Actividad de evaluación

Objetivos de Aprendizaje	Indicadores de evaluación
OA 2. Argumentar acerca de la existencia de límites de funciones en el infinito y en un punto para determinar convergencia y continuidad en contextos matemáticos, de las ciencias y de la vida diaria, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales. **OA d.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados. **OA g.** Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.	• Conjeturan sobre el límite de sucesiones, series o funciones. • Representan gráficamente para visualizar el comportamiento de la sucesión, serie o función. • Representan para explicar argumentos sobre el límite de sucesiones, series o funciones. • Resuelven problemas de límites de sucesiones, series o funciones. • Argumentan sobre la convergencia de sucesiones, series o funciones, utilizando representaciones y el cálculo de límites.

Duración: 12 horas pedagógicas

A continuación, se muestra algunas actividades que pueden usarse como ejemplos de evaluaciones para la unidad 2, cada una por sí misma o en conjunto. También se puede hacer un portafolio de problemas donde el estudiante trabaje de forma personal por dos semanas y elija cuáles de estos problemas quiere entregar para evaluación. Los requerimientos de entrega y criterios de evaluación deben priorizar las habilidades de representar, modelar y resolver problemas trabajadas durante la unidad. Se sugiere delimitar la evaluación según el contexto y el tiempo disponible.

1. Considera la sucesión (a_n) con $a_n = \frac{10}{n}$.
   a. Determina los 15 primeros términos y representa gráficamente la sucesión.
   b. ¿Es una sucesión convergente o divergente?
   c. Si fuese convergente, determina a qué tiende o converge esta sucesión.

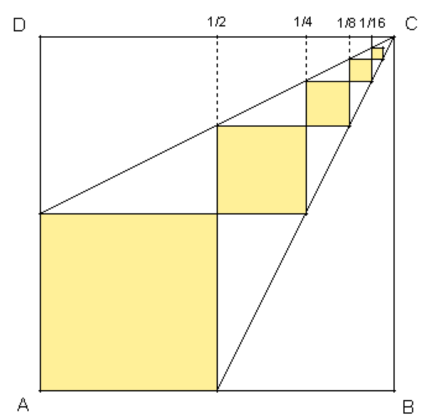
2. Determina el límite de $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ cuando x tiende a 2.
(puedes usar una calculadora u otra herramienta apropiada para calcular)

$x \to (2)^-$	1,9	1,99	1,999	1,9999	…	2	…	2,000001	2,001	2,01	3	$(2)^+ \leftarrow x$
$f(x) \to$ ¿					…		…					¿ $\leftarrow f(x)$
Aproximación a 2 por la izquierda ($x \to 2^-$) →						=	← Aproximación a 2 por la derecha ($x \to 2^+$)					

a. Grafica la función y determina si existen asíntotas verticales, horizontales, oblicuas.
b. ¿A qué valor tiende $f(x)$ cuando $x \to 2^+$? ¿A qué valor tiende $f(x)$ cuando $x \to 2^-$?
c. Determina el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 3, si existe.

3. Contesta las siguientes preguntas:
a. ¿Se puede calcular el límite de una función en un punto en el que la función no está definida? ¿Puede ser la función continua en ese punto? Argumenta tu respuesta con ejemplos.
b. El denominador de una determinada función se anula en $x = a$, ¿presenta siempre una asíntota vertical en $x = a$? Argumenta tu respuesta con ejemplos.
c. ¿Puede tener una función dos asíntotas verticales? En caso afirmativo, muestra algún ejemplo.
d. ¿Puede tener una función más de dos asíntotas horizontales? ¿Por qué?
e. Si $\lim_{x \to 1} f(x) = 3$, ¿se puede afirmar que $f(x)$ es continua en $x = 1$? Explica.

