

Programa de Estudio 3° Medio Matemática

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
GOBIERNO DE CHILE



v
e
r
s
i
ó
n
-
w
e
b



UNIDAD DE
CURRÍCULO Y
EVALUACIÓN

UCE



**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE Y
ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN.
ESTAS ACTIVIDADES ESTÁN
ORGANIZADAS EN 4 UNIDADES,
CADA UNIDAD TIENE CUATRO
ACTIVIDADES DE APRENDIZAJES Y
UNA ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN.**

Querida comunidad educativa:

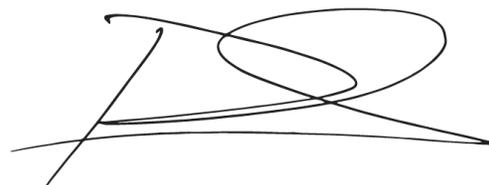
Me es grato saludarles y dirigirme a ustedes para poner en sus manos los Programas de Estudio de las 46 asignaturas del currículum ajustado a las nuevas Bases Curriculares de 3° y 4° año de enseñanza media (Decreto Supremo N°193 de 2019), que inició su vigencia el presente año para 3° medio y el año 2021 para 4° medio, o simultáneamente en ambos niveles si el colegio así lo decidió.

El presente año ha sido particularmente difícil por la situación mundial de pandemia por Coronavirus y el Ministerio de Educación no ha descansado en su afán de entregar herramientas de apoyo para que los estudiantes de Chile se conviertan en ciudadanos que desarrollen la empatía y el respeto, la autonomía y la proactividad, la capacidad para perseverar en torno a metas y, especialmente, la responsabilidad por las propias acciones y decisiones con conciencia de las implicancias que estas tienen sobre uno mismo y los otros.

Estos Programas de Estudio han sido elaborados por la Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación y presentan una propuesta pedagógica y didáctica que apoya el proceso de gestión de los establecimientos educacionales, además de ser una invitación a las comunidades educativas para enfrentar el desafío de preparación, estudio y compromiso con la vocación formadora y con las expectativas de aprendizaje que pueden lograr nuestros estudiantes.

Nos sentimos orgullosos de poner a disposición de los jóvenes de Chile un currículum acorde a los tiempos actuales y que permitirá formar personas integrales y ciudadanos autónomos, críticos y responsables, que desarrollen las habilidades necesarias para seguir aprendiendo a lo largo de sus vidas y que estarán preparados para ser un aporte a la sociedad.

Les saluda cordialmente,



Raúl Figueroa S.
Ministro de Educación

Programa de Estudio Matemática 3° Medio

Aprobado por Decreto Exento N°496 del 15 de junio de 2020.

Equipo de Desarrollo Curricular
Unidad de Currículum y Evaluación
Ministerio de Educación 2021

IMPORTANTE

En el presente documento, se utilizan de manera inclusiva términos como “el docente”, “el estudiante”, “el profesor”, “el niño”, “el compañero” y sus respectivos plurales (así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo) para referirse a hombres y mujeres.

Esta opción obedece a que no existe acuerdo universal respecto de cómo aludir conjuntamente a ambos sexos en el idioma español, salvo usando “o/a”, “los/las” y otras similares, y ese tipo de fórmulas supone una saturación gráfica que puede dificultar la comprensión de la lectura.

Índice

Presentación.....	5
Nociones básicas	6
Consideraciones generales.....	11
Orientaciones para planificar	16
Orientaciones para evaluar los aprendizajes.....	17
Estructura del programa.....	19
Matemática 3° medio	21
Propósitos Formativos	21
Enfoque de la asignatura de Matemática	21
Orientaciones para el docente.....	24
Organización Curricular.....	27
Unidad 1: El uso de datos estadísticos y de modelos probabilísticos para la toma de decisiones	32
Actividad 1: Analizar datos sobre siniestros automovilísticos para tomar decisiones.....	33
Actividad 2: Interpretar gráficos de precipitaciones y sequías en el país para tomar decisiones	37
Actividad 3: Calcular probabilidades en contexto de incendios de origen eléctrico	42
Actividad 4: Interpretar gráficos sobre mediciones de calidad del aire.....	50
Actividad de Evaluación	54
Unidad 2: Hacer predicciones acerca de situaciones utilizando modelos matemáticos.....	59
Actividad 1: Explorar la función exponencial y sus aplicaciones.....	61
Actividad 2: Explorar la función logaritmo y sus aplicaciones	67
Actividad 3: Resolver problemas, modelando diferentes situaciones de crecimiento o decrecimiento	75
Actividad 4: Aplicar un modelo exponencial en contexto de redes sociales	82
Actividad de Evaluación	89
Unidad 3: Relaciones métricas en geometría.....	95
Actividad 1: Resolver problemas que involucren la circunferencia y sus elementos	96
Actividad 2: El Principito y el modelo del huso horario	100
Actividad 3: Relaciones métricas en la circunferencia	105
Actividad 4: Aplicaciones de las relaciones métricas en la circunferencia.....	110
Actividad de Evaluación	117
Unidad 4: Necesidad y aplicación de los números complejos.....	124
Actividad 1: Resolver ecuaciones que no tienen solución en los números reales	125
Actividad 2: La operatoria con números complejos.....	129
Actividad 3: El conjugado de un número complejo	134
Actividad 4: Circuitos de corriente alterna mediante números complejos	141
Actividad de Evaluación	148

Proyectos Interdisciplinarios	152
Manual de orientación	152
Proyecto STEM: Selección natural	156
Proyecto STEM: Mejoremos el tránsito	160
Proyecto STEM: Bacterias para degradar el plástico de los océanos	166
Proyecto STEM: Construcción de casa bioclimática	172
Proyecto STEM: ¡Todos contra el fuego!	177
Proyecto STEM: Pulmones verdes al rescate	182
Proyecto: Alimentación saludable en mi colegio	188
Proyecto TP: Optimizando espacios culturales	191
Proyecto TP: Mejorando la eficiencia energética	194
Proyecto TP: Cuidando nuestra audición	198
Bibliografía.....	201

Presentación

Las Bases Curriculares establecen Objetivos de Aprendizaje (OA) que definen los desempeños que se espera que todos los estudiantes logren en cada asignatura, módulo y nivel de enseñanza. Estos objetivos integran habilidades, conocimientos y actitudes que se consideran relevantes para que los jóvenes alcancen un desarrollo armónico e integral que les permita enfrentar su futuro con las herramientas necesarias y participar de manera activa y responsable en la sociedad.

Las Bases Curriculares son flexibles para adaptarse a las diversas realidades educativas que se derivan de los distintos contextos sociales, económicos, territoriales y religiosos de nuestro país. Estas múltiples realidades dan origen a diferentes aproximaciones curriculares, didácticas, metodológicas y organizacionales, que se expresan en el desarrollo de distintos proyectos educativos, todos válidos mientras permitan el logro de los Objetivos de Aprendizaje. En este contexto, las Bases Curriculares constituyen el referente base para los establecimientos que deseen elaborar programas propios, y por lo tanto, no corresponde que estas prescriban didácticas específicas que limiten la diversidad de enfoques educacionales que pueden expresarse en los establecimientos de nuestro país.

Para aquellos establecimientos que no han optado por programas propios, el Ministerio de Educación suministra estos Programas de Estudio con el fin de facilitar una óptima implementación de las Bases Curriculares. Estos programas constituyen un complemento totalmente coherente y alineado con las Bases Curriculares y una herramienta para apoyar a los docentes en el logro de los Objetivos de Aprendizaje.

Los Programas de Estudio proponen al profesor una organización de los Objetivos de Aprendizaje con relación al tiempo disponible dentro del año escolar, y constituyen una orientación acerca de cómo secuenciar los objetivos y cómo combinarlos para darles una comprensión profunda y transversal. Se trata de una estimación aproximada y de carácter indicativo que puede ser adaptada por los docentes, de acuerdo a la realidad de sus estudiantes y de su establecimiento.

