

Unidad 4: Hacer inferencia estadística

Propósito de la unidad

Los estudiantes comprenden cómo se puede inferir información desde una muestra cuando la población está “distribuida normalmente”. Por ejemplo: cómo construir un intervalo de confianza para que la media poblacional se encuentre dentro de dicho intervalo con un cierto nivel de precisión previamente dado. O bien, plantear pruebas de hipótesis para aprobar o rechazar una predicción en torno a parámetros específicos de la población. Las preguntas que orientan la unidad son: ¿En qué condiciones estadísticas es confiable la información? ¿Cuáles son las condiciones de significatividad que afectan la toma de decisiones?

Objetivos de Aprendizaje

OA 4.

Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actividad 1: Hacer inferencias sobre la media de una población usando intervalos de confianza

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes comprendan en términos generales el uso de la estadística inferencial y cómo estimar parámetros de una población a partir de estadísticos de muestras de esa población. Con ello, pueden estimar, por ejemplo, la media de una población, con intervalos de confianza de mayor o menor precisión entregando un nivel de confianza según lo requerido o lo deseado.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4. Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Trabajar con responsabilidad y liderazgo en la realización de las tareas colaborativas y en función del logro de metas comunes.
- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.

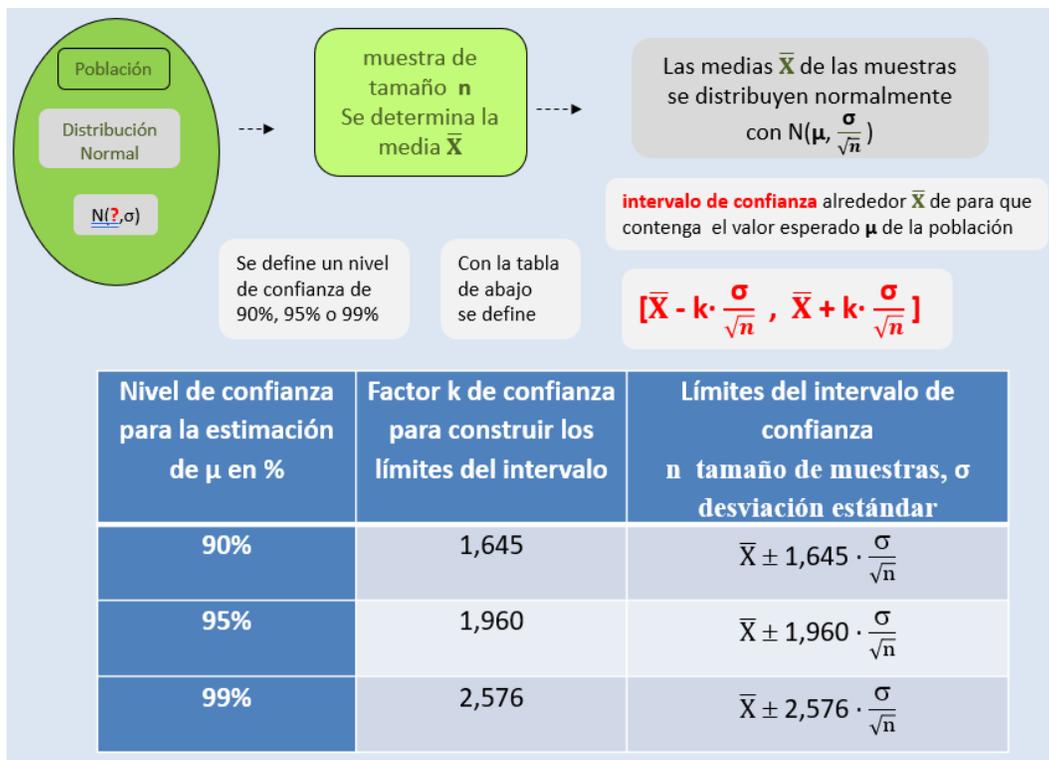
Duración: 12 horas pedagógicas

DESARROLLO

Se sugiere un trabajo colaborativo para las siguientes actividades.

INTRODUCIR EL CONCEPTO DE UN INTERVALO DE CONFIANZA

1. Observen el siguiente esquema, que presenta en forma sintética cómo trabaja la estadística inferencial a partir de muestras de una población determinada.



2. El nivel de confianza se puede expresar también como $1 - \alpha$, donde $\alpha = 0,1$ o bien $\alpha = 0,05$ o bien $\alpha = 0,01$. Además, el factor k corresponde al puntaje según una normal estándar $Z_{\alpha/2}$. Por ejemplo: si $\alpha = 0,05$, se tiene que $\alpha/2 = 0,025$ y el puntaje $Z_{\alpha/2}$ [según una tabla de la distribución normal estándar (ver Anexo)] es $-1,96$, que corresponde al valor más cercano de $0,025$.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475

3. Del mismo modo que para el nivel de confianza de $0,95$, comprueben en la tabla de la distribución normal estándar (ver Anexo), los puntajes $Z_{\alpha/2}$ para los niveles de confianza de $0,90$ y $0,99$.
- a. A partir de lo anterior, completen la tabla:

$1 - \alpha$	$\alpha/2$	$z_{\alpha/2}$	Intervalo de confianza
0,90	0,05		
0,95	0,025	1,960	$\left[\bar{X} - 1,960 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + 1,960 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$
0,99	0,005		

- b. Compartan ideas acerca de los parámetros de la población y los estadísticos de las muestras. ¿Sobre qué se quiere inferir o estimar algún valor y cómo? Argumenten.
- c. Si una población se distribuye normalmente $N(\mu, \sigma)$, ¿cómo se distribuyen las medias de las muestras de tamaño “n” extraídas de dicha población?
- d. En sus propias palabras, ¿qué es un intervalo de confianza para la media “desconocida” de una población de la cual sí se conoce su desviación estándar? Expliquen.
- e. ¿En qué influye el nivel de confianza a la hora de fijar un intervalo para la media de la población? Argumenten.

- f. ¿Cómo se puede interpretar la expresión $Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ y cómo influye en ella el tamaño “n” de la muestra? Argumenten.

UN EJEMPLO

Después de una década sin recopilar datos, se quiere determinar aproximadamente el valor esperado μ de la estatura entre las mujeres de una población. Se saca una muestra de 100 mujeres, con una estatura media de $\bar{X} = 154\text{cm}$. Se conoce la desviación estándar de esa medición: $\sigma = 6\text{cm}$ y se estima que no ha cambiado.

