

1º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 14

Matemática



Inicio

El propósito de esta clase es aplicar las potencias como herramienta para comprender los conceptos de **crecimiento y decrecimiento exponencial**.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Para comenzar, revisaremos el cuadro conceptual que aparece en la **página 57** de tu texto de estudio.

Conceptos

Cuando se modela una situación de **crecimiento exponencial**, la base de la potencia es **mayor que 1**. Por otra parte, cuando la base de la potencia es **menor que 1 y mayor que cero**, se está modelando un **decrecimiento exponencial**.

De esta misma página, veamos cómo se desarrolla esta idea en el ejemplo 1.

Ejemplo 1 La cantidad de masa del elemento radiactivo cesio 137 en un tiempo t (en años) disminuye, aproximadamente, como se muestra en la tabla:

Tiempo	1	2	3	4	5
Cálculo de la masa	10	$10 \cdot 0,9773$	$10 \cdot 0,9773^2$	$10 \cdot 0,9773^3$	$10 \cdot 0,9773^4$
Masa (g)	10	9,773	9,551	9,334	9,122

¿Qué cantidad de cesio 137 hay inicialmente?

En la primera columna de la tabla se puede observar la cantidad inicial de cesio 137, que corresponde a 10 g.

¿Qué cantidad de cesio 137 habrá en 80 años?

Para determinar la cantidad de cesio 137 en un año t determinado se debe calcular la expresión $10 \cdot 0,9773^{t-1}$.

Cuando $t = 80$, se tiene:

$$10 \cdot 0,9773^{80-1}$$

Usando una calculadora científica como la de la imagen, se obtiene que la cantidad de cesio 137 en 80 años es de 1,63 g, aproximadamente.

Grafica algunos valores del decrecimiento de la masa del cesio 137.

Siguiendo los pasos de la actividad inicial, se puede obtener un gráfico como el siguiente:



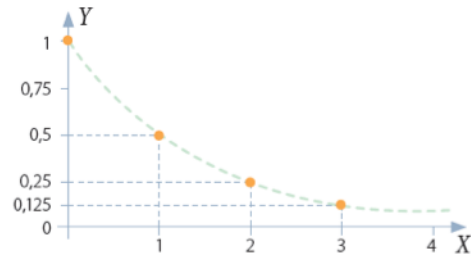
Actividad 1

De tu texto de estudio, desarrolla el ítem 1 de la [página 58](#).

1. En el transcurso de sus investigaciones un biólogo trazó una curva, la que se asimila a la de un decrecimiento exponencial.

- Si $x = 0$, entonces $y = 1$
- Si $x = 1$, entonces $y = 0,5$
- Si $x = 2$, entonces $y = 0,25$
- Si $x = 3$, entonces $y = 0,125$

Si $x = 0,5$, ¿cuál es el valor de y ?
¿Y cuál si $x = 4$?



Actividad 2

Del cuaderno de ejercicio, desarrollo el ítem 1 de la [página 20](#).

1. **Biología** La cantidad de bacterias que hay en un cultivo está dada por $B(t) = 2 \cdot 3^t$, en donde el tiempo t se mide en horas y $B(t)$ en miles.
 - a. ¿Cuál es el número inicial de bacterias? _____
 - b. ¿Cuál es el número después de 4 horas? _____
 - c. Completa la tabla y luego completa el gráfico, graduando el eje Y según sea necesario.

Tiempo (h)	Bacterias (miles)
3	
5	
6	
7	
8	



Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

Una cierta bacteria se triplica cada 2 minutos. Si al comienzo hay 1 bacteria, ¿cuántas habrá al cabo de una hora?

- A. 3^{60}
- B. 3^{30}
- C. 2^{30}
- D. 2^{60}

2

Un grupo de 500 000 bacterias decrece de forma exponencial a un quinto de su población cada día. ¿Cuántos días deberán transcurrir para que solo queden 32 bacterias?

- A. 5
- B. 6
- C. 60
- D. 15 625

3

Una cierta bacteria va perdiendo su masa de manera que cada 10 minutos se desintegra la mitad de ella. Si la masa de la bacteria era de 1 024ng y han transcurrido 50 minutos, ¿qué masa tendrá la bacteria?

- A. 20,48ng
- B. 204,8ng
- C. 32ng
- D. 16ng

Si consideras que debes reforzar estos contenidos, te recomendamos revisar las páginas 56 a la 59 de tu texto de estudio.

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

1º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Crecimiento y decrecimiento exponencial



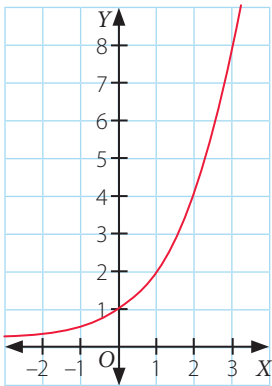
Realiza la siguiente actividad con un compañero o una compañera.

Objetivo

- Modelar procesos de crecimiento y decrecimiento exponencial en diversos contextos.