Asimismo, para facilitar al profesor su quehacer en el aula, se sugiere un conjunto de indicadores de evaluación que dan cuenta de los diversos desempeños de comprensión que demuestran que un alumno ha aprendido en profundidad, transitando desde lo más elemental hasta lo más complejo, y que aluden a los procesos cognitivos de orden superior, las comprensiones profundas o las habilidades que se busca desarrollar transversalmente.

Junto con ello, se proporcionan orientaciones didácticas para cada disciplina y una gama amplia y flexible de actividades de aprendizaje y de evaluación que pueden utilizarse como base para nuevas actividades acordes con las diversas realidades de los establecimientos educacionales. Estas actividades se enmarcan en un modelo pedagógico cuyo enfoque es el de la comprensión profunda y significativa, lo que implica establecer posibles conexiones al interior de cada disciplina y también con otras áreas del conocimiento, con el propósito de facilitar el aprendizaje.

Estas actividades de aprendizaje y de evaluación se enriquecen con sugerencias al docente, recomendaciones de recursos didácticos complementarios y bibliografía para profesores y estudiantes.

En síntesis, se entregan estos Programas de Estudio a los establecimientos educacionales como un apoyo para llevar a cabo su labor de enseñanza.

Nociones básicas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE COMO INTEGRACIÓN DE CONOCIMIENTOS, HABILIDADES Y ACTITUDES

Los Objetivos de Aprendizaje definen para cada asignatura o módulo los aprendizajes terminales esperables para cada semestre o año escolar. Se refieren a habilidades, actitudes y conocimientos que han sido seleccionados considerando que entreguen a los estudiantes las herramientas necesarias para su desarrollo integral, que les faciliten una comprensión profunda del mundo que habitan, y que despierten en ellos el interés por continuar estudios superiores y desarrollar sus planes de vida y proyectos personales.

En la formulación de los Objetivos de Aprendizaje se relacionan habilidades, conocimientos y actitudes y, por medio de ellos, se pretende plasmar de manera clara y precisa cuáles son los aprendizajes esenciales que el alumno debe lograr. Se conforma así un currículum centrado en el aprendizaje, que declara explícitamente cuál es el foco del quehacer educativo. Se busca que los estudiantes pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto de la sala de clases como en la vida cotidiana.

CONOCIMIENTOS

Los conocimientos de las asignaturas y módulos corresponden a conceptos, redes de conceptos e información sobre hechos, procesos, procedimientos y operaciones que enriquecen la comprensión de los alumnos sobre los fenómenos que les toca enfrentar. Les permiten relacionarse con el entorno, utilizando nociones complejas y profundas que complementan el saber que han generado por medio del sentido común y la experiencia cotidiana. Se busca que sean esenciales, fundamentales para que los estudiantes construyan nuevos aprendizajes y de alto interés para ellos. Se deben desarrollar de manera integrada con las habilidades, porque son una condición para el progreso de estas y para lograr la comprensión profunda.

HABILIDADES Y ACTITUDES PARA EL SIGLO XXI

La existencia y el uso de la tecnología en el mundo global, multicultural y en constante cambio, ha determinado nuevos modos de acceso al conocimiento, de aplicación de los aprendizajes y de participación en la sociedad. Estas necesidades exigen competencias particulares, identificadas internacionalmente como Habilidades para el siglo XXI.¹

Las habilidades para el siglo XXI presentan como foco formativo central la formación integral de los estudiantes dando continuidad a los objetivos de aprendizaje transversales de 1° básico a 2° medio. Como estos, son transversales a todas las asignaturas, y al ser transferibles a otros contextos, se convierten en un aprendizaje para la vida. Se presentan organizadas en torno a cuatro ámbitos: maneras de pensar, maneras de trabajar, herramientas para trabajar y herramientas para vivir en el mundo.

¹ El conjunto de habilidades seleccionadas para integrar el currículum de 3° y 4° medio corresponden a una adaptación de distintos modelos (Binkley et al., 2012; Fadel et al., 2016).

MANERAS DE PENSAR

Desarrollo de la creatividad y la innovación

Las personas que aprenden a ser creativas poseen habilidades de pensamiento divergente, producción de ideas, fluidez, flexibilidad y originalidad. El pensamiento creativo implica abrirse a diferentes ideas, perspectivas y puntos de vista, ya sea en la exploración personal o en el trabajo en equipo. La enseñanza para la creatividad implica asumir que el pensamiento creativo puede desarrollarse en todas las instancias de aprendizaje y en varios niveles: imitación, variación, combinación, transformación y creación original. Por ello, es importante que los docentes consideren que, para lograr la creación original, es necesario haber desarrollado varias habilidades y que la creatividad también puede enseñarse mediante actividades más acotadas según los diferentes niveles (Fadel et al, 2016).

Desarrollo del pensamiento crítico

Cuando aprendemos a pensar críticamente, podemos discriminar entre informaciones, declaraciones o argumentos, evaluando su contenido, pertinencia, validez y verosimilitud. El pensamiento crítico permite cuestionar la información, tomar decisiones y emitir juicios, como asimismo reflexionar críticamente acerca de diferentes puntos de vista, tanto de los propios como de los demás, ya sea para defenderlos o contradecirlos sobre la base de evidencias. Contribuye así, además, a la autorreflexión y corrección de errores, y favorece la capacidad de estar abierto a los cambios y de tomar decisiones razonadas. El principal desafío en la enseñanza del pensamiento crítico es la aplicación exitosa de estas habilidades en contextos diferentes de aquellos en que fueron aprendidas (Fadel et al, 2016).

Desarrollo de la metacognición

El pensamiento metacognitivo se relaciona al concepto de “aprender a aprender”. Se refiere a ser consciente del propio aprendizaje y de los procesos para lograrlo, lo que permite autogestionarlo con autonomía, adaptabilidad y flexibilidad. El proceso de pensar acerca del pensar involucra la reflexión propia sobre la posición actual, fijar los objetivos a futuro, diseñar acciones y estrategias potenciales, monitorear el proceso de aprendizaje y evaluar los resultados. Incluye tanto el conocimiento que se tiene sobre uno mismo como estudiante o pensador, como los factores que influyen en el rendimiento. La reflexión acerca del propio aprendizaje favorece su comunicación, por una parte, y la toma de conciencia de las propias capacidades y debilidades, por otra. Desde esta perspectiva, desarrolla la autoestima, la disciplina, la capacidad de perseverar y la tolerancia a la frustración.

Desarrollo de Actitudes

- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.
- Pensar con apertura a distintas perspectivas y contextos, asumiendo riesgos y responsabilidades.
- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.
- Pensar con flexibilidad para reelaborar las propias ideas, puntos de vista y creencias.
- Pensar con reflexión propia y autonomía para gestionar el propio aprendizaje, identificando capacidades, fortalezas y aspectos por mejorar.
- Pensar con conciencia de que los aprendizajes se desarrollan a lo largo de la vida y enriquecen la experiencia.
- Pensar con apertura hacia otros para valorar la comunicación como una forma de relacionarse con diversas personas y culturas, compartiendo ideas que favorezcan el desarrollo de la vida en sociedad.

MANERAS DE TRABAJAR

Desarrollo de la comunicación

Aprender a comunicarse ya sea de manera escrita, oral o multimodal, requiere generar estrategias y herramientas que se adecuen a diversas situaciones, propósitos y contextos socioculturales, con el fin de transmitir lo que se desea de manera clara y efectiva. La comunicación permite desarrollar la empatía, la autoconfianza, la valoración de la interculturalidad, así como la adaptabilidad, la creatividad y el rechazo a la discriminación.