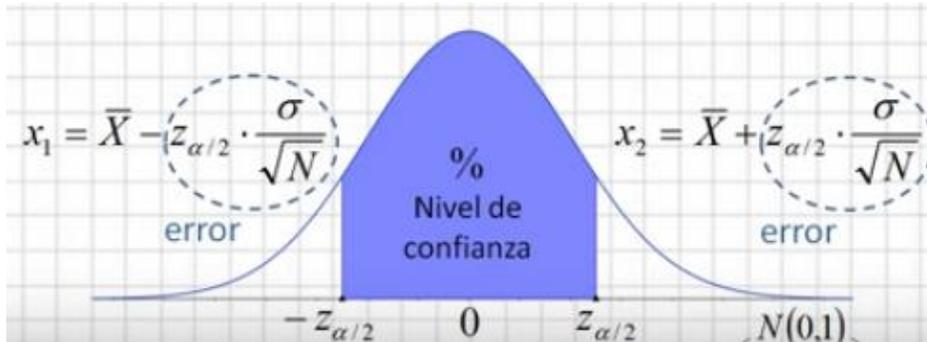
- A partir de la muestra poblacional, describan el procedimiento que determina un intervalo de confianza para estimar el valor esperado poblacional μ .
- Determinen el intervalo de confianza alrededor de la media muestral \bar{X} con un nivel de 95% de confianza, que contenga el valor esperado μ de la población.
- Si la media muestral $\bar{X} = 154\text{ cm}$ hubiera resultado de una muestra de 400 mujeres, ¿qué influencia tendría en el intervalo de confianza? Argumenten.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- Se sugiere comenzar esta unidad con un diagnóstico y repaso de los temas vistos antes y, además, incentivar la noción de confianza. Para ello, los jóvenes los estudiantes elaboran esquemas sobre la ubicación que le darían a las personas que les merecen mayor y menor confianza. Como el tema es muy personal, conviene que los trabajos sean anónimos. Lo ideal es poner al sujeto en el medio, a su alrededor a las personas con mayor grado de confianza y más lejos a medida que va disminuyendo esa confianza. Aunque no es una analogía para el intervalo de confianza, les permitirá acercarse al concepto y comparar con las características específicas para calcular intervalos de confianza.
- Cabe explicarles que, en la estadística descriptiva, se puede describir poblaciones con variables aleatorias; según el contexto, se elige mayoritariamente una variable aleatoria binomial o una variable aleatoria normal. Al conocer los parámetros poblacionales como “n” y “p” en el caso de la binomial, y “ μ ” y “ σ ” en el caso de la normal, se puede determinar probabilidades referidas a muestras de dichas poblaciones.
- Por su parte, la estadística inferencial aplica la siguiente propiedad de cada variable aleatoria normal: Se considera todas las medias \bar{X} de muestras del mismo tamaño “n” de una población normalmente distribuida con media “ μ ” y desviación estándar “ σ ”. Se puede constatar que la distribución de las medias muestrales \bar{X} sigue una variable aleatoria normal con el valor esperado “ μ ” de la población, pero con una desviación reducida “ $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ” que depende del tamaño “n” de las muestras.
- En la práctica se toma una muestra del tamaño “n” de la población, se determina la media \bar{X} de la muestra y se construye un “intervalo de confianza” alrededor de la media muestral \bar{X} ; así se tiene “confianza” en que el valor esperado “ μ ” de la población se encuentre dentro de este

intervalo. Finalmente, con un nivel de confianza deseado, se determina el largo del intervalo utilizando la tabla de la distribución normal estándar (ver Anexo).

5. Se recomienda discutir con ellos acerca del error (E) asociado a la estimación de la media mediante intervalos de confianza. Si se considera un nivel de confianza $1 - \alpha$, en términos de probabilidad se tiene que $P(\bar{X} - E \leq \mu \leq \bar{X} + E) = 1 - \alpha$, donde el error queda expresado por $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Esto se puede apreciar en el siguiente esquema:



6. Por ende, una expresión para determinar el tamaño “n” de las muestras acorde al error que se quiere cometer es $E = \left(z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{E}\right)^2$.
7. Dado que uno de los objetivos de la unidad 4 es OA 4 –Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis–, se sugiere compartir con los jóvenes la siguiente propuesta de rúbrica para que evalúen el proceso argumentativo de forma general:

	Totalmente logrado	Medianamente logrado	No logrado
Criterios			
Caracterizan los datos entregados según la variable del problema.	Identifican la cantidad de datos de la muestra y el problema con una distribución normal.	Identifican la cantidad de datos de la muestra.	Mencionan una cantidad que se relaciona con otro problema.
	Identifican el promedio y la desviación estándar en el problema.	Identifican el promedio o la desviación estándar en el problema.	Escriben información numérica.
Establecen la hipótesis o conjetura que defenderán con argumentos, buscando datos en la información entregada u otras fuentes.	Elaboran una hipótesis, basándose en los datos del problema o de otras fuentes relacionadas.	Elaboran una hipótesis, basándose parcialmente en los datos del problema.	Escriben una frase.

Calculan intervalos de confianza o realizan pruebas de hipótesis para apoyar la argumentación.	Calculan intervalos de confianza o realizan pruebas de hipótesis apoyando la argumentación asociada al problema.	Calculan intervalos de confianza o realizan pruebas de hipótesis.	Realizan cálculos.
Relacionan los resultados para defender las posturas o hipótesis iniciales.	Relacionan los resultados mediante un hilo conductor, para concluir la postura o hipótesis.	Utilizan los resultados para concluir la postura o hipótesis.	Presentan los resultados.
Comparan resultados para cambiar de posición si es necesario.	Comparan los resultados obtenidos con la hipótesis y la cambian o reafirman, según corresponda.	Comparan los resultados obtenidos con la hipótesis.	Presentan una hipótesis asociada a otros resultados.

8. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Identifican los elementos principales en una estimación de la media poblacional, con desviación estándar conocida, por medio de intervalos de confianza.
 - Resuelven problemas en los que deben hacer una estimación de la media poblacional, con desviación estándar conocida, por medio de intervalos de confianza.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Sitio de Economía y Finanzas que relaciona estas ciencias con la estadística. Universidad Complutense de Madrid.
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://economipedia.com/definiciones/intervalo-de-confianza.html>
- Documento con la teoría de probabilidades y estadística. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires.
https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.dm.uba.ar/materias/probabilidades_estadistica_C/2011/1/PyEC142011.pdf
- Curso de Inferencia de una población más bibliografía. Documento del Departamento de Estadística de la Universidad Carlos III, Madrid.
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://halweb.uc3m.es/esp/Personal/personas/aarribas/eng/docs/estII/tema1esp.pdf>
- Intervalos de confianza y otros temas de la inferencia estadística en la página de Minitab, software estadístico con una prueba gratis para su uso.
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/basics/what-is-a-confidence-interval/>

Actividad 2: Inferencias en diferentes contextos usando intervalos de confianza

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes puedan obtener intervalos de confianza para realizar inferencias sobre la media de una población en diferentes contextos. Para ello, deben identificar –a partir de la información entregada– los elementos que permiten establecer un intervalo para la media de la población, según el nivel de confianza requerido.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4. Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.
- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

