo el coeficiente numérico se repite en cada uno de los sumandos de la expresión algebraica, por lo que el área total también se puede expresar como:  $A_T = 2\pi(rh + r^2)$ .

¿Estás de acuerdo con la afirmación anterior? ¿Por qué? Explica.

Si observas el área total del cilindro e:

$$A_T = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

Entonces analicemos coeficiente numérico y factor literal de cada término que forma la expresión:

- **Coefficientes numéricos:** 2 y 2 el máximo común divisor es 2
- **Factores literales:**  $r\pi h$  y  $\pi r^2$  tienen en común  $\pi$  y  $r$  (debe ser el que tiene exponente menor)

Ahora tenemos que el factor común corresponde a  $2\pi r$

Entonces para comenzar a armar nuestra factorización debemos analizar por qué término debemos multiplicar nuestro factor encontrado para obtener cada uno de los términos de la expresión original, es decir:

$$A_T = 2\pi rh + 2\pi r^2 \quad \text{y su término común es } 2\pi r$$

**Primer término es**  $2\pi rh = 2\pi r \cdot h$

**Segundo término es**  $2\pi r^2 = 2\pi r \cdot r$

De esta manera obtenemos:

$$2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot h + 2\pi r \cdot r = 2\pi r(h + r)$$

Respondiendo a la pregunta de la actividad es incorrecta ya que  $r$  también es un factor común.

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 291.



**Actividad 1:** Resuelve los **ejercicios a, b, c** del **ítem 1** de la **página 88** de tu texto de estudio.



A veces existen expresiones donde podemos encontrar un polinomio común, tal como se menciona en el cuadro de conceptos de la **página 87**.

### Conceptos

En algunas expresiones algebraicas existen factores comunes que no son monomios sino polinomios, por lo que se puede factorizar utilizando como **factor común un polinomio**.

Ejemplo 3

¿Cómo se factoriza la expresión  $m(m + n) - n^2(m + n)$ ?

Un factor común corresponde al binomio  $(m + n)$ .

**Respuesta:** Una factorización de  $m(m + n) - n^2(m + n)$  es  $(m - n^2) \cdot (m + n)$ .

### Conceptos

En algunos casos, en el polinomio que se busca factorizar no hay un factor común para todos sus términos, pero al agruparlos sí se puede determinar una **expresión común para cada agrupación**.

Tomemos como ejemplo el **ejercicio e y g** del **ítem 3** de la **página 88**.

**e.**  $w(x - 3y) + z(3y - x)$

La expresión anterior tiene como polinomio común a  $(x-3y)$ , pero si observamos el segundo paréntesis este tiene signos diferentes, por lo que debemos factorizar este paréntesis por  $-1$ , así dejaremos ambos paréntesis iguales:

$$\begin{aligned} &w(x - 3y) + z(3y - x) \\ &w(x - 3y) + z \cdot -1(x - 3y) \\ &w(x - 3y) - z(x - 3y) \end{aligned}$$

Ahora que ya tenemos los dos paréntesis iguales podemos comenzar a factorizar la expresión:

$$w(x - 3y) - z(x - 3y)$$

Factor común:  $(x - 3y)$

**Primer término es**  $w(x - 3y) = (x - 3y) \cdot w$

**Segundo término es :**  $-z(x - 3y) = (x - 3y) \cdot -z$

$$w(x - 3y) - z(x - 3y) = (x - 3y)(w - z)$$

Ahora veamos el ejercicio g:

**g.**  $3ax - 2by - 2bx - 6a + 3ay + 4b$



Si observamos todos los términos no tienen un factor común y tampoco un polinomio común, por lo que ordenaremos la expresión de acuerdo a los términos comunes, en este caso son a y b.

$$\begin{aligned} 3ax - 2by - 2bx - 6a + 3ay + 4b \\ 3ax + 3ay - 6a - 2by - 2bx + 4b \end{aligned}$$

Ahora, agrupamos de acuerdo a los términos comunes:

$$(3ax + 3ay - 6a) + (-2by - 2bx + 4b)$$

Y factorizamos por grupo:

$$\begin{aligned} (3ax + 3ay - 6a) &= 3a(x + y - 2) \\ (-2by - 2bx + 4b) &= 2b(-y - x + 2) \end{aligned}$$

Juntamos ambas expresiones:

$$3a(x + y - 2) + 2b(-y - x + 2)$$

Al igual que en el ejemplo anterior, los signos de los paréntesis no son los mismos, por lo que factorizaremos el segundo paréntesis por -1

$$\begin{aligned} 3a(x + y - 2) + 2b \cdot -1(x + y - 2) \\ 3a(x + y - 2) - 2b(x + y - 2) \end{aligned}$$

Ahora que ya tenemos los dos paréntesis iguales podemos comenzar a factorizar la expresión

$$3a(x + y - 2) - 2b(x + y - 2) = (x + y - 2)(3a - 2b)$$

$$3ax - 2by - 2bx - 6a + 3ay + 4b = (x + y - 2)(3a - 2b)$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 291.