Desarrollo de la colaboración

La colaboración entre personas con diferentes habilidades y perspectivas faculta al grupo para tomar mejores decisiones que las que se tomarían individualmente, permite analizar la realidad desde más ángulos y producir obras más complejas y más completas. Además, el trabajo colaborativo entre pares determina nuevas formas de aprender y de evaluarse a sí mismo y a los demás, lo que permite visibilizar los modos en que se aprende; esto conlleva nuevas maneras de relacionarse en torno al aprendizaje.

La colaboración implica, a su vez, actitudes clave para el aprendizaje en el siglo XXI, como la responsabilidad, la perseverancia, la apertura de mente hacia lo distinto, la aceptación y valoración de las diferencias, la autoestima, la tolerancia a la frustración, el liderazgo y la empatía.

Desarrollo de Actitudes

- Trabajar colaborativamente en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.
- Trabajar con responsabilidad y liderazgo en la realización de las tareas colaborativas y en función del logro de metas comunes.
- Trabajar con empatía y respeto en el contexto de la diversidad, eliminando toda expresión de prejuicio y discriminación.
- Trabajar con autonomía y proactividad en trabajos colaborativos e individuales para llevar a cabo eficazmente proyectos de diversa índole.

HERRAMIENTAS PARA TRABAJAR

Desarrollo de la alfabetización digital

Aprender a utilizar la tecnología como herramienta de trabajo implica dominar las posibilidades que ofrece y darle un uso creativo e innovador. La alfabetización digital apunta a la resolución de problemas en el marco de la cultura digital que caracteriza al siglo XXI, aprovechando las herramientas que nos dan la programación, el pensamiento computacional, la robótica e internet, entre otros, para crear contenidos digitales, informarnos y vincularnos con los demás. Promueve la autonomía y el trabajo en equipo, la creatividad, la participación en redes de diversa índole, la motivación por ampliar los propios intereses y horizontes culturales, e implica el uso responsable de la tecnología considerando la ciberseguridad y el autocuidado.

Desarrollo del uso de la información

Usar bien la información se refiere a la eficacia y eficiencia en la búsqueda, el acceso, el procesamiento, la evaluación crítica, el uso creativo y ético, así como la comunicación de la información por medio de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC). Implica formular preguntas, indagar y generar estrategias para seleccionar, organizar y comunicar la información. Tiene siempre en cuenta, además, tanto los aspectos éticos y legales que la regulan como el respeto a los demás y a su privacidad.

Desarrollo de Actitudes

- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.
- Interesarse por las posibilidades que ofrece la tecnología para el desarrollo intelectual, personal y social del individuo.
- Valorar las TIC como una oportunidad para informarse, investigar, socializar, comunicarse y participar como ciudadano.
- Actuar responsablemente al gestionar el tiempo para llevar a cabo eficazmente los proyectos personales, académicos y laborales.
- Actuar de acuerdo con los principios de la ética en el uso de la información y de la tecnología, respetando la propiedad intelectual y la privacidad de las personas.

MANERAS DE VIVIR EN EL MUNDO

Desarrollo de la ciudadanía local y global

La ciudadanía se refiere a la participación activa del individuo en su contexto, desde una perspectiva política, social, territorial, global, cultural, económica y medioambiental, entre otras dimensiones. La conciencia de ser ciudadano promueve el sentido de pertenencia y la valoración y el ejercicio de los principios democráticos, y también supone asumir sus responsabilidades como ciudadano local y global. En este sentido, ejercitar el respeto a los demás, a su privacidad y a las diferencias valóricas, religiosas y étnicas cobra gran relevancia; se relaciona directamente con una actitud empática, de mentalidad abierta y de adaptabilidad.

Desarrollo de proyecto de vida y carrera

La construcción y consolidación de un proyecto de vida y de una carrera, oficio u ocupación, requiere conocerse a sí mismo, establecer metas, crear estrategias para conseguirlas, desarrollar la autogestión, actuar con iniciativa y compromiso, ser autónomo para ampliar los aprendizajes, reflexionar críticamente y estar dispuesto a integrar las retroalimentaciones recibidas. Por otra parte, para alcanzar esas metas, se requiere interactuar con los demás de manera flexible, con capacidad para trabajar en equipo, negociar en busca de soluciones y adaptarse a los cambios para poder desenvolverse en distintos roles y contextos. Esto permite el desarrollo de liderazgo, responsabilidad, ejercicio ético del poder y respeto a las diferencias en ideas y valores.

Desarrollo de la responsabilidad personal y social

La responsabilidad personal consiste en ser conscientes de nuestras acciones y sus consecuencias, cuidar de nosotros mismos de modo integral y respetar los compromisos que adquirimos con los demás, generando confianza en los otros, comunicándonos de una manera asertiva y empática, que acepte los distintos puntos de vista. Asumir la responsabilidad por el bien común participando activamente en el cumplimiento de las necesidades sociales en distintos ámbitos: cultural, político, medioambiental, entre otros.

Desarrollo de Actitudes

- Perseverar en torno a metas con miras a la construcción de proyectos de vida y al aporte a la sociedad y al país con autodeterminación, autoconfianza y respeto por sí mismo y por los demás.
- Participar asumiendo posturas razonadas en distintos ámbitos: cultural, social, político y medioambiental, entre otros.
- Tomar decisiones democráticas, respetando los derechos humanos, la diversidad y la multiculturalidad.
- Asumir responsabilidad por las propias acciones y decisiones con conciencia de las implicancias que ellas tienen sobre sí mismo y los otros.

Consideraciones generales

Las consideraciones que se presentan a continuación son relevantes para una óptima implementación de los Programas de Estudio, se vinculan estrechamente con los enfoques curriculares, y permiten abordar de mejor manera los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares.

EL ESTUDIANTE DE 3º y 4º MEDIO

La formación en los niveles de 3° y 4° Medio cumple un rol esencial en su carácter de etapa final del ciclo escolar. Habilita al alumno para conducir su propia vida en forma autónoma, plena, libre y responsable, de modo que pueda desarrollar planes de vida y proyectos personales, continuar su proceso educativo formal mediante la educación superior, o incorporarse a la vida laboral.

El perfil de egreso que establece la ley en sus objetivos generales apunta a formar ciudadanos críticos, creativos y reflexivos, activamente participativos, solidarios y responsables, con conciencia de sus deberes y derechos, y respeto por la diversidad de ideas, formas de vida e intereses. También propicia que estén conscientes de sus fortalezas y debilidades, que sean capaces de evaluar los méritos relativos de distintos puntos de vista al enfrentarse a nuevos escenarios, y de fundamentar adecuadamente sus decisiones y convicciones, basados en la ética y la integridad. Asimismo, aspira a que sean personas con gran capacidad para trabajar en equipo e interactuar en contextos socioculturalmente heterogéneos, relacionándose positivamente con otros, cooperando y resolviendo adecuadamente los conflictos.

De esta forma, tomarán buenas decisiones y establecerán compromisos en forma responsable y solidaria, tanto de modo individual como colaborativo, integrando nuevas ideas y reconociendo que las diferencias ayudan a concretar grandes proyectos.

Para lograr este desarrollo en los estudiantes, es necesario que los docentes conozcan los diversos talentos, necesidades, intereses y preferencias de sus estudiantes y promuevan intencionadamente la autonomía de los alumnos y la autorregulación necesaria para que las actividades de este Programa sean instancias significativas para sus desafíos, intereses y proyectos personales.