Duración: 12 horas pedagógicas

DESARROLLO

ALIMENTACIÓN SALUDABLE

- Para una campaña de alimentación saludable, diferentes casinos distribuyen su plato de hamburguesa de garbanzos, lenteja y quinoa: si su masa es menor que 500 gr, será gratis para los clientes; estos están informados de la promoción. Pero los casinos se quieren asegurar de que ese plato no pese menos de 500 gr para no entregar comida gratis; para ello, quieren tener una confianza alta. Con el dato histórico de las muestras, se requiere predecir qué pasará con un alto grado de confianza. Asumiendo una distribución normal de las masas, la información histórica es la siguiente:
 - Media muestral de las masas (\bar{X}): 610 kg
 - Desviación estándar poblacional (σ): 12
 - Cantidad de datos de la muestra (n): 36
 - Nivel de confianza: 95%
 - Encuentra el intervalo para la masa poblacional, según el nivel de confianza solicitado.
 - Interpreta este intervalo. ¿Se cumple el objetivo estadístico del casino? Argumenta.
 - Determina el error para el intervalo de confianza en este caso. ¿Cómo se interpreta dicho error? Argumenta.
- Para apoyar la alimentación saludable en jardines infantiles fiscalizados por el Estado, se invitó a empresas a una licitación y ganó la que hace compotas de frutas en un máquina. Esta empresa ajusta de tal manera la cantidad despachada, que tiene desviación estándar de 16 ml. Periódicamente se revisa la máquina, tomando una muestra de 45 compotas y calculando el contenido promedio.
 - Si la media en la muestra es de 240 ml, ¿cuál es un intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 95%? Argumenta.
 - El intervalo de confianza encontrado, ¿qué nos dice respecto del contenido de las compotas en la máquina? Argumenta.

Conexión Interdisciplinaria
Ciencias para la Ciudadanía
OA e, 3° y 4° medio.

ENDEUDAMIENTO DE LAS PERSONAS

- Según el Informe de endeudamiento del año 2016 de la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras de Chile (SBIF)¹², el 40% del total de personas endeudadas tiene un ingreso menor a \$500 mil. La carga financiera que las personas destinan a la deuda sobre el total de sus ingresos corresponde al 16,72%. Antofagasta es la región que sobresale, con una deuda representativa de 3,2 millones de pesos y un monto en promedio de 4,2 veces el sueldo. Considera que, en esa región, el ingreso mensual promedio de 100 trabajadores es de \$420 000, con una desviación estándar poblacional conocida de \$75 000, y que los datos se ajustan a una distribución normal.
 - Determina un intervalo para la media poblacional del ingreso de trabajadores con un nivel de confianza del 90%.

¹² https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.sbif.cl/sbifweb3/internet/archivos/DISCURSOS_11422.pdf

- b. Determina el error para el intervalo de confianza en este caso. ¿Cómo se interpreta dicho error? Argumenta.
- c. Estimando la media poblacional del sueldo de los trabajadores en la región, la carga financiera mensual destinada a la deuda y el nivel de endeudamiento discute con tu compañero sobre por qué Antofagasta destaca por su endeudamiento.

PROTECCIÓN DE ESPECIES

Un biólogo está preocupado por la extinción del elefante sumatra –protegido en países como Indonesia– debido a la deforestación y la caza incontrolada. Efectuó el siguiente estudio para determinar en qué condiciones podría vivir de acuerdo a su alimentación:

Tomó una muestra aleatoria de 30 días, en los cuales observó cuánta comida diaria ingiere el elefante, y obtuvo en promedio 350 kg, con

desviación estándar de 25 kg de lo que comen las especies vivas; los datos están distribuidos normalmente.



El intervalo de confianza resultante fue del 90% en los 30 días de prueba; para la media, fue de entre 342 kg y 358 kg de comida para el elefante.

1. Verifica si el intervalo de confianza obtenido es correcto, según los datos entregados.
2. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), según la información entregada? Argumenta tus respuestas.
 - a. En un muestreo repetido, esto produce una media de la muestra entre 342 kg y 358 kg en el 90% de las muestras.
 - b. Los elefantes comieron entre 342 kg y 358 kg el 90% de los días.
 - c. Existe un 0,90 de probabilidad de que, en promedio, coman entre 342 kg y 358 kg.
 - d. Se estima los intervalos de confianza de la media poblacional con varianza desconocida en esta situación.
 - e. La muestra corresponde a 30 elefantes.
 - f. En los 30 días, la media de la cantidad de comida que come el elefante es 350 kg.
 - g. La varianza poblacional de la comida de este tipo de elefante es 625 kg.
 - h. El error que separa al estimado de 350 kg es de aproximadamente 8 unidades, con un 90% de confianza.
 - i. El margen de error es de un 20% para estimar la media poblacional.
 - j. Mientras mayor sea el margen de error, más ancho será el intervalo y menos seguros podremos estar del valor estimado.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere que los estudiantes realicen cada uno de los problemas propuestos, paso a paso, para profundizar los conceptos clave de la estimación de la media mediante intervalos de confianza. En todos los ejercicios, se asume que la población se distribuye normalmente.
2. Deben reforzar que el estimador de la media poblacional μ es la media muestral \bar{X} . La desviación estándar poblacional σ se asume conocida. Para ello se construye un intervalo, según el nivel de confianza $(1 - \alpha)$, identificando el factor de confianza a partir de la puntuación z correspondiente ($z_{\alpha/2}$). El error asociado corresponderá a la expresión $E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
3. En las secciones de “Alimentación saludable” y “Endeudamiento de personas”, se recomienda que interpreten el significado de los intervalos de confianza construidos según el contexto, considerando e interpretando también el error asociado según el nivel de confianza requerido. Esta es una instancia para comprender qué significa construir un “intervalo” para la media poblacional, y que puede ser de largo variable según el nivel de confianza, pero también sensible con el tamaño “ n ” de las muestras. Finalmente, todo depende del error (E) con que se quiera trabajar.
4. En la sección de “Protección de especies”, tienen que argumentar adecuadamente las sentencias falsas en la actividad de verdadero y falso. Esto permitirá validar si entienden los conceptos.
5. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Determinan intervalos de confianza, utilizando información contextualizada.
 - Resuelven problemas en los que deben realizar una estimación de la media poblacional, con desviación estándar conocida, por medio de intervalos de confianza.

Actividad 3: Elaborar una hipótesis y comprobar o rechazar en diferentes contextos

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes comprendan cómo hacer inferencias; para ello, elaboran pruebas de hipótesis que permitan “aceptar o rechazar” cierta información, considerando cierto nivel de confianza y un error de probabilidad. A diferencia de la estimación de la media poblacional por medio de intervalos de confianza en torno a la media muestral, aquí se establece intervalos de confianza en torno a la media poblacional, para probar si la media muestral está o no contenida en los intervalos de confianza y aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4. Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.
- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