Atención

Un ejemplo de crecimiento exponencial relacionado con la potencia 2^x es el siguiente gráfico.



Habilidad

Cuando usas potencias para describir el crecimiento o el decrecimiento exponencial de alguna situación estás desarrollando la habilidad de **modelar**.

Emilia abre una cuenta de ahorro en un banco con \$ 60 000. Todos los meses el banco le da un interés del 1 % de lo que hay en la cuenta. Esto quiere decir que la cantidad que está en la cuenta se multiplica cada mes por 1,01.

- Completa la tabla. Si es necesario, utiliza una calculadora.

Mes	Dinero (\$)
1	60 000
2	$60\,000 \cdot 1,01 =$
3	$(60\,000 \cdot 1,01) \cdot 1,01 = 60\,000 \cdot 1,01^2 =$
4	$(60\,000 \cdot 1,01^2) \cdot 1,01 = 60\,000 \cdot 1,01^3 =$
5	
6	

- ¿Por qué cada mes se debe multiplicar por 1,01? Expliquen.

- ¿Qué expresión matemática permitiría determinar los ahorros de Emilia en el mes 11? ¿y en un mes n ?

- Grafiquen en un procesador de texto (por ejemplo, Word, Openoffice, Libreoffice, entre otros) los ahorros de Emilia. Para esto, sigan estos pasos.
 - 1° Abran el programa y con el *mouse* seleccionen **Insertar**, luego **Gráfico**. En Gráfico seleccionen **Tipo de gráfico...** y elijan un **gráfico de líneas**; después seleccionen el primer subtipo de gráfico y aparecerá un ejemplo.
 - 2° Reemplacen la columna de categorías por los valores de "Mes" y la serie 1, por los valores de "Dinero (\$)".
 - 3° Observen que en la primera fila se pueden poner los nombres de las variables, es decir, "Mes" y "Dinero (\$)".
 - 4° Dependiendo del *software*, es posible cambiar algunas características del gráfico. Indaguen en las opciones que da el programa para hacer modificaciones al gráfico. Por ejemplo, pueden agregar lo siguiente:
 - En Título de gráfico: "Ahorro de Emilia".
 - En Eje de categorías: "Mes".
 - En Eje de valores: "Dinero".
- Describan el gráfico que construyeron.

Conceptos

Cuando se modela una situación de **crecimiento exponencial**, la base de la potencia es **mayor que 1**. Por otra parte, cuando la base de la potencia es **menor que 1 y mayor que cero**, se está modelando un **decrecimiento exponencial**.

Ejemplo 1

La cantidad de masa del elemento radiactivo cesio 137 en un tiempo t (en años) disminuye, aproximadamente, como se muestra en la tabla:

Tiempo	1	2	3	4	5
Cálculo de la masa	10	$10 \cdot 0,9773$	$10 \cdot 0,9773^2$	$10 \cdot 0,9773^3$	$10 \cdot 0,9773^4$
Masa (g)	10	9,773	9,551	9,334	9,122

¿Qué cantidad de cesio 137 hay inicialmente?

En la primera columna de la tabla se puede observar la cantidad inicial de cesio 137, que corresponde a 10 g.

¿Qué cantidad de cesio 137 habrá en 80 años?

Para determinar la cantidad de cesio 137 en un año t determinado se debe calcular la expresión $10 \cdot 0,9773^t - 1$.

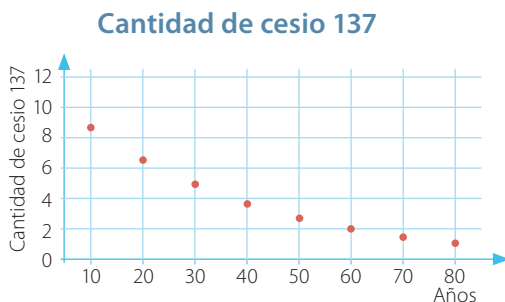
Cuando $t = 80$, se tiene:

$$10 \cdot 0,9773^{80-1}$$

Usando una calculadora científica como la de la imagen, se obtiene que la cantidad de cesio 137 en 80 años es de 1,63 g, aproximadamente.

Grafica algunos valores del decrecimiento de la masa del cesio 137.

Siguiendo los pasos de la actividad inicial, se puede obtener un gráfico como el siguiente:



➤ ¿En qué se diferencian y asemejan los gráficos de la actividad inicial y el gráfico del ejemplo 1? Comenta con un compañero o una compañera.

Atención

Para realizar el cálculo de la potencia con la calculadora de la imagen se debe teclear lo siguiente:

$$10 \times 0.9771 \wedge 80$$



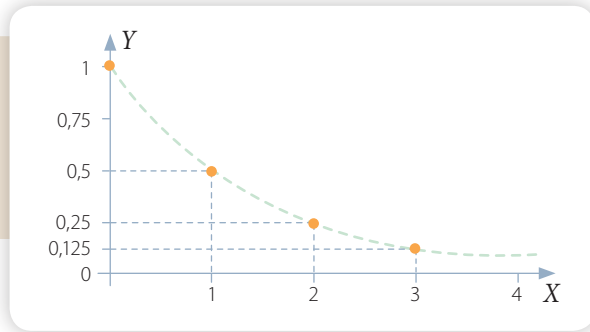
Conexión con Ciencia

El cesio 137 es una sustancia radiactiva que se utiliza generalmente en la industria y en la medicina.