APRENDIZAJE PARA LA COMPRESIÓN

La propuesta metodológica de los Programas de Estudio tiene como propósito el aprendizaje para la comprensión. Entendemos la comprensión como la capacidad de usar el conocimiento de manera flexible, lo que permite a los estudiantes pensar y actuar a partir de lo que saben en distintas situaciones y contextos. La comprensión se puede desarrollar generando oportunidades que permitan al alumno ejercitar habilidades como analizar, explicar, resolver problemas, construir argumentos, justificar, extrapolar, entre otras. La aplicación de estas habilidades y del conocimiento a lo largo del proceso de aprendizaje faculta a los estudiantes a profundizar en el conocimiento, que se torna en evidencia de la comprensión.

La elaboración de los Programas de Estudio se ha realizado en el contexto del paradigma constructivista y bajo el fundamento de dos principios esenciales que regulan y miden la efectividad del aprendizaje: el aprendizaje significativo y el aprendizaje profundo.

¿Qué entendemos por aprendizaje significativo y profundo?

Un aprendizaje se dice significativo cuando los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del estudiante. Esto se logra gracias a un esfuerzo deliberado del alumno por relacionar los nuevos conocimientos con sus conocimientos previos y es producto de una implicación afectiva del estudiante; es decir, él quiere aprender aquello que se le presenta, porque lo considera valioso. Para la construcción de este tipo de aprendizaje, se requiere efectuar acciones de mediación en el aula que permitan activar los conocimientos previos y, a su vez, facilitar que dicho aprendizaje adquiera sentido precisamente en la medida en que se integra con otros previamente adquiridos o se relaciona con alguna cuestión o problema que interesa al estudiante.

Un aprendizaje se dice profundo solo si, por un lado, el aprendiz logra dominar, transformar y utilizar los conocimientos adquiridos en la solución de problemas reales y, por otro lado, permanece en el tiempo y se puede transferir a distintos contextos de uso. Para mediar el desarrollo de un aprendizaje de este tipo, es necesario generar escenarios flexibles y graduales que permitan al estudiante usar los conocimientos aplicándolos en situaciones diversas.

¿Cómo debe guiar el profesor a sus alumnos para que usen el conocimiento?

El docente debe diseñar actividades de clase desafiantes que induzcan a los estudiantes a aplicar habilidades cognitivas mediante las cuales profundicen en la comprensión de un nuevo conocimiento. Este diseño debe permitir mediar simultáneamente ambos aspectos del aprendizaje, el significativo y el profundo, y asignar al alumno un rol activo dentro del proceso de aprendizaje.

El principio pedagógico constructivista del estudiante activo permite que él desarrolle la capacidad de aprender a aprender. Los alumnos deben llegar a adquirir la autonomía que les permita dirigir sus propios procesos de aprendizaje y convertirse en sus propios mediadores. El concepto clave que surge como herramienta y, a la vez, como propósito de todo proceso de enseñanza-aprendizaje corresponde al pensamiento metacognitivo, entendido como un conjunto de disposiciones mentales de autorregulación que permiten al aprendiz monitorear, planificar y evaluar su propio proceso de aprendizaje.

En esta línea, la formulación de buenas preguntas es una de las herramientas esenciales de mediación para construir un pensamiento profundo.

Cada pregunta hace posible una búsqueda que permite integrar conocimiento y pensamiento; el pensamiento se despliega en sus distintos actos que posibilitan dominar, elaborar y transformar un conocimiento.

ENFOQUE INTERDISCIPLINARIO Y APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS

La integración disciplinaria permite fortalecer conocimientos y habilidades de pensamiento complejo que faculten la comprensión profunda de ellos. Para lograr esto, es necesario que los docentes incorporen en su planificación instancias destinadas a trabajar en conjunto con otras disciplinas. Las Bases Curriculares plantean el Aprendizaje Basado en Proyectos como metodología para favorecer el trabajo colaborativo y el aprendizaje de resolución de problemas.

Un problema real es interdisciplinario. Por este motivo, en los Programas de Estudio de cada asignatura se integra orientaciones concretas y modelos de proyectos, que facilitarán esta tarea a los docentes y que fomentarán el trabajo y la planificación conjunta de algunas actividades entre profesores de diferentes asignaturas.

Se espera que, en las asignaturas electivas de profundización, el docente destine un tiempo para el trabajo en proyectos interdisciplinarios. Para ello, se incluye un modelo de proyecto interdisciplinario por asignatura de profundización.

Existe una serie de elementos esenciales que son requisitos para que el diseño de un proyecto² permita maximizar el aprendizaje y la participación de los estudiantes, de manera que aprendan cómo aplicar el conocimiento al mundo real, cómo utilizarlo para resolver problemas, responder preguntas complejas y crear productos de alta calidad. Dichos elementos son:

- **Conocimiento clave, comprensión y habilidades**

El proyecto se enfoca en profundizar en la comprensión del conocimiento interdisciplinario, ya que permite desarrollar a la vez los Objetivos de Aprendizaje y las habilidades del Siglo XXI que se requieren para realizar el proyecto.

- **Desafío, problema o pregunta**

El proyecto se basa en un problema significativo para resolver o una pregunta para responder, en el nivel adecuado de desafío para los alumnos, que se implementa mediante una pregunta de conducción abierta y atractiva.

- **Indagación sostenida**

El proyecto implica un proceso activo y profundo a lo largo del tiempo, en el que los estudiantes generan preguntas, encuentran y utilizan recursos, hacen preguntas adicionales y desarrollan sus propias respuestas.

- **Autenticidad**

El proyecto tiene un contexto del mundo real, utiliza procesos, herramientas y estándares de calidad del mundo real, tiene un impacto real, ya que creará algo que será utilizado o experimentado por otros, y/o está conectado a las propias preocupaciones, intereses e identidades de los alumnos.

- **Voz y elección del estudiante**

El proyecto permite a los estudiantes tomar algunas decisiones sobre los productos que crean, cómo funcionan y cómo usan su tiempo, guiados por el docente y dependiendo de su edad y experiencia de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP).

- **Reflexión**

El proyecto brinda oportunidades para que los alumnos reflexionen sobre qué y cómo están aprendiendo, y sobre el diseño y la implementación del proyecto.

² Adaptado de John Larmer, John Mergendoller, Suzie Boss. *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*, (ASCD 2015).

- **Crítica y revisión**

El proyecto incluye procesos de retroalimentación para que los estudiantes den y reciban comentarios sobre su trabajo, con el fin de revisar sus ideas y productos o realizar una investigación adicional.

- **Producto público**

El proyecto requiere que los alumnos demuestren lo que aprenden, creando un producto que se presenta u ofrece a personas que se encuentran más allá del aula.

CIUDADANÍA DIGITAL

Los avances de la automatización, así como el uso extensivo de las herramientas digitales y de la inteligencia artificial, traerán como consecuencia grandes transformaciones y desafíos en el mundo del trabajo, por lo cual los estudiantes deben contar con herramientas necesarias para enfrentarlos. Los Programas de Estudio promueven que los alumnos empleen tecnologías de información para comunicarse y desarrollar un pensamiento computacional, dando cuenta de sus aprendizajes o de sus creaciones y proyectos, y brindan oportunidades para hacer un uso extensivo de ellas y desarrollar capacidades digitales para que aprendan a desenvolverse de manera responsable, informada, segura, ética, libre y participativa, comprendiendo el impacto de las TIC en la vida personal y el entorno.

CONTEXTUALIZACIÓN CURRICULAR

La contextualización curricular es el proceso de apropiación y desarrollo del currículum en una realidad educativa concreta. Este se lleva a cabo considerando las características particulares del contexto escolar (por ejemplo, el medio en que se sitúa el establecimiento educativo, la cultura, el proyecto educativo institucional de las escuelas y la comunidad escolar, el tipo de formación diferenciada que se imparte –Artística, Humanístico-Científica, Técnico Profesional–, entre otros), lo que posibilita que el proceso educativo adquiera significado para los estudiantes desde sus propias realidades y facilita, así, el logro de los Objetivos de Aprendizaje.