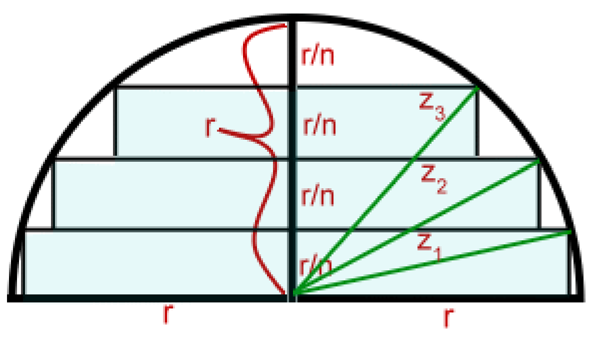
4. La imagen muestra un cuadrado unitario ABCD, cuyos lados se subdividen según las líneas punteadas.
a. Determina la ecuación de la sucesión (a_n), que representa el largo de los lados.
b. Determina la ecuación de la sucesión (b_n), que representa las áreas de los cuadrados coloreados.
c. Conjetura acerca de los límites de ambas sucesiones (a_n) y (b_n).
d. Determina simbólicamente los límites conjeturados.
e. Conjetura acerca de límite de la serie $\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} (a_k)$.
f. Conjetura acerca de límite de la serie $\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} (b_k)$.
g. Determina simbólicamente el límite de la serie $\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} (a_k)$.
h. Determina simbólicamente el límite de la serie $\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} (b_k)$.



5. Se considera la sucesión (a_n), con $a_n = \frac{n+1}{2n-1}$.
   a. Determina los primeros cuatro elementos, el décimo elemento, el centésimo, el milésimo y finalmente el mil milésimo elemento. Representa los elementos mencionados mediante fracciones.
   b. Conjetura acerca del límite u de esta sucesión y determina para algunos valores de ε, como $\varepsilon = 0{,}000001$ ó $\varepsilon = 0{,}000000001$, el número n_0 a partir del cual todos los elementos de (a_n) están en el "entorno ε" del límite u.
   c. Verifica algebraicamente el límite, mediante la operatoria con límites.
   d. Generaliza, desde la actividad b, el límite u de la sucesión y muestra que, con otro número v, la verificación está fallando.

6. Determinar límites de funciones para $x \to x_0$ y $x \to \infty$.
   Se considera la función f con $f(x) = \frac{x+2}{x^2-2}$.
   a. Factoriza el denominador en la expresión fraccionaria $\frac{x+2}{x^2-4}$ de la ecuación funcional y determina los lugares x_1 y x_2 en los cuales la expresión fraccionaria se indefine. Menciona el dominio de la función f.
   b. Teniendo en consideración el dominio de la función, reduce la expresión fraccionaria a su forma más sencilla.
   c. Con herramientas digitales y utilizando la forma más sencilla de la ecuación funcional, elabora el gráfico de la función f.
   d. Con base en el gráfico, conjetura acerca de la existencia de los límites $\lim_{x \to x_1} f(x)$, $\lim_{x \to x_2} f(x)$, $\lim_{x \to \infty} f(x)$ y $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.
   e. Verifica algebraicamente los límites, mediante la operatoria con límites.
   f. ¿En cuál de los lugares x_1 o x_2 hay continuidad de f?

7. Desarrollar el volumen de una esfera como límite de una serie de cilindros inscritos.
   La imagen representa una semiesfera del radio *r* cuyo volumen se aproxima mediante la suma de los cilindros inscritos con igual altura $h = \frac{r}{n}$.



   a. Determina los radios z_k de los cilindros en dependencia de n.
   b. Determina la expresión algebraica del volumen V_k de los cilindros inscritos.
   (resultado parcial: $V_k = \pi \cdot {z_k}^2 \cdot \frac{r}{n}$ con ${z_k}^2 = r^2 - k^2 \cdot (\frac{r}{n})^2$)
   c. Elabora la expresión algebraica de la serie s_n de los cilindros inscritos $\sum_{k=1}^{n} V_k$, insertando el término para ${z_k}^2$.

d. Aplicando la fórmula de la suma de los cuadrados $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$, determina el límite $\lim\limits_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} V_k$ y la fórmula del volumen de una esfera.

PAUTA DE EVALUACIÓN

	Niveles de logros		
Criterios de evaluación	Completamente logrado	Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se puede entender nada
Conjeturan acerca del valor del límite de sucesiones, series o funciones.			
Determinan elementos de una sucesión o serie para encontrar el término general.			
Determinan la convergencia o divergencia de sucesiones o series.			
Determinan límites de sucesiones o series de forma algebraica.			
Determinan límites de funciones de forma algebraica.			
Analizan la existencia o el valor de límites, usando aproximaciones por la derecha y la izquierda.			
Evalúan la existencia de asíntotas verticales, horizontales u oblicuas.			
Analizan la continuidad de las funciones en un punto, utilizando representaciones y el cálculo de límites.			
Modelan situaciones geométricas y de medidas, utilizando la noción de límites.			
Aplican fórmulas de sumas de cuadrados y de volumen para encontrar el volumen de una figura 3D, usando la noción de límites.			