

2°
medio

Evaluación Matemática

Semana 3

¡Evaluemos lo aprendido durante
estas semanas!

Raíz enésima y propiedades

Pág. 44, ejercicios 1, 2 y 3

Operaciones con raíces enésimas

Pág. 44, ejercicio 4 / Pág. 62, ejercicio 3

Potencias de exponente fraccionario

Pág. 47, ejercicio 1 y 2 / Pág. 48, ejercicio 1

Operaciones con potencias de exponente fraccionario

Pág. 48, ejercicio 6 / Pág. 49, ejercicio 7 y 8



2do medio

Evaluación semana 3

TEMA: Raíz enésima y propiedades

Actividades de práctica

1. Relaciona cada raíz enésima con una potencia. Para ello, completa la tabla.

5^3	$(-2)^7$	4^4	$\sqrt[3]{-27}$
$\sqrt[5]{32}$	$\sqrt[3]{1000}$	$\sqrt[3]{-343}$	
$\sqrt[4]{1296}$	$(-8)^3$	$(-1)^9$	$\sqrt[5]{243}$

Raíz		$\sqrt[3]{125}$			$\sqrt[4]{256}$		$\sqrt[3]{-512}$		$\sqrt[9]{-1}$		$\sqrt[7]{-128}$
Potencia	$(-3)^3$		2^5	3^5		$(-7)^3$	10^3		6^4		

2. Calcula el valor de las siguientes raíces enésimas.

a. $\sqrt[3]{64} =$

b. $\sqrt[5]{-32} =$

c. $\sqrt[4]{81} =$

d. $\sqrt[6]{1} =$

e. $\sqrt[5]{1024} =$

f. $\sqrt[4]{625} =$

3. Responde.

- a. ¿Por qué no está definida la raíz de índice par de un número negativo?
- b. ¿Existe algún número real tal que su raíz enésima sea el mismo número?
- c. ¿Cuál es el valor de $\sqrt[10]{1}$ y de $\sqrt[15]{-1}$?, ¿de qué depende el signo del valor obtenido en cada caso?

TEMA: Operaciones con raíces enésimas

4. Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a. $\sqrt[3]{216} + \sqrt[5]{-243} + \sqrt[4]{16} =$

b. $\sqrt[5]{-32} - \sqrt[4]{10\,000} + \sqrt[3]{64} =$

c. $3\sqrt[5]{0,00001} + \sqrt[3]{\frac{1}{64}} + 2\sqrt[4]{64} =$

3 Calcula el valor de cada una de las siguientes expresiones.

a. $3\sqrt[3]{320} - 2\sqrt[3]{135} =$

b. $\sqrt[4]{81} - \sqrt[4]{256} + \sqrt[4]{80} =$

c. $\sqrt[3]{-216} + \sqrt[5]{243} + \sqrt[4]{625} =$

d. $\sqrt[5]{64} \cdot \sqrt[5]{96} - \sqrt[5]{192} - \frac{\sqrt[4]{24}}{\sqrt[4]{4}} =$

TEMA: Potencias de exponente fraccionario

Actividades de proceso

1. Analiza la siguiente demostración.

$$\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{3} = 2^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} = (2 \cdot 3)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{6}$$

- a. Explícala con tus palabras y escribe una fórmula general para ella.

- b. ¿Qué propiedad de potencias se utiliza para demostrarla?

2. Muestra las siguientes igualdades, aplicando las propiedades de potencias.

a. $\sqrt[5]{16} : \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{2}$

b. $2\sqrt[7]{3} = \sqrt[7]{2^7 \cdot 3}$

Matemática y computación

Un aspecto fundamental en la programación computacional es la optimización de información inicial que se le debe dar al computador para que pueda realizar las operaciones necesarias. Por lo tanto, si ya existe una operación definida, que ya esté programada, y hay otra que se relaciona con ella, generalmente se busca definir esta última de manera similar a la primera.

¿Qué propiedades de potencias son las que se utilizan?

En resumen

Se puede interpretar una potencia de exponente fraccionario como una raíz enésima y viceversa, de modo que:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \text{ si } n \text{ es par y } m \text{ es impar, } a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

Gracias a esto, se pueden realizar operaciones entre raíces enésimas aplicando las propiedades de las potencias para interpretar y simplificar el cálculo de expresiones que las involucran.