Los Programas de Estudio consideran una propuesta de diseño de clases, de actividades y de evaluaciones que pueden modificarse, ajustarse y transferirse a diferentes realidades y contextos.

ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD Y A LA INCLUSIÓN

En el trabajo pedagógico, es importante que los docentes tomen en cuenta la diversidad entre estudiantes en términos culturales, sociales, étnicos, religiosos, de género, de estilos de aprendizaje y de niveles de conocimiento. Esta diversidad enriquece los escenarios de aprendizaje y está asociada a los siguientes desafíos para los profesores:

- Procurar que los aprendizajes se desarrollen de una manera significativa en relación con el contexto y la realidad de los alumnos.
- Trabajar para que todos alcancen los Objetivos de Aprendizaje señalados en el currículum, acogiendo la diversidad y la inclusión como una oportunidad para desarrollar más y mejores aprendizajes.
- Favorecer y potenciar la diversidad y la inclusión, utilizando el aprendizaje basado en proyectos.

- En el caso de alumnos con necesidades educativas especiales, tanto el conocimiento de los profesores como el apoyo y las recomendaciones de los especialistas que evalúan a dichos estudiantes contribuirán a que todos desarrollen al máximo sus capacidades.
- Generar ambientes de aprendizaje inclusivos, lo que implica que cada estudiante debe sentir seguridad para participar, experimentar y contribuir de forma significativa a la clase. Se recomienda destacar positivamente las características particulares y rechazar toda forma de discriminación, agresividad o violencia.
- Proveer igualdad de oportunidades, asegurando que los alumnos puedan participar por igual en todas las actividades, evitando asociar el trabajo de aula con estereotipos asociados a género, características físicas o cualquier otro tipo de sesgo que provoque discriminación.
- Utilizar materiales, aplicar estrategias didácticas y desarrollar actividades que se adecuen a las singularidades culturales y étnicas de los estudiantes y a sus intereses.
- Promover un trabajo sistemático, con actividades variadas para diferentes estilos de aprendizaje y con ejercitación abundante, procurando que todos tengan acceso a oportunidades de aprendizaje enriquecidas.

Atender a la diversidad de estudiantes, con sus capacidades, contextos y conocimientos previos, no implica tener expectativas más bajas para algunos de ellos. Por el contrario, hay que reconocer los requerimientos personales de cada alumno para que todos alcancen los propósitos de aprendizaje pretendidos. En este sentido, conviene que, al diseñar el trabajo de cada unidad, el docente considere los tiempos, recursos y métodos necesarios para que cada estudiante logre un aprendizaje de calidad. Mientras más experiencia y conocimientos tengan los profesores sobre su asignatura y las estrategias que promueven un aprendizaje profundo, más herramientas tendrán para tomar decisiones pertinentes y oportunas respecto de las necesidades de sus alumnos. Por esta razón, los Programas de Estudio incluyen numerosos Indicadores de Evaluación, observaciones al docente, sugerencias de actividades y de evaluación, entre otros elementos, para apoyar la gestión curricular y pedagógica responsable de todos los estudiantes.

Orientaciones para planificar

Existen diversos métodos de planificación, caracterizados por énfasis específicos vinculados al enfoque del que provienen. Como una manera de apoyar el trabajo de los docentes, se propone considerar el diseño para la comprensión, relacionado con plantear cuestionamientos activos a los estudiantes, de manera de motivarlos a poner en práctica sus ideas y nuevos conocimientos. En este sentido, y con el propósito de promover el desarrollo de procesos educativos con foco claro y directo en los aprendizajes, se sugiere utilizar la planificación en reversa (Wiggins y McTigue, 1998). Esta mantiene siempre al centro lo que se espera que aprendan los alumnos durante el proceso educativo, en el marco de la comprensión profunda y significativa. De esta manera, la atención se concentra en lo que se espera que logren, tanto al final del proceso de enseñanza y aprendizaje, como durante su desarrollo.

Para la planificación de clases, se considera tres momentos:

1. Identificar el Objetivo de Aprendizaje que se quiere alcanzar

Dicho objetivo responde a la pregunta: ¿qué se espera que aprendan? Y se especifica a partir de los Objetivos de Aprendizaje propuestos en las Bases Curriculares y en relación con los intereses, necesidades y características particulares de los estudiantes.

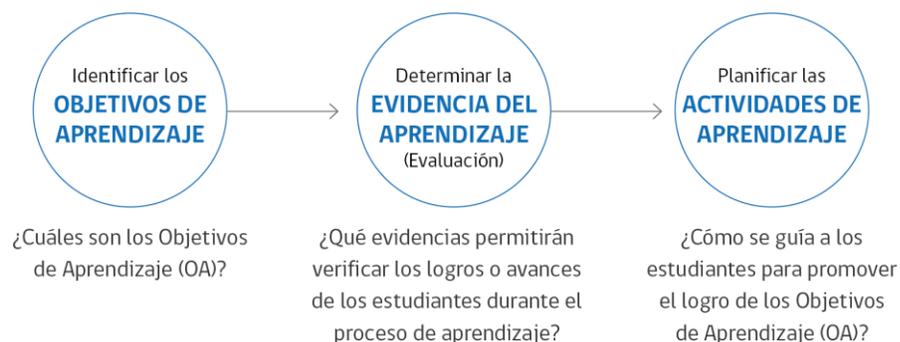
2. Determinar evidencias

Teniendo claridad respecto de los aprendizajes que se quiere lograr, hay que preguntarse: ¿qué evidencias permitirán verificar que el conjunto de Objetivos de Aprendizaje se logró? En este sentido, los Indicadores presentados en el Programa resultan de gran ayuda, dado que orientan la toma de decisiones con un sentido formativo.

3. Planificar experiencias de aprendizaje

Teniendo en mente los Objetivos de Aprendizajes y la evidencia que ayudará a verificar que se han alcanzado, llega el momento de pensar en las actividades de aprendizaje más apropiadas.

¿Qué experiencias brindarán oportunidades para adquirir los conocimientos, habilidades y actitudes que se necesita? Además de esta elección, es importante verificar que la secuencia de las actividades y estrategias elegidas sean las adecuadas para el logro de los objetivos (Saphier, Haley-Speca y Gower, 2008).



Orientaciones para evaluar los aprendizajes

La evaluación, como un aspecto intrínseco del proceso de enseñanza-aprendizaje, se plantea en estos programas con un foco pedagógico, al servicio del aprendizaje de los estudiantes. Para que esto ocurra, se plantea recoger evidencias que permitan describir con precisión la diversidad existente en el aula para tomar decisiones pedagógicas y retroalimentar a los alumnos. La evaluación desarrollada con foco pedagógico favorece la motivación de los estudiantes a seguir aprendiendo; asimismo, el desarrollo de la autonomía y la autorregulación potencia la reflexión de los docentes sobre su práctica y facilita la toma de decisiones pedagógicas pertinentes y oportunas que permitan apoyar de mejor manera los aprendizajes.