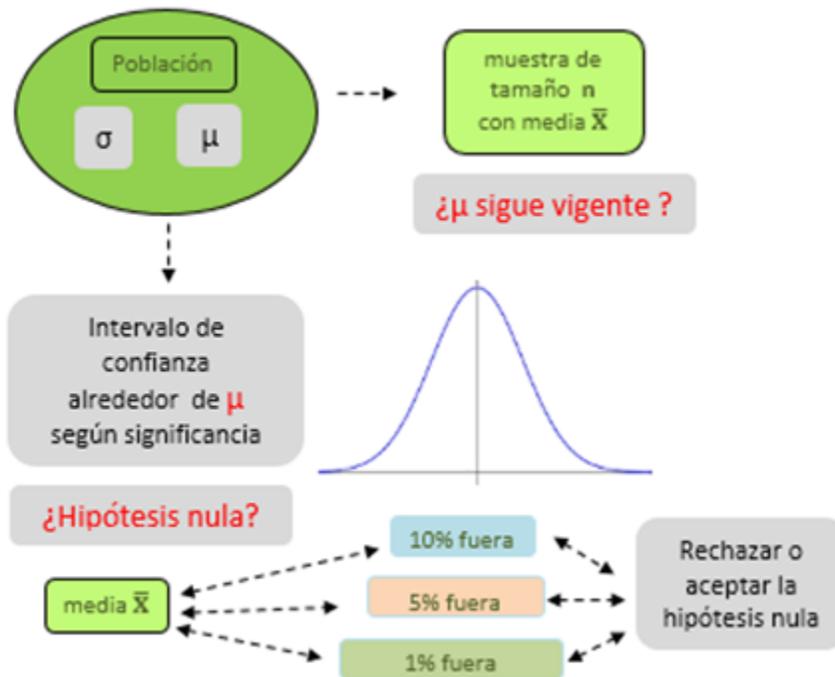
Duración: 12 horas pedagógicas

DESARROLLO

Se sugiere que trabajen colaborativamente en las siguientes actividades.

¿QUÉ ENTENDEMOS POR PRUEBAS DE HIPÓTESIS?

1. Observen el siguiente esquema, que muestra en forma sintética cómo trabaja la estadística inferencial, a partir de muestras que se toma de una población determinada y de hacer pruebas de hipótesis.



A diferencia de la estimación por medio de intervalos de confianza para la media poblacional, aquí se utiliza intervalos de confianza en torno a la media muestral, para probar si la media muestral está o no en el intervalo, según cierto nivel de confianza y error de probabilidad.

- a. Acorde con lo anterior, completen la siguiente tabla:

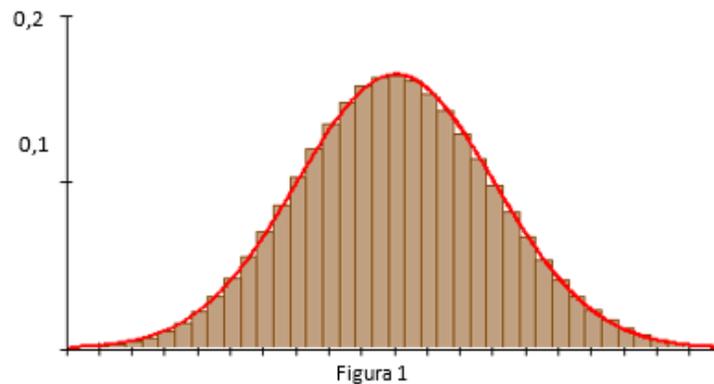
$1 - \alpha$	α	Error de probabilidad	$z_{\alpha/2}$	Intervalo de confianza para \bar{X}
0,90	0,1			
0,95	0,05	5%	1,960	$\left[\mu - 1,960 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \mu + 1,960 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$
0,99	0,01			

- b. En sus propias palabras, ¿qué es un intervalo de confianza para la “media muestral” a partir de la media y desviación poblacional, según un nivel de confianza y error de probabilidad? Expliquen.
- c. ¿En qué influye el nivel de confianza y error de probabilidad a la hora de fijar un intervalo para media muestral? Argumenten.

- d. ¿En qué consiste la “hipótesis nula” y cómo se acepta o rechaza? Argumenten.
2. Consideren la siguiente situación: La lluvia caída en una región tenía una media poblacional anual de las últimas décadas de $\mu = 120 \frac{ml}{m^2}$, con una desviación estándar de $\sigma = 15 \frac{ml}{m^2}$. En mediciones anuales recientes de 9 años seguidos, se registra un nuevo promedio de $109 \frac{ml}{m^2}$. Para ver si se podría hablar de un cambio significativo de la lluvia caída a partir de esas mediciones, se hace una prueba de hipótesis.
- Elaboren una prueba de hipótesis con un error de probabilidad de 5%, acerca de un cambio “significativo” de la lluvia caída. Construyan un intervalo de confianza adecuado y establezcan si aceptan o rechazan la hipótesis nula.
 - Contrasten ahora con una prueba de hipótesis con un error de probabilidad de 1% acerca de un cambio “altamente significativo”. Construyan un intervalo de confianza adecuado y establezcan si aceptan o rechazan la hipótesis nula.

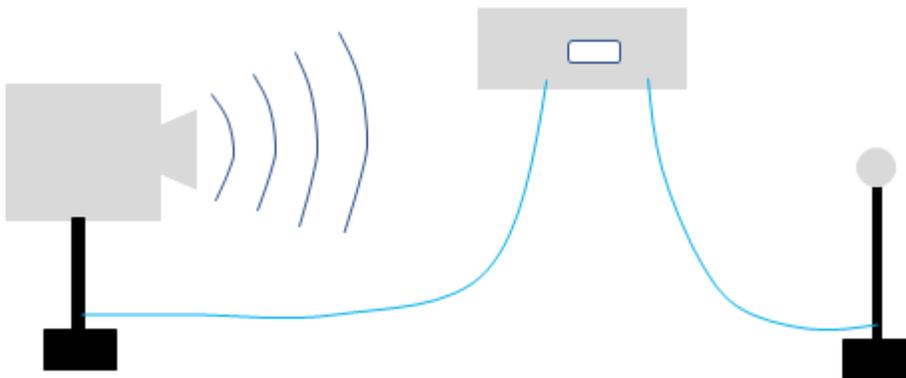
PRUEBAS DE HIPÓTESIS EN CONTEXTOS DE LA VIDA DIARIA Y CIENCIAS NATURALES

1. El gráfico muestra el histograma de una distribución binomial aproximada por una campana de Gauss.



- ¿Por qué se puede aproximar una “situación binomial” por el supuesto de normalidad, en muestras grandes?
- Una prueba de hipótesis bilateral considera una probabilidad de error de $\alpha = 0,05$ para el rechazo de la hipótesis nula H_0 . En el eje horizontal de imagen, marquen aproximadamente el margen del rechazo de la hipótesis nula.
- Una prueba de hipótesis unilateral izquierda considera una probabilidad de error de $\alpha = 0,08$ para rechazar la hipótesis nula H_0 . Marquen aproximadamente, en el eje horizontal de la imagen, el margen del rechazo de la hipótesis nula.
- Una prueba de hipótesis unilateral derecha considera una probabilidad de error de $\alpha = 0,06$ para el rechazo de la hipótesis nula H_0 . Marquen aproximadamente, en el eje horizontal de la imagen, el margen del rechazo de la hipótesis nula.