1. Expresa en forma de raíces las siguientes potencias.

a. $6^{\frac{1}{5}} =$

b. $8^{\frac{1}{3}} =$

c. $24^{\frac{5}{9}} =$

d. $x^{\frac{5}{2}} =$

e. $q^{\frac{7}{4}} =$

f. $101^{\frac{3}{n}} =$

2. Demuestra la siguiente propiedad de las raíces enésimas.

$$\sqrt[n]{x^{bn}} = \sqrt[n]{x^b}, \text{ con } x \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

3. Aplica la propiedad demostrada anteriormente para reducir los índices de las siguientes raíces. Considera $p, q \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$.

a. $\sqrt[8]{p^6} =$

b. $\sqrt[5]{q^{15}} =$

c. $\sqrt[4]{p^2} =$

d. $\sqrt[10]{p^8 q^6} =$

e. $\sqrt[6]{p^3 q^3} =$

4. Verifica, considerando valores para a y b positivos, que los pares de expresiones son distintos entre sí.

a. $(a + b)^{\frac{1}{2}}$ $a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$

b. $(a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}$ $a + b$

c. $(a + b)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{1}{(a + b)^2}$

5. Si $a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, explica con tus palabras, da ejemplos y demuestra la siguiente propiedad de las raíces enésimas:

$$\sqrt[y]{\sqrt[x]{a}} = \sqrt[x]{\sqrt[y]{a}}$$



¿Existe alguna condición para el valor de a ? Justifica.

TEMA: Operaciones con potencias de exponente fraccionario

6. Considera las siguientes expresiones, con $a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$:

$$\sqrt[5]{a^3} \cdot \sqrt[7]{a^5} = \sqrt[35]{a^{46}} \qquad \frac{\sqrt[7]{a^5}}{\sqrt[5]{a^3}} = \sqrt[35]{a^4}$$

- a. ¿Son correctas? Si lo son, demuéstralo. Si no lo son, da un contraejemplo para cada una.
- b. Escribe una fórmula que permita multiplicar o dividir dos raíces enésimas de distinto índice e igual cantidad subradical.
7. Aplica la fórmula deducida anteriormente y las demás propiedades para reducir las siguientes expresiones. Considera $a, b, p, x \in \mathbb{R}^+$.

a. $\sqrt[5]{4^4} \cdot \sqrt[3]{3^2} =$

f. $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[4]{8}} =$

b. $\sqrt[3]{343} \cdot \sqrt[4]{49} =$

g. $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} =$

c. $\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[6]{9^5} =$

h. $\sqrt{\frac{\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[6]{a^3}}} =$

d. $\sqrt[7]{a^3 b^4} \cdot \sqrt[3]{a^{-5} b^2} =$

i. $\frac{\sqrt[3]{3\sqrt{p^3}}}{\sqrt[4]{p^5}} =$

e. $\sqrt[4]{3p^5} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{p^2}} =$

j. $\frac{10\sqrt[3]{x^2} - 15\sqrt[3]{x^4}}{5\sqrt[3]{x}} =$

8. Reduce las siguientes expresiones para obtener una equivalente con la menor cantidad subradical posible. Considera $a, b, p, q \in \mathbb{R}^+$.

a. $\frac{\sqrt[3]{120}}{\sqrt[3]{10}} =$

e. $\sqrt[3]{198} \cdot \sqrt[3]{21} =$

b. $\frac{\sqrt[5]{200}}{\sqrt{4}} =$

f. $\frac{\sqrt[5]{5^7}}{\sqrt{25}} \cdot \sqrt[5]{1000} =$

c. $\frac{\sqrt[6]{24}}{\sqrt[6]{16}} =$

g. $\frac{\sqrt[3]{a^4 b^5}}{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt[3]{a b^6}} =$

d. $\sqrt[4]{36} \cdot \sqrt[4]{8} =$

h. $\frac{\sqrt[4]{p^5 q^3}}{\sqrt[4]{p^2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{q}}{\sqrt[4]{q^5}} =$