Para implementar una evaluación con un foco pedagógico, se requiere:

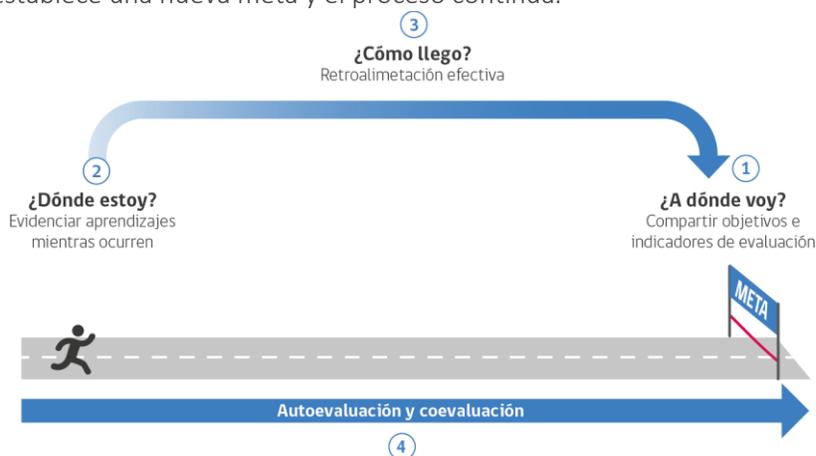
- Diseñar experiencias de evaluación que ayuden a los estudiantes a poner en práctica lo aprendido en situaciones que muestren la relevancia o utilidad de ese aprendizaje.
- Evaluar solamente aquello que los alumnos efectivamente han tenido la oportunidad de aprender mediante las experiencias de aprendizaje mediadas por el profesor.
- Procurar que se utilicen diversas formas de evaluar, que consideren las distintas características, ritmos y formas de aprender, necesidades e intereses de los estudiantes, evitando posibles sesgos y problemas de accesibilidad para ellos.
- Promover que los alumnos tengan una activa participación en los procesos de evaluación; por ejemplo: al elegir temas sobre los cuales les interese realizar una actividad de evaluación o sugerir la forma en que presentarán a otros un producto; participar en proponer los criterios de evaluación; generar experiencias de auto- y coevaluación que les permitan desarrollar su capacidad para reflexionar sobre sus procesos, progresos y logros de aprendizaje.
- Que las evaluaciones sean de la más alta calidad posible; es decir, deben representar de la forma más precisa posible los aprendizajes que se busca evaluar. Además, las evidencias que se levantan y fundamentan las interpretaciones respecto de los procesos, progresos o logros de aprendizajes de los estudiantes, deben ser suficientes como para sostener de forma consistente esas interpretaciones evaluativas.

EVALUACIÓN

Para certificar los aprendizajes logrados, el profesor puede utilizar diferentes métodos de evaluación sumativa que reflejen los OA. Para esto, se sugiere emplear una variedad de medios y evidencias, como portafolios, registros anecdóticos, proyectos de investigación grupales e individuales, informes, presentaciones y pruebas orales y escritas, entre otros. Los Programas de Estudio proponen un ejemplo de evaluación sumativa por unidad. La forma en que se diseñe este tipo de evaluaciones y el modo en que se registre y comunique la información que se obtiene de ellas (que puede ser con calificaciones) debe permitir que dichas evaluaciones también puedan usarse formativamente para retroalimentar tanto la enseñanza como el aprendizaje.

El uso formativo de la evaluación debiera preponderar en las salas de clases, utilizándose de manera sistemática para reflexionar sobre el aprendizaje y la enseñanza, y para tomar decisiones pedagógicas pertinentes y oportunas que busquen promover el progreso del aprendizaje de todos los estudiantes, considerando la diversidad como un aspecto inherente a todas las aulas.

El proceso de evaluación formativa que se propone implica articular el proceso de enseñanza-aprendizaje en función de responder a las siguientes preguntas: ¿A dónde voy? (qué objetivo de aprendizaje espero lograr), ¿Dónde estoy ahora? (cuán cerca o lejos me encuentro de lograr ese aprendizaje) y ¿Qué estrategia o estrategias pueden ayudarme a llegar a donde tengo que ir? (qué pasos tengo que dar para acercarme a ese aprendizaje). Este proceso continuo de establecer un objetivo de aprendizaje, evaluar los niveles actuales y luego trabajar estratégicamente para reducir la distancia entre los dos, es la esencia de la evaluación formativa. Una vez que se alcanza una meta de aprendizaje, se establece una nueva meta y el proceso continúa.



Para promover la motivación para aprender, el nivel de desafío y el nivel de apoyo deben ser los adecuados —en términos de Vygotsky (1978), estar en la zona de desarrollo próximo de los estudiantes—, para lo cual se requiere que todas las decisiones que tomen los profesores y los propios alumnos se basen en la información o evidencia sobre el aprendizaje recogidas continuamente (Griffin, 2014; Moss & Brookhart, 2009).

Estructura del programa

Propósito de la unidad

Resume el objetivo formativo de la unidad, actúa como una guía para el conjunto de actividades y evaluaciones que se diseñan en cada unidad. Se detalla qué se espera que el estudiante comprenda en la unidad, vinculando los contenidos, las habilidades y las actitudes de forma integrada.

Objetivos de aprendizaje (OA)

Definen los aprendizajes terminales del año para cada asignatura. En cada unidad se explicitan los objetivos de aprendizaje a trabajar.

Actividades de aprendizaje

El diseño de estas actividades se caracteriza fundamentalmente por movilizar conocimientos, habilidades y actitudes de manera integrada que permitan el desarrollo de una comprensión significativa y profunda de los Objetivos de Aprendizaje. Son una guía para que el profesor o la profesora diseñen sus propias actividades de evaluación.

Programa de Estudio Unidad 1

UNIDAD 1

EL USO DE DATOS ESTADÍSTICOS Y DE MODELOS PROBABILÍSTICOS PARA LA TOMA DE DECISIONES

PROPÓSITO DE LA UNIDAD
En esta unidad los estudiantes realizan interpretaciones de datos de situaciones de incerteza, para construir respuestas en base a las medidas de dispersión o probabilidades condicionales. Los estudiantes toman conciencia sobre la forma de tomar decisiones, considerando el cálculo de medidas estadísticas como una herramienta para fundamentar sus opciones. Algunas de las preguntas que pueden orientar el desarrollo de esta unidad son: ¿cómo interpretar la información para tomar decisiones? y ¿cómo estos datos me permiten apoyar la toma de decisiones?

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

OA2 Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

OA3 Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA4 Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Programa de Estudio Unidad 1

ACTIVIDAD 1:

Analizar datos sobre siniestros automovilísticos para tomar decisiones

Duración: 4 horas pedagógicas

PROPÓSITO DE LA ACTIVIDAD
A través del análisis estadístico de datos reales, se busca que los estudiantes generen una campaña de concientización de la población a través de las redes sociales. Para ello, deberán decidir cuál información obtenida publicarán en una red social a partir de los análisis de datos, de tal forma de influir en la ciudadanía a través de un breve mensaje de texto o de la imagen de un gráfico. A lo largo de la actividad, se busca que los estudiantes tomen decisiones justificándolas en la información estadística.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

OA2 Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

OA3 Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA4 Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

ACTITUDES

- Responsabilidad por las propias acciones y decisiones con conciencia de las implicancias que estas tienen sobre uno mismo y los otros.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

DIAGNÓSTICO DE SINIESTROS DE TRÁNSITO SEGÚN TIPO DE LESIONADOS
En 1993 se creó la Comisión Nacional de Seguridad de Tránsito (CONASET) con el objetivo central de prevenir siniestros de tránsito y sus consecuencias, coordinando las labores en materia de seguridad vial de diez ministerios —Interior y Seguridad Pública, Educación, Justicia y Derechos Humanos, Obras Públicas, Salud, Vivienda y Urbanismo, Transportes y Telecomunicaciones, Trabajo y Previsión Social, Secretaría General de Gobierno, y Secretaría General de la Presidencia— y de Carabineros de Chile.

Indicadores de evaluación

Detallan uno o más desempeños observables, medibles, específicos de los estudiantes que permiten evaluar el conjunto de Objetivos de Aprendizaje de la unidad. Son de carácter sugerido, por lo que el docente puede modificarlos o complementarlos.

Orientaciones para el docente

Son sugerencias didácticas y disciplinares respecto de cómo desarrollar una actividad.

Recursos

Se especifican todos los recursos necesarios para el desarrollo de la actividad, incorporando vínculos web, material de consulta y lecturas para el docente.

Actividades de evaluación sumativa de la unidad

Son propuestas de evaluaciones de cierre de unidad que contemplan los aprendizajes desarrollados a lo largo de ellas. Mantienen una estructura similar a las actividades de aprendizaje.