2. ¿En cuáles de las siguientes situaciones se debe aplicar una prueba de hipótesis bilateral, unilateral izquierda o derecha, respectivamente? Argumenten su respuesta.
 - a. Cada pote de margarina contiene por lo menos 252 g.
 - b. El servicio técnico de computadoras cobra en promedio 2 horas de trabajo.
 - c. En las reservas de vuelos, hay una sobredemanda de 10%.
 - d. El lanzamiento de un dado muestra que es un dado honesto.
 - e. El pronóstico del tiempo ha mejorado.
3. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) y cuáles falsas (F)? Argumenten sus respuestas.
 - a. Si se asume la hipótesis nula, debería ser verdadera. Si no fuera así, no se podría determinar su intervalo de aceptación.
 - b. La probabilidad de rechazar una hipótesis nula, aunque sea verdadera, se llama probabilidad de error.
 - c. Si aumenta el nivel de significancia (máxima probabilidad de error), aumenta también el intervalo de aceptación de la hipótesis nula.
 - d. La probabilidad del error indica el valor de la probabilidad con la cual se rechaza la hipótesis nula.
 - e. Si se repite dos veces la misma prueba de hipótesis, tal vez se deba decidir de manera diferente.
4. Prueba de hipótesis con variable aleatoria X normalmente distribuida.



En un experimento escolar, el emisor y el receptor del sonido se posicionan a una distancia de $3,40m$ para determinar la velocidad del sonido en el aire. Debido a su naturaleza de propagación, los tiempos t que necesita el sonido para recorrer la distancia deberían tener medidas con el valor esperado de $\mu = 0,0100s$ y una desviación estándar de $\sigma = 0,0010s$. 16 parejas de alumnos registraron sus resultados de las mediciones ya promediados del tiempo t , y los representaron en la siguiente tabla:

grupo	1	2	3	4	5	6	7	8
t en s	0,0094	0,0110	0,0087	0,0092	0,0091	0,0101	0,0081	0,0100

grupo	9	10	11	12	13	14	15	16
t en s	0,0088	0,0093	0,0102	0,0087	0,0091	0,0094	0,0102	0,0085

- Mirando las tablas con los resultados, conjeturen acerca de la tendencia de los tiempos que oscilan alrededor del valor esperado $\mu = 0,0100s$.
 - Elaboren el intervalo de confianza para la hipótesis nula, contrastando el resultado experimental \bar{X} (tiempos medidos) del grupo experimental de los 16 alumnos, con el valor esperado μ , admitiendo un nivel de error de probabilidad de 5%.
 - Determinen la media \bar{X} de las 16 mediciones que resultan del experimento.
 - Según la media \bar{X} calculada, acepten o rechacen la hipótesis nula.
 - Conjeturen acerca de la calidad del reloj digital utilizado en los experimentos.
5. La capacidad de la carga eléctrica de un modelo de batería está etiquetada con $120Ah$. Una empresa automotriz recibe reclamos de clientes que dicen que la carga eléctrica de ese modelo es menor. Se hizo una investigación al interior de la automotriz, testeando al azar $n = 25$ baterías con una media $\bar{X} = 118,8Ah$. La desviación estándar de la capacidad de este modelo es de $\mu = 2,5Ah$.
- Prueben la siguiente hipótesis con un nivel de error de probabilidad de 5%: "El valor esperado μ de la carga eléctrica sigue en $120Ah$ ".
 - ¿Por qué las pruebas de hipótesis dan sentido a la elaboración de intervalos de confianza?



PRUEBAS DE HIPÓTESIS EN EL CONTEXTO DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS Y DE CIENCIAS SOCIALES

- Se lanza un dado 150 veces, y en 60 lanzamientos resulta un número par. La variable aleatoria binomial X representa la cantidad de resultados del evento "número par".
 - ¿Por qué se puede aproximar la variable X mediante una distribución normal? Argumenten su respuesta.
 - Determinen el valor esperado μ y la desviación estándar σ para un dado perfectamente equilibrado.



- c. Prueben la hipótesis “El dado está perfectamente equilibrado”, con un error de probabilidad de 5%.
2. En la revista científica Lifesciences se publicó un artículo sobre el aumento de la estatura media de mujeres y hombres de diferentes países en el mundo, a lo largo de 100 años. (<https://elifesciences.org/articles/13410>). El cuadro adjunto representa los resultados para las chilenas y los chilenos.



Formen grupos según las siguientes hipótesis.

- I. Se rechaza algunas de las hipótesis con un 5% de error de probabilidad.
- Elaboren una tabla con la estatura de 25 hombres, cuya media \bar{X} rechace la hipótesis de estatura media de hombres de 171cm y diga que la estatura media podría ser mayor. La variable X sigue una distribución normal con una desviación estándar de 8cm.
 - Elaboren una tabla con la estatura de 16 mujeres, cuya media \bar{X} rechace la hipótesis de estatura media de 159cm y diga que la estatura media podría ser menor. La variable X sigue una distribución normal, con una desviación estándar de 6cm.
- II. Se acepta algunas de las hipótesis con un 5% de error de probabilidad.
- Elaboren una tabla de 16 hombres cuya media \bar{X} acepte la hipótesis de estatura media de hombres de 171cm. La variable X sigue una distribución normal, con una desviación estándar de 8cm.
 - Elaboren una tabla con la estatura de 25 mujeres, cuya media \bar{X} acepte la hipótesis de estatura media de 159cm. La variable X sigue una distribución normal, con una desviación estándar de 6cm.
- III. Se acepta o se rechaza algunas de las hipótesis con un 5% de error de probabilidad.
- Elaboren una tabla con la estatura de 25 hombres, cuya media \bar{X} acepte la hipótesis de estatura media de hombres de 160cm. La variable X sigue una distribución normal, con una desviación estándar de 6cm.
 - Elaboren una tabla con la estatura de 16 mujeres cuya media \bar{X} rechace la hipótesis de estatura media de 147cm. La variable X sigue una distribución normal con una desviación estándar de 5cm.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- Una parte importante de la estadística inferencial se refiere a pruebas de hipótesis mediante las cuales se quiere verificar o rechazar si ha cambiado o no el valor esperado “ μ ” de una población, distribuida con una variable aleatoria normal. Se toma una muestra del tamaño “ n ”, se determina la media muestral \bar{X} y se construye un intervalo de confianza alrededor del valor esperado de la población $[\mu - k \cdot \frac{\sigma}{n}; \mu + k \cdot \frac{\sigma}{n}]$. Si la media muestral \bar{X} está dentro del intervalo de confianza, se acepta la hipótesis nula “no hay cambio”. En el otro caso, se rechaza la hipótesis nula “no hay cambio”.