1. En el transcurso de sus investigaciones un biólogo trazó una curva, la que se asimila a la de un decrecimiento exponencial.

- Si $x = 0$, entonces $y = 1$
- Si $x = 1$, entonces $y = 0,5$
- Si $x = 2$, entonces $y = 0,25$
- Si $x = 3$, entonces $y = 0,125$

Si $x = 0,5$, ¿cuál es el valor de y ?
¿Y cuál si $x = 4$?



2. Resuelve los siguientes problemas.

- En una competencia entre cuatro personas, acordaron repartirse como premio \$ 240 000, de manera que el primer lugar se lleva el triple del premio del segundo lugar, lo que se extiende al tercer y cuarto lugar. ¿Cuáles son los premios correspondientes a cada uno?
- Un alfarero recibe, el día lunes, el encargo de hacer 400 vasijas para el viernes, para lo cual habla con sus ayudantes. Pero el martes se retiran enfermos dos de ellos y cada día fabrican dos terceras partes de vasijas del día anterior. Si el último día fabrican 32 vasijas, ¿lograrán terminar la tarea a tiempo?
- En una población de 10 000 conejos se detectó una epidemia que los está exterminando a razón de $10\,000 \cdot 2^{-t}$, en la que t es el tiempo expresado en días. Después de 3 días, ¿cuántos conejos quedan?
- Una persona aplaude una vez y, luego, 1 minuto después, vuelve a aplaudir. Espera 3 minutos y aplaude nuevamente; luego lo hace después de 9 min, de 27 min, de 81 min, y así sucesivamente. Esto es, se triplica el intervalo de minutos entre los aplausos sucesivos. Si siguiera haciendo esto durante 6 horas, ¿cuántas veces aplaudiría?
- Juan decide ahorrar \$ 1 000 cada mes en una alcancía. Diego, al ver lo que hacía Juan, decide imitarlo, pero cada mes ahorrará un 10% más de lo que ahorró el mes anterior. Calcula la cantidad final ahorrada por Juan y Diego después de 5 meses.
- María observa que en su casa el consumo de energía eléctrica aumenta cada mes en $\frac{1}{5}$ respecto del mes anterior. Si hace tres meses pagaba \$ 15 000, ¿cuánto pagó este mes?

3. **Ciencias** Una población de bacterias A decrece a la mitad cada semana, mientras que una población B crece en un tercio cada semana. Inicialmente, la población A es de 1 000 bacterias y la población B , de 243.

- ¿Cuántas bacterias tiene cada población luego de transcurridos tres semanas?
- ¿Cuál es el total de las dos poblaciones al cabo de las tres semanas?

4. Luis es muy responsable con su higiene personal porque sabe que las bacterias se reproducen muy rápido. Él leyó la siguiente información en una revista de salud:

Las bacterias se reproducen por bipartición: de 1 se forman 2, de 2 se forman 4, de 4 se forman 8, y así cada vez se duplica la cantidad de bacterias.



- a. Expresa, como una multiplicación de potencias de igual base, la cantidad de bacterias si inicialmente hay 2 y se reproducen 5 veces.
- b. Expresa, como una multiplicación de potencias de igual base, la cantidad de bacterias si inicialmente hay 4 y se reproducen 6 veces.
5. **Tecnología** Para una campaña en defensa de los delfines Francisca decidió iniciar una cadena de correos electrónicos. Ella envió a 5 amigos un mensaje en el que daba a conocer la situación de los cetáceos y pedía que cada receptor enviara ese correo a 5 personas más. Para calcular el alcance de la cadena, Francisca elaboró la siguiente tabla:

Cadena de correos electrónicos						
Etapas 1	Etapas 2	Etapas 3	Etapas 4	Etapas 5	Etapas 6	Etapas 7
5^0	5^1	5^2	5^3			
1	5	25	125			

Para elaborar esta tabla, Francisca consideró como etapa 1 el mensaje que ella escribió; como etapa 2, los 5 textos que después se mandaron; como etapa 3, los correos de sus amigos a otras 5 personas, y así sucesivamente.

- a. Completa la tabla anterior hasta la etapa 7 de la cadena.
- b. Escribe una potencia que represente cuántos mensajes se han enviado en la etapa 30.
- c. Utiliza una calculadora científica para determinar cuántos correos se han enviado en total hasta la etapa 7.



Reflexiona sobre tu trabajo

- ¿Cómo le explicarías a tus compañeros lo que es el crecimiento exponencial?

- Cuando trabajaste en grupo, ¿asumiste responsabilidades? ¿Cuáles? ¿Por qué?