Programa de Estudio Unidad 1

ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN:

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>OA2 Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.</p> <p>OAc Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.</p> <p>OAd Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican el uso de la desviación estándar en situaciones de la vida diaria. • Comunican la toma de decisiones en situaciones cotidianas en base a la desviación estándar y el cálculo de probabilidades. • Extraen e interpretan información a partir de una desviación estándar dada. • Seleccionan y relacionan información que involucra probabilidades condicionales.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN

A continuación, se muestran algunas actividades que pueden ser usadas como ejemplos de evaluaciones para la unidad 1, estas pueden ser usadas cada una por sí misma o en conjunto. Se sugiere delimitar la evaluación según el contexto y tiempo disponible.

1. ¿Cómo se calcula la contaminación que hay en una ciudad, y cómo se sabe con antelación? Mediante estaciones meteorológicas, también conocidas como estaciones de seguimiento de contaminación o estaciones remotas de medición de la calidad del aire.

NIVELES DE LOGRO

INDICADORES DE EVALUACIÓN	COMPLETAMENTE LOGRADO	SE OBSERVAN ASPECTOS ESPECÍFICOS QUE PUEDEN MEJORAR	NO LOGRADO POR AUSENCIA O NO SE PUEDE ENTENDER NADA
Identificar el uso de la desviación estándar en situaciones de la vida diaria.			
Comunicar la toma de decisiones en situaciones cotidianas en base a la desviación estándar y el cálculo de probabilidades.			
Extraer e interpretar información a partir de una desviación estándar dada.			

Matemática 3° medio

Propósitos Formativos

La asignatura de Matemática busca que los estudiantes continúen desarrollando sus habilidades de modelar el mundo matemáticamente, resolver problemas en diferentes contextos, representar para expresar ideas matemáticas, comunicar y argumentar, de modo de favorecer su tránsito al mundo laboral y profesional y promover que contribuyan a la comunidad local, nacional y global. La asignatura provee distintos espacios para que profundicen y permite hacer matemática para contribuir positivamente a su autoestima y al concepto que se están formando acerca de sus propias capacidades.

Para ello, se espera que trabajen colaborativamente en el modelamiento matemático de situaciones para tomar decisiones fundamentadas, tanto en problemas de la disciplina como de carácter interdisciplinario y del ámbito social, medioambiental o económico. Así podrán integrar las habilidades de representar, modelar, argumentar, comunicar y resolver problemas, con habilidades tecnológicas como el uso pertinente de herramientas digitales. Por otra parte, podrán entender la matemática como una actividad en desarrollo en la que se puede participar activamente y que es significativa para el proyecto personal y la vida individual y ciudadana.

Enfoque de la asignatura de Matemática

Matemática contribuye a que los alumnos logren las metas generales del currículum de Enseñanza Media, en términos de habilidades contemporáneas, formación de personas y virtudes ciudadanas. Su propósito central es que desarrollen el pensamiento matemático, estadístico y computacional, distante del retener información extensa en la memoria y de un exceso de rutinas de cálculo.

La asignatura procura focalizarse en la actividad matemática, en que los estudiantes desarrollen la claridad conceptual, en fomentar la actividad colaborativa, que permite aprender de la propia comunicación y del debate y en que usen con frecuencia las tecnologías digitales, que liberan en alguna medida de las rutinas de cálculo, y en que empleen múltiples representaciones, con o sin tecnologías digitales.

A continuación, se presenta las principales definiciones conceptuales y didácticas en que se sustentan tanto la asignatura del Plan de Común de Formación General, Matemática, como las asignaturas de profundización del Plan Diferenciado Humanístico-Científico.

Proceso de aprendizaje

El conocimiento matemático, su rigurosidad y el incremento de la capacidad para usarlo tienen profundas e importantes consecuencias en el desarrollo, el desempeño y la vida de las personas. Debido a ello, el entorno social valora ese conocimiento y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior. El proceso de aprender matemática, por lo tanto, interviene en la capacidad de las personas para percibirse como seres autónomos y valiosos en la sociedad. La calidad, pertinencia y amplitud de dicho conocimiento incide en las posibilidades y la calidad de vida de las personas y en el potencial desarrollo del país.

Aprender matemática es, primordialmente, participar en la actividad matemática, que los estudiantes puedan plantearse ante problemas y tratar de resolverlos por sí mismos. El aprendizaje de la matemática se genera de forma progresiva, relacionada y con un aumento creciente de complejidad conceptual y procedimental en equilibrio con el conocimiento de definiciones y algoritmos. En 3° y 4° medio, esto exige aplicar simultáneamente conocimientos y procedimientos propios de aritmética, álgebra, geometría, estadística o probabilidades, para resolver un problema o modelar un fenómeno de la disciplina, de otra área del conocimiento o de la vida cotidiana.

Desarrollo del pensamiento racional

Entendida como construcción cultural, la matemática tiene importantes consecuencias en el aprendizaje y la educación en general, que se originan en sus aportes indiscutibles al desarrollo del pensamiento, y en las estrategias y razonamientos que ofrece para actuar en el entorno científico, social y natural. La racionalidad de esta disciplina es inseparable de toda actividad que se relacione con ella, como formular conjeturas, procedimientos, argumentos o alguna de las diversas formas de verificarlos, o modelar matemáticamente situaciones y construir el lenguaje disciplinar. Por su parte, la estadística provee maneras de pensar y de trabajar para tomar decisiones apropiadas en condiciones de incerteza, lo que la hace necesaria para enfrentar múltiples situaciones del ámbito laboral, disciplinario y del diario vivir.

Modelamiento matemático

El modelamiento matemático es el proceso que busca integrar la resolución de problemas, la argumentación, el razonamiento matemático y estadístico, la representación y el estudio de fenómenos cotidianos, y problemas propios de la disciplina o de otras áreas del conocimiento y la cultura. El escenario natural para el modelamiento matemático implica que los alumnos colaboren entre sí, pues juntos tienen mayores posibilidades de asir la complejidad de algunas situaciones que interesa considerar. De esta manera, la discusión y la reflexión colectiva ayudan a construir conocimiento; cada cual puede enriquecerse con las opiniones de sus pares, aprender a argumentar, a convencer con argumentos fundados y a validar los avances. Todo ello incide en el aprendizaje de diversas disciplinas, y también en el desarrollo de virtudes ciudadanas.

Problemas rutinarios y no rutinarios

Aprender matemática implica aplicar conocimientos y procedimientos, y elaborar estrategias para abordar los problemas propios de la disciplina o de la vida cotidiana. En ese sentido, se busca profundizar en la resolución de problemas rutinarios y no rutinarios como una oportunidad de aprendizaje clave en esta disciplina. Se propone avanzar en el tipo de situaciones en las cuales los estudiantes resuelven problemas, formulan posibles explicaciones o conjeturas, y en la habilidad de argumentar. Un aprendizaje central de la matemática consiste en justificar en términos disciplinares; por ende, se espera que en esta etapa de su vida escolar, los alumnos experimenten cómo formular conjeturas y justificarlas o refutarlas.

Metacognición

La metacognición juega un rol importante dentro de la matemática. La disciplina se aprende “haciendo matemática”, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento construido y sistematizado anteriormente. Por ello, están imbricadas en toda tarea matemática las habilidades de razonar, representar, modelar matemáticamente, argumentar y comunicar, y resolver problemas. Además, su desarrollo permite alcanzar niveles de abstracción y demostración cada vez más complejos y que suelen requerir de una aplicación rigurosa del lenguaje matemático. El caso de la estadística es muy similar, pero agrega una componente relativa a los datos con los cuales se trabaja, los que son siempre contextualizados.