2. Se sugiere enfatizar con los estudiantes que muchas situaciones estadísticas que involucran una prueba de hipótesis requieren una variable aleatoria binomial; sin embargo, si se considera muestras de tamaño grande, se puede aproximar la variable binomial por una variable normal estandarizada, como se vio en la Unidad 3.
3. Para apoyar la comprensión, es importante que los alumnos sepan representar gráficamente los problemas de una prueba de hipótesis. Se sugiere que ellos mismos elaboren la estrategia de aceptar o rechazar una hipótesis nula.
4. En el segundo punto de la sección “Experimentos Aleatorios y de Ciencias Sociales”, se recomienda representar los resultados de los diferentes grupos, contrastando las diversas estrategias y fomentando la argumentación.
5. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Identifican los elementos principales de una prueba de hipótesis y los argumentos para aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.
 - Resuelven problemas en los que deben plantear una prueba de hipótesis y establecen los argumentos para aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Pruebas de hipótesis
https://www.curriculumnacional.cl/link/http://frrq.cvg.utn.edu.ar/pluginfile.php/3617/mod_resource/content/0/TRANSPARENCIAS/Prueba_Hipotesis-_PPT-2013.pdf
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.monografias.com/trabajos17/pruebas-de-hipotesis/pruebas-de-hipotesis.shtml>

Actividad 4: Elaborar y comprobar o rechazar una hipótesis

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes comprendan algo más sobre pruebas de hipótesis; por ejemplo: en relación con la existencia de errores. En estadística inferencial, se considera principalmente dos tipos de errores: Tipo I, rechazar incorrectamente la hipótesis nula (aunque sea verdadera) y Tipo II, aceptar erróneamente la hipótesis nula (aunque sea falsa). Ambos tienen consecuencias en la vida diaria y en todas las investigaciones científicas. Así, en el ámbito escolar, los jóvenes pueden aproximarse a la manera de trabajar científicamente.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4. Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Trabajar colaborativamente en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.
- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.

Duración: 12 horas pedagógicas

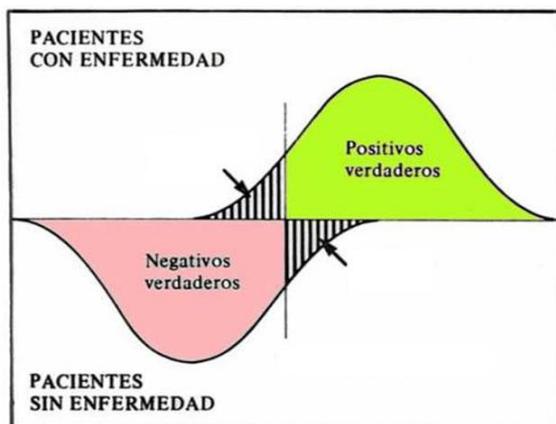
DESARROLLO

DESCUBRIENDO LOS TIPOS DE ERRORES EN ESTADÍSTICA INFERENCIAL

1. Tipo de errores en pruebas de hipótesis relacionados con la hipótesis nula.

Hipótesis nula está	Realidad	
	La hipótesis nula es verdadera	La hipótesis nula es falsa
Rechazada		
Aceptada		

- Averigua en qué caso se debe rechazar la hipótesis nula.
 - Llena cada uno de los espacios grises con una de las siguientes afirmaciones: “decisión correcta”, “error tipo 1” y “error tipo 2”. ¿Qué significa “error tipo 1” y “error tipo 2”?
 - ¿En qué caso, el error corresponde a la probabilidad de error en la hipótesis nula?
2. ¿Falsos positivos? ¿falsos negativos? En el ámbito de la salud, se utilizan los términos “falsos positivos” y “falsos negativos”. En un test médico, se asigna el resultado “positivo” a la diagnosis de ser portador de una enfermedad y en el caso contrario, se asigna el resultado “negativo”. La imagen muestra los cuatro casos de los resultados posibles.



Conexión interdisciplinaria:
Ciencias para la Ciudadanía
OA d, e, 3° y 4° medio

- Rotula las zonas achuradas en negro con uno de los términos “falsos positivos” o “falsos negativos”.
- Se considera como hipótesis nula “la persona no tiene la enfermedad”. ¿Cuál es la hipótesis alternativa?
- ¿Con qué tipo de error (“tipo 1” o “tipo 2”) se puede identificar el resultado “falso positivo”? Argumenta la respuesta.
- Manteniendo la hipótesis nula, el test de diagnóstico conlleva un error del “tipo 2”; ¿con qué resultado (“falso positivo” o “falso negativo”) se puede relacionar este error?
- Considerando un test de diagnóstico para detectar si una persona es portadora de un virus altamente contagioso con un cuadro severo de enfermedad, ¿cuál de los errores “tipo 1” o “tipo 2” provocará más consecuencias negativas para la comunidad? Argumenta la respuesta.

- f. Si un test de diagnóstico de ser portador de un virus tiene una precisión de 99,9% de detectar el virus, ¿cuántas de diez mil personas podrían obtener un diagnóstico “falso positivo”?
3. Cómo influye el tamaño n de una muestra de una población normalmente distribuida, en el rechazo o la aceptación de la hipótesis nula.

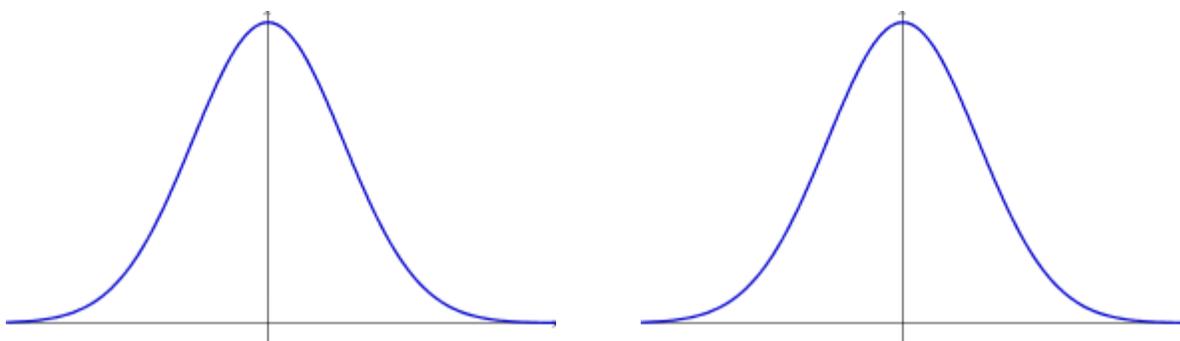
De un manzano grande se puede recolectar anualmente 200kg de manzanas, con una desviación estándar de 30kg. En una plantación, se quiere averiguar si el cambio del microclima en el valle ha variado el rendimiento de los manzanos. Se considera el rendimiento de manzanos bajo el supuesto de una distribución normal y se prueba con un error de probabilidad de 5%.



- a. De una muestra de 25 manzanos, se calcula un promedio de $\bar{X} = 190kg$. Prueba la hipótesis nula para aceptar o rechazar la influencia del cambio del clima.
- b. De otra muestra de 50 manzanos, resulta el mismo promedio de $\bar{X} = 190kg$. Prueba la hipótesis nula para aceptar o rechazar la influencia del cambio del clima.
- c. Compara las dos pruebas y comenta la influencia del tamaño n de la muestra en la hipótesis nula.

¿“Significatividad” o “significatividad alta”?

1. La siguiente imagen muestra el gráfico de dos distribuciones normales de la misma población. Para una prueba de hipótesis nula, se considera un error de probabilidad de 5% en el primer caso y en el segundo, un error de probabilidad de 1%.