**Actividad 2:** Resuelve los ejercicios a, b, c, d, f, h, i del ítem 3 de la página 88 de tu texto de estudio.



**Actividad 3:** Resuelve el ítem 4 de la página 88 y el ítem 5 de la página 89 de tu texto de estudio.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 291.



Para resolver la siguiente actividad tomaremos como ejemplo el ejercicio a del ítem 6 de la página 89.

6. **Geometría** Calcula la medida de cada lado en los polígonos que se muestran.

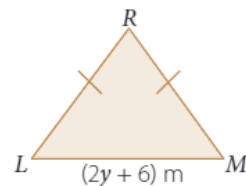
a. El área ( $A$ ) del rectángulo  $DEFG$  es:

$$A = (10x^2 + 8x) \text{ cm}^2$$



b. El perímetro ( $P$ ) del triángulo isósceles  $LMR$  es:

$$P = (6y + 26) \text{ m}$$



Para calcular el área de un rectángulo se debe multiplicar las medidas de los lados no paralelos, por lo que tomaremos como lados  $FE$  y  $GF$ :

a. El área ( $A$ ) del rectángulo  $DEFG$  es:

$$A = (10x^2 + 8x) \text{ cm}^2$$



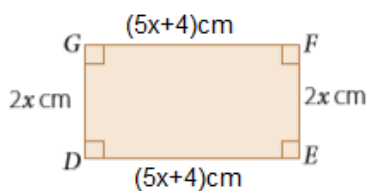
$A = (10x^2 + 8x) = GF \cdot 2x$   
Para descubrir la medida del lado  $GF$ , factorizaremos el área del rectángulo:

$(10x^2 + 8x)$  término común:  $2x$

Por lo que  $(10x^2 + 8x) = 2x(5x + 4)$

Obteniendo de esta manera que  $GF = (5x + 4) \text{ cm}$

Finalmente, las medidas de los lados del rectángulo son:



Recuerda que los lados paralelos de un rectángulo son de igual medida.



**Actividad 4:** Resuelve el ejercicio b del ítem 6 de la página 89 de tu texto de estudio.

## Cierre



### Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál es el término común en la expresión  $3x^3 + 6xy - 18x$ ?

- a)  $18x$
- b)  $3x$
- c)  $3x^3$
- d)  $18x^3$

2

Al factorizar  $3x(x - y) - 7(x - y)$ , ¿qué expresión se obtiene?

- a)  $(x - y)(3x + 7)$
- b)  $(x + y)(3x + 7)$
- c)  $(x + y)(3x - 7)$
- d)  $(x - y)(3x - 7)$

3

¿Cuál es la factorización de  $4xy - 16yz + 8xa - 32za$ ?

- a)  $(4y+8a)(x-4z)$
- b)  $(4y-8a)(x+4z)$
- c)  $(4y-8a)(x-4z)$
- d)  $(4y+8a)(x+4z)$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número \_\_\_\_\_ fue: \_\_\_\_\_.

1º  
medio

# Texto escolar

## Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.



## Factorización por un factor en común

### Objetivo

- Comprender la factorización de una expresión algebraica por un factor común.

### Habilidad

Al describir situaciones matemáticas utilizando lenguaje matemático estás desarrollando la habilidad de **argumentar** y **comunicar**.

### Atención

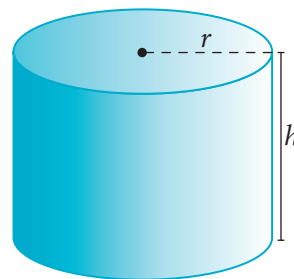
Un **término algebraico** corresponde a cada uno de los términos que componen una expresión algebraica.

Según la cantidad de términos que tenga una expresión algebraica, esta se puede clasificar en:

- Monomio:** un término.
- Binomio:** dos términos.
- Trinomio:** tres términos.
- Polinomio:** cuatro o más términos.