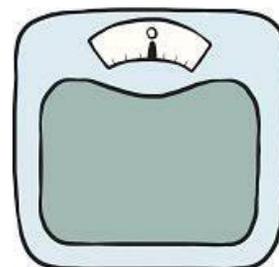
- a. Rotula en ambos gráficos el valor esperado μ .
- b. Marca aproximadamente, en el eje horizontal del primer gráfico, el espacio del rechazo de la hipótesis nula con un error de probabilidad de 5%. ¿A qué tipo de error “tipo 1” o “tipo 2” corresponde frente a la hipótesis nula?
- c. Marca aproximadamente en el eje horizontal del primer gráfico, el espacio de la aceptación de la hipótesis nula con un error de probabilidad de 1%.

- d. Si el resultado de una muestra cae en el espacio de rechazo de una hipótesis nula, se utiliza las expresiones “desviación significativa” o “desviación altamente significativa”. ¿Cuál de los casos se evalúa con “desviación significativa” o “desviación altamente significativa”? Argumenta la respuesta.

SALUD, ELECCIONES DE CANDIDATOS Y MECÁNICA

1. De un documento del Ministerio de Salud de Chile¹³ se puede extraer aproximadamente la información de la masa media de niñas de 10 años de todo Chile, y se concluye que es de 32kg con una desviación estándar de 5kg . Para contrastar esta información con la realidad regional, se conjetura que la masa media de niñas sería menor. De cuatro cursos entre 4° y 5° básico y un total de 64 niñas, resulta una masa media de $30,5\text{kg}$.

Bajo el supuesto de normalidad, se arma la hipótesis de que la masa media de las niñas en la región está representada con los datos de la población. Se arma la hipótesis nula, con un 5% de error de probabilidad, de que la masa media coincide con el nivel nacional.



- ¿Cuál sería la estrategia para verificar la conjetura? Argumenta tu respuesta.
 - Comparando el resultado de la muestra con el intervalo de confianza para la media poblacional ($\mu = 32\text{kg}$) de $[30,78\text{kg}, 33,23\text{kg}]$, ¿qué conclusión se obtiene? Argumenta tu respuesta.
 - Para construir una hipótesis alternativa, se arma un intervalo de confianza bajo el supuesto de que, entre 100 niñas, resulte $\bar{X} = 30,5\text{kg}$. Determinando correctamente el intervalo de confianza para la media poblacional ($\mu = 32\text{kg}$) de $[30,39\text{kg}, 33,61\text{kg}]$ y se rechaza la hipótesis nula. Argumenta este procedimiento con la prueba de hipótesis.
2. El candidato a diputado de un distrito electoral encarga una encuesta para averiguar si obtiene mayoría absoluta en las próximas elecciones. Se elige al azar a 354 personas y 178 de ellas señalan votar por él.
- ¿Cómo se interpreta la “mayoría absoluta” en porcentaje?
 - El candidato piensa que puede sobrepasar el porcentaje de mayoría absoluta. ¿Cómo se debería formular la hipótesis nula y la hipótesis alternativa? Argumenta tu respuesta.
 - ¿Qué factor k en $k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ para la probabilidad de error de 5% se debe aplicar para el intervalo de confianza? Argumenta tu respuesta.
 - Con los resultados de la encuesta, rechaza o acepta la hipótesis nula. Argumenta tu decisión.
 - El candidato tiene como meta mínima superar el resultado de las últimas elecciones, en las cuales obtuvo 48,5% de los votos. Elabora con la estrategia anterior una prueba de hipótesis para esta meta.



¹³ <https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.bibliotecaminal.cl/wp/wp-content/uploads/2018/03/2018.03.16-Patrones-de-crecimiento-para-la-evaluaci%C3%B3n-nutricional-de-ni%C3%B1os-y-adolescentes-2018.pdf>

3. Una empresa de producción de automóviles indica que el rendimiento del motor por un litro de petróleo de un modelo es de $12,5 \text{ km}$ en recorridos fuera del tránsito urbano. De larga experiencia, se sabe que la variable aleatoria X , que describe el rendimiento del motor, está normalmente distribuida con una desviación estándar de $\sigma = 1,5 \text{ km}$.



En la revista de un club de automóvil se duda de este dato y se conjetura un rendimiento menor. Se analiza 100 autos y su resultado indica un rendimiento medio de $\bar{X} = 12,2 \text{ km}$.

- En una prueba de hipótesis unilateral de un error de probabilidad de 0,05 (considerando el mismo factor k de la actividad 2c.), ¿cuál sería la hipótesis nula y cuál la hipótesis alternativa? Argumenta.
- Acepta o rechaza la hipótesis nula a partir de los datos de la muestra.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- En la primera parte, es importante que los alumnos sepan clasificar los tipos de error gráficamente en la tabla.
- Con la metáfora “ser portador” de un virus, se puede entender mejor los errores “tipo 1” y “tipo 2”, identificándolos como “positivo falsos” y “negativos falsos”.
- Se recomienda poner énfasis en que los jóvenes elaboren la hipótesis nula a partir de resultados experimentales o muestrales.
- En el primer punto de “Salud, elecciones de candidatos y mecánica”, las respuestas no requieren cálculo alguno. El énfasis está en la argumentación y la comunicación.
- En el punto 1c, respecto de la “masa media de niñas”, el resultado muestral conduce a rechazar la hipótesis nula. El relato del procedimiento de aumentar el número de niñas investigadas lleva matemáticamente a una reducción del rango de aceptación, lo que implica aceptar la hipótesis nula. La idea es que los estudiantes cuestionen el aumento posterior del número “ n ” en la prueba de hipótesis, porque ese procedimiento vulneraría los principios científicos de investigación.
- En la situación del “candidato a diputado”, la prueba de hipótesis se realiza unilateralmente para afirmar la mayoría absoluta que significa resultados sobre 50%, que corresponde a $p > 0,50$. La hipótesis nula es $p \leq 0,50$. Para tener un error de 5% en el lado derecho, el intervalo de confianza, que es simétrico, debe tener la confiabilidad 90% que implica el factor $k = 1,645$ según la tabla presentada.
- En la última situación, se sospecha que el rendimiento del motor sea menor y, por esta razón, también se realiza la prueba de hipótesis en forma unilateral con un 5% de error. Los alumnos deben elaborar la hipótesis nula “ $\mu = 12,5 \text{ l}$ ” y testearla frente a la hipótesis alternativa “ $\mu < 12,5 \text{ l}$ ”.

8. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Resuelven problemas en los que deben plantear una prueba de hipótesis y establecen los argumentos para aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.
 - Argumentan acerca del error de probabilidad asociado en una prueba de hipótesis, según el nivel de confianza establecido para los intervalos.
 - Argumentan acerca de los errores Tipo I y Tipo II en una prueba de hipótesis.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Errores Tipo I y II
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/basics/type-i-and-type-ii-error/>
- Errores Tipo I
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://explorable.com/es/error-de-tipo-i>

Actividad de Evaluación

Objetivos de Aprendizaje

OA 4. Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Indicadores de evaluación

- Identifican los elementos principales en una estimación de la media poblacional, con desviación estándar conocida, por medio de intervalos de confianza.
- Resuelven problemas en los que deben estimar la media poblacional, con desviación estándar conocida, por medio de intervalos de confianza.
- Argumentan acerca del error asociado en una estimación por intervalos, según el nivel de confianza establecido.
- Identifican los elementos principales de una prueba de hipótesis y los argumentos para aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.
- Resuelven problemas en los que deben plantear una prueba de hipótesis y establecen los argumentos para aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.
- Argumentan acerca del error de probabilidad asociado en una prueba de hipótesis, según el nivel de confianza establecido para los intervalos.
- Argumentan acerca de los errores Tipo I y Tipo II en una prueba de hipótesis.

Duración: 6 horas pedagógicas

Se puede usar las siguientes actividades como ejemplos de evaluaciones para la unidad 1, cada una por sí misma o en conjunto. Conviene que los jóvenes trabajen colaborativamente en algunas de ellas para que discutan y propongan estrategias que permitan llegar a la o las soluciones posibles.

- Una fábrica de lácteos desea constatar el contenido de las cajas de leche de un 1 litro. Según sus datos, tienen una distribución aproximadamente normal con varianza de 0,16 litros. Se toma una muestra aleatoria de caja, se mide el contenido y se obtiene los siguientes litros:

0,970; 0,955; 0,930; 1,104; 1,039; 0,910; 0,944; 0,908; 0,808



- Construye un intervalo de confianza del 95% para la media poblacional.
 - Si el nivel de significancia fuera de un 3%, ¿cuál sería el intervalo de confianza?
 - ¿Qué se puede afirmar respecto de lo que se prometió en el empaque de este lácteo?
- Se tiene información acerca de los diámetros de 250 esferas metálicas de rodamientos, producidas por una máquina especializada en una semana. Se obtuvo una media muestral de 0,822 cm, con una desviación estándar de 0,041 cm. Encuentra los intervalos de confianza al 95% y al 99% para la media poblacional del diámetro de todas las esferas metálicas producidas. Compara e interpreta el significado en ambos casos.
 - Imagina que se mide los tiempos de reacción frente a un evento de un grupo de personas con las mismas características. El especialista estima en 0,05 segundos la desviación estándar. Determina el tamaño “ n ” de la muestra de tiempos de reacción, de modo que:
 - Si se considera una confianza del 95%, el error de estimación no supere los 0,01 segundos.
 - Si se considera una confianza del 99%, el error de estimación no supere los 0,01 segundos.
 - Una variable aleatoria X está distribuida normalmente con desviación estándar σ . Se toma muestras del tamaño n cuyas medias son \bar{X} . En los siguientes casos, ¿se puede rechazar la hipótesis nula, con 5% de error de probabilidad, sobre el valor esperado μ ? Argumenta.
 - $\bar{X} = 35, \sigma = 5, n = 5, \mu = 40$
 - $\bar{X} = 38, \sigma = 5, n = 5, \mu = 40$
 - En una encuesta efectuada hace unos años, el 65% de la población estaba a favor de mantener dos horarios oficiales, uno de invierno y otro de verano. Actualmente, hay dos grupos grandes en la población que creen que el porcentaje ha cambiado. El grupo A dice que el porcentaje ha disminuido y que sería justo volver a un horario único. El grupo B opina que el porcentaje incluso ha aumentado. Ambos grupos realizan una prueba de hipótesis con una muestra de $n = 100$ con la hipótesis nula $H_0: p = 0,65$.
 - ¿Por qué se puede testear con una variable normal? Argumenta.
 - ¿Cuál sería la hipótesis alternativa H_1 del grupo A? Argumenta.
 - ¿Cuál sería la hipótesis alternativa H_1 del grupo B? Argumenta.

6. En la liquidación total de una tienda de artículos electrónicos, se vende luces LED por masa en paquetes de 500g. La masa de los LED de la fabricación está normalmente distribuida con un valor esperado de 0,3g y una desviación estándar de 0,066g. Para una obra colaborativa de iluminación de un escenario, se necesita una gran cantidad de luces LED.



Prueben la hipótesis: “Un paquete de 500g contiene 1 600 luces LED.” Consideren un error de probabilidad del 5%.

7. Un comerciante mayorista ofrece *pendrives* de segunda selección a un precio económico y afirma que se cuenta con sólo un 10% de desecho. El comprador toma al azar una muestra de 1 000 *pendrives* y detecta 130 defectuosos.
- ¿Qué porcentaje de desecho presenta la muestra?
 - ¿Cómo se puede conjeturar para rechazar la afirmación del comerciante?
 - Elabora una estrategia para una prueba de hipótesis.
 - ¿Cómo se formula favorablemente la hipótesis nula?
 - ¿Qué se puede concluir del resultado de la muestra con un 95% de nivel de confianza?
 - ¿Cuál sería un error del tipo 1?
8. De un manzano se puede recolectar anualmente manzanas, según los siguientes parámetros: $\mu = 200kg$ y $\sigma = 30kg$. De una muestra de 25 manzanos, se calcula un promedio de $\bar{X} = 189 kg$. Prueba la hipótesis nula para aceptar o rechazar la influencia del cambio del clima.
- ¿Cómo influirá la reducción del nivel de error de probabilidad en la hipótesis nula? Argumenten y comuniquen la respuesta.
 - Verifiquen la respuesta con una reducción del nivel de error de 10% a 5%.
 - Si se acepta la hipótesis nula con el nivel de error de probabilidad de 10%, ¿la decisión sería correcta o qué tipo de error se cometería? Argumenta.

9. Imagina que el rendimiento verdadero del motor de un modelo de automóvil de cierta empresa es de 9,9 *km*. En este caso, la hipótesis nula “ $\mu = 10 km$ ” sería falsa con un error del 10%. La variable aleatoria X estaría distribuida normalmente con el valor esperado $\mu = 9,9 km$ y desviación estándar $\sigma = 1 km$. Supón que la distribución de las medias \bar{X} tuviera el valor esperado $E(\bar{X}) = 9,8 km$ y la desviación estándar de $\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}$.



- Considerando el margen izquierdo de 9,835 *km* para la hipótesis nula de la empresa, determina la probabilidad para que \bar{X} tome un valor $\geq 9,835 km$.
- ¿Qué error (tipo 1 o tipo 2) se cometería, aceptando la hipótesis nula “ $\mu = 10 km$ ”? Argumenta.

PAUTA DE EVALUACIÓN

Criterios de evaluación	Niveles de logros		
	Completamente logrado	Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se puede entender nada
Identifican los elementos principales de una situación para determinar el promedio, la desviación estándar e intervalos de confianza.			
Elaboran intervalos de confianza según parámetros dados.			
Toman decisiones frente a situaciones, considerando el intervalo de confianza.			
Comparan situaciones con diferentes intervalos de confianza.			
Evalúan conjeturas, basándose en la distribución normal, la desviación estándar y el intervalo de confianza.			
Argumentan respuestas relacionadas con variables normales, utilizando la distribución normal y el intervalo de confianza.			
Evalúan hipótesis en diferentes situaciones, considerando la distribución normal, la desviación estándar y el intervalo de confianza.			
Describen los pasos para hacer una prueba de hipótesis en situaciones de distribuciones normales.			
Determinan la probabilidad de un intervalo en situaciones de distribuciones normales.			