El área total ( $A_T$ ) de un cilindro de radio  $r$  y altura  $h$  corresponde a:

$$A_T = 2\pi rh + 2\pi r^2$$



- Un estudiante afirma lo siguiente:

Solo el coeficiente numérico se repite en cada uno de los sumandos de la expresión algebraica, por lo que el área total también se puede expresar como:  $A_T = 2\pi(rh + r^2)$ .

¿Estás de acuerdo con la afirmación anterior? ¿Por qué? Explica.

- En este caso, el factor común corresponde a un monomio y el coeficiente numérico de este monomio será el máximo común divisor entre los coeficientes numéricos de los términos que forman la expresión, mientras que el factor literal corresponderá a la o las potencias en común con el menor exponente de cada término.

### Conceptos

**Factorizar** una expresión consiste en escribirla como una multiplicación de expresiones algebraicas.

El **factor común monomio** es el producto del máximo común divisor de los coeficientes de todos los términos por los factores literales comunes de todos los términos con sus respectivos exponentes.

Ejemplo 1

¿Como factorizarías la expresión  $7zyx^4 - 8x^5y$ ?

- Los coeficientes numéricos son 7 y  $-8$ , y su máximo común divisor es 1.
- Los factores literales son  $zyx^4$  y  $x^5y$ , y estos tienen en común  $y$  y  $x$ .
- En el caso de  $y$ , ya que tienen igual exponente, el factor común es  $y$ , mientras que en el caso de  $x$  su menor exponente es 4, por lo que el factor común será  $x^4$ .

PASO A PASO

**Respuesta:** Una factorización para la expresión  $7zyx^4 - 8x^5y$  será  $x^4y(7z - 8x)$ .

**Ejemplo 2**

La expresión algebraica que representa el área del rectángulo  $\overline{PALM}$  es  $(6x^2 + 9yx) \text{ cm}^2$ , ¿qué expresión representará la medida del lado  $\overline{LM}$ ?



**PASO A PASO**

- 1 Como el área del rectángulo  $\overline{PALM}$  se puede expresar como el producto de la medida de los lados  $\overline{AL}$  y  $\overline{LM}$ , se tiene que:  $AL \cdot LM = (6x^2 + 9yx) \text{ cm}^2$ . Además, puedes observar que la medida del lado  $\overline{AL}$  es  $3x \text{ cm}$ .
- 2 Al resolver la expresión  $3x \cdot LM = 6x^2 + 9yx$ , y factorizar la expresión  $6x^2 + 9yx$  se obtiene:  $3x(2x + 3y)$ . Finalmente, se tiene lo siguiente:

$$\begin{array}{c}
 AL \cdot LM = 6x^2 + 9yx \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 3x \cdot LM = 3x(2x + 3y)
 \end{array}$$

**Respuesta:** La expresión que representa la medida del lado  $\overline{LM}$  es:  $(2x + 3y) \text{ cm}$ .

**Conceptos**

En algunas expresiones algebraicas existen factores comunes que no son monomios sino polinomios, por lo que se puede factorizar utilizando como **factor común un polinomio**.

**Ejemplo 3**

¿Cómo se factoriza la expresión  $m(m + n) - n^2(m + n)$ ?

Un factor común corresponde al binomio  $(m + n)$ .

**Respuesta:** Una factorización de  $m(m + n) - n^2(m + n)$  es  $(m - n^2) \cdot (m + n)$ .

**Conceptos**

En algunos casos, en el polinomio que se busca factorizar no hay un factor común para todos sus términos, pero al agruparlos sí se puede determinar una **expresión común para cada agrupación**.

**Ejemplo 4**

¿Cuál es la factorización de  $am + bm + an + bn$ ?

- 1  $am + bm + an + bn = (am + bm) + (an + bn)$  .....> Asocia los términos.
- 2  $= m(a + b) + n(a + b)$  .....> Factoriza cada paréntesis por factor común.
- 3  $= (m + n)(a + b)$  .....> Factoriza utilizando como factor común un polinomio.

**Respuesta:** Por lo tanto,  $am + bm + an + bn = (m + n)(a + b)$ .

➤ ¿Qué propiedad de la multiplicación se aplicó en el ejemplo anterior?

# Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Si la expresión algebraica puedes factorizarla remarca en Sí, en caso contrario remarca en No. Explica tu elección.

a.  $9x + 3$

Sí  No

d.  $15(x + y) + 4(y + x)$

Sí  No

g.  $4a + 2b - 5a^2 + 7b^2$

Sí  No

b.  $10a + b$

Sí  No

e.  $8(w + z^2) - 10(w + z)$

Sí  No

h.  $3x - 5yx + 3y - 5y^2$

Sí  No

c.  $7ab + b$

Sí  No

f.  $5(a + b) - y(a - b)$

Sí  No

i.  $7a - 3b - 4a^4 + b^3$

Sí  No

2. Determina el factor común en cada caso.

a.  $5p + 10q$

d.  $7b - 8b^3 + 10b^2$

g.  $7xyz + 8zxy^2 - 9yxz^3$

b.  $10(x^3 + x^2) + x^2 + x^3$

e.  $a(b + c^2) + x(c^2 + b)$

h.  $-x^2z^3w^2 - z^2xw^3 - wx^3$

c.  $7(a - b) - b + a$

f.  $10bc + 2b^2c^2 - 4b^3c^3$

i.  $-4a^2b^2c^3 - 8a^3b^3c^4 - 12a^4b^4c^4$

3. Factoriza cada expresión algebraica.

a.  $8xy - 10yx + 2x^2y^2 + 3x^2y^2$

d.  $3a - b^2 + 2b^2x - 6ax$

g.  $3ax - 2by - 2bx - 6a + 3ay + 4b$

b.  $pq - cd + pq - 2cd + qp$

e.  $w(x - 3y) + z(3y - x)$

h.  $(a + 3)(a + 1) - 4(a + 1)(a - 2)$

c.  $1 - b + 2a(1 - b)$

f.  $2w^3x^2z^4 + 4w^2z^3 - 6w^2z^2x^3$

i.  $12x^3y^5 - 30x^2y^2 + 42x^3y^4 - 6x^3y^3$

4. **Física** El impulso ( $I$ ) se calcula mediante la expresión:

$$I = mv_f - mv_i$$

Donde  $m$  corresponde a la masa del objeto,  $v_i$  corresponde a la rapidez inicial del objeto y  $v_f$  corresponde a la rapidez final del objeto.

- ¿Cuál es el factor común de la expresión?
- Factoriza la expresión que corresponde al impulso.
- Si  $m = 0,5$  g,  $v_i = 0$  [m/s] y  $v_f = 15$  [m/s], ¿cuál es el valor de  $I$ ?

5. **Biología** En los vasos sanguíneos el flujo de sangre es más rápido cuando se dirige hacia el centro del vaso y más lento cuando se dirige hacia el exterior. La rapidez del fluido sanguíneo está dada por la expresión:

$$V = \frac{P}{4lK} R^2 - \frac{P}{4lK} r^2$$

Donde  $R$  es el radio del vaso sanguíneo,  $r$  es la distancia que recorre la sangre y  $P, l, K$  son constantes físicas relacionadas con la presión.

- a. ¿Cuál es el factor común?
- b. La expresión que se muestra es equivalente a  $V = P\left(\frac{R^2}{4lK} - \frac{r^2}{4lK}\right)$ , ¿puede seguir factorizándose? Justifica tu afirmación.
6. **Geometría** Calcula la medida de cada lado en los polígonos que se muestran.

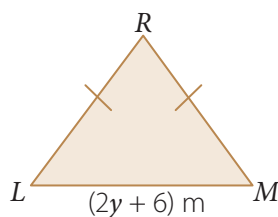
- a. El área ( $A$ ) del rectángulo  $DEFG$  es:

$$A = (10x^2 + 8x) \text{ cm}^2$$



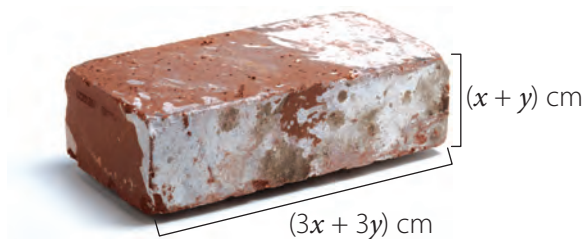
- b. El perímetro ( $P$ ) del triángulo isósceles  $LMR$  es:

$$P = (6y + 26) \text{ m}$$



7. Resuelve el siguiente problema.

Se construirá un muro con forma rectangular y se utilizarán solo ladrillos como los que se muestran. Si para construirlo se pondrán 50 ladrillos de largo y de ancho 25 ladrillos, sin considerar las capas de cemento entre cada ladrillo, ¿cuál es la expresión factorizada que corresponde al área que cubre el muro?



### Reflexiona sobre tu trabajo

- ¿Podrías explicar con tus palabras qué significa factorizar una expresión algebraica? Explica.

---

- ¿Qué actividades consideras que fueron un desafío resolver? ¿Utilizaste alguna estrategia? Explica.

---