Aprendizaje Basado en Proyectos y Resolución de Problemas

Toda asignatura ofrece oportunidades para que los estudiantes aborden problemas vinculados a su vida cotidiana. El Aprendizaje Basado en Proyectos promueve que se organicen durante un periodo extendido de tiempo en torno a un objetivo basado en una pregunta compleja, problema, desafío o necesidad –normalmente surgida desde sus propias inquietudes– que pueden abordar desde diferentes perspectivas y áreas del conocimiento, fomentando la interdisciplinariedad. El proyecto culmina con la elaboración de un producto o con la presentación pública de los resultados. En el Aprendizaje Basado en Problemas, en cambio, se parte de la base de preguntas, problemas y necesidades cotidianas sobre los cuales los estudiantes investigan y proponen soluciones.

En el caso de Matemática, estas metodologías permiten promover situaciones de aprendizaje desafiantes, pues para desarrollarlos es necesario que se resuelva –de manera colaborativa e incorporando las tecnologías digitales– problemas reales que exigen habilidades, conocimientos y actitudes en sus distintas etapas de diseño, ejecución y comunicación.

Ciudadanía digital

Las habilidades de alfabetización digital y uso de tecnologías que promueven las Bases Curriculares de 3° y 4° medio –como parte de las Habilidades para el siglo XXI– son fundamentales para que los alumnos trabajen en instancias de colaboración, comunicación, creación e innovación, mediante el uso de las TIC. También contribuyen a desarrollar la capacidad de utilizarlas con criterio, prudencia y responsabilidad.

Esta asignatura fomenta que los estudiantes usen las tecnologías digitales, por medio de software y aplicaciones digitales, para alcanzar diferentes niveles de comprensión y aplicación de los conocimientos y procedimientos, al modelar y resolver problemas propios de la disciplina o relacionados con otras asignaturas, o bien de la vida cotidiana. Los software y las aplicaciones digitales especialmente diseñados para aprender Matemática, como procesadores simbólicos o de geometría dinámica, simuladores, *apps*, o aquellos especialmente diseñados para el análisis estadístico, algebraico o geométrico, facilitan el análisis y la visualización de los conceptos o procedimientos en estudio, agilizan el testeo de conjeturas por la vía de comprobar una gran cantidad de casos particulares, y permiten desplazar la atención del cálculo hacia la comprensión y resolución de un problema.

Orientaciones para el docente

Orientaciones didácticas

Docentes e investigadores han desarrollado variados lineamientos didácticos y diversas metodologías de enseñanza a fin de que la matemática se entienda de modo más profundo. La literatura indica que, en general, el éxito es posible con cualquiera de estas formas metodológicas y que la clave está en plantear situaciones de aprendizaje que generen un diálogo y una discusión en el ámbito de datos, representaciones y variaciones de estos.

Desde esta perspectiva, el profesor debe promover que los alumnos den sentido a los contenidos matemáticos y, sobre todo, a las respuestas según su propio contexto. Asimismo, se espera que favorezca que los jóvenes interpreten los resultados más que repetir o mecanizar algoritmos, fórmulas y definiciones. Para esto, se tiene que establecer conexiones entre la situación, los conceptos matemáticos involucrados, las formas de representar, las variaciones posibles y sus significados en las respuestas.

Diversas investigaciones muestran que hay que emplear varios tipos de representaciones, como la recta numérica para expresar ideas sobre la operatoria, el plano cartesiano para expresar cambios y movimientos, tablas para ordenar datos, figuras geométricas para expresar propiedades geométricas, numéricas o algebraicas. Se las debe emplear de manera articulada, lo que demuestra que entienden mejor lo que están aprendiendo y les permite explicar de manera visual el proceso para resolver un problema. También se puede verificar si un estudiante conoce un concepto cuando transita de un tipo de representación a otra, lo que incluye ir del lenguaje natural al simbólico o de un lenguaje pictórico a uno simbólico y viceversa.

Aunque toda materia matemática debe presentarse de manera contextualizada, conviene insistir en que hay que modelar las situaciones y, preferentemente, usar aquellas que son significativas para los estudiantes. Para esto, ellos tienen que elegir las actividades y el docente debe ofrecer alternativas como las que este Programa incluye. Para elegir o modificar alguna de las actividades, el profesor debe centrarse en el interés que provoquen en cada contexto escolar, a fin de motivar al curso a trabajar en dichas actividades.

Los jóvenes también tienen que poder elegir con qué herramientas trabajar, pues las habilidades argumentativas y comunicativas se pueden apoyar en un entorno de tecnologías digitales; además, si usan programas o aplicaciones se les hace más fácil comprender y desarrollan la comunicación entre pares.

La asignatura de Matemática de la Formación General Común de 3° Medio pretende que sigan desarrollando su capacidad de análisis, estudio y resolución presente y futura para favorecer su tránsito al mundo laboral y profesional, y promover que ayuden a la comunidad local, nacional y global.

Orientaciones para la evaluación

Las tareas laborales y académicas tienen hoy un carácter colaborativo; además, si se requiere algún cómputo que se puede hacer con ayuda digital, se recurre sin reparos a ella. En las actividades de evaluación, se sugiere ofrecer a los alumnos que sean libres de usar calculadoras o programas que faciliten los cálculos. También pueden trabajar en pares o grupos de hasta 4 integrantes, en cuyo caso el profesor y los mismos jóvenes monitorean la distribución de tareas y fechas de entrega.

Las evaluaciones forman parte del proceso de aprendizaje y se debe dar alternativas al respecto según el contexto de la clase. Dichas evaluaciones incluyen diversos ejercicios, tareas y actividades entre los cuales los alumnos podrían elegir o se pueden emplear para armar una evaluación. Tienen un carácter de orientación y apoyo al aprendizaje; no son medidas para determinar capacidades, pero permiten obtener información sobre los progresos, la comprensión y el aprendizaje de los contenidos y las habilidades. Es importante entregar pautas de evaluación y retroalimentar a los jóvenes para que puedan mejorar su aprendizaje e incluso cambiar sus calificaciones.

Hay varias alternativas disponibles para evaluar:

- *Proyectos* (de grupos o individuales): De duración variable, sirven para resolver problemas complejos, efectuar una investigación guiada o modelar un problema real. Requieren de objetivos claros, acordados previamente, y de resultados abiertos. Es la forma ideal para conectar diferentes áreas del conocimiento.
- *Diario de vida matemático*: Cuaderno o carpeta en que el estudiante desarrolla estrategias personales, exploraciones, definiciones propias o descubrimientos. El profesor puede orientar su elaboración y verificar si comprenden los conceptos que usan.
- *Portafolio*: Selección periódica de evidencias (problemas resueltos, trabajos, apuntes, en un dossier o una carpeta) recogidas en un período determinado, y que responde a uno o más

Objetivos de Aprendizaje. Permiten demostrar aprendizaje y deben incluir justificación y reflexión. El estudiante tiene un rol activo en su evaluación.

- *Presentación matemática* de la resolución de un problema: Indica el proceso y los procedimientos usados. Para evaluar, se aplica criterios o indicadores como dominio del tema, uso de materiales de apoyo, uso del lenguaje. Los estudiantes deben conocer tales criterios y, eventualmente, el docente puede acordarlos con ellos.
- *Entrevista individual*: Mientras el curso trabaja en una tarea, el profesor dialoga con uno o más estudiantes de un mismo nivel de desempeño acerca de un concepto, un desafío o una pregunta relacionada con el tema abordado en la clase.
- *Actividad autoevaluable*: Al finalizar un tema o unidad, el profesor da a sus estudiantes la oportunidad de trabajar con un material que les permita autocorregirse (por ejemplo: hoja de actividades con las respuestas al reverso). A partir de los resultados, pueden verificar su avance o aquello que deben reforzar, corregir su tarea con ayuda de compañeros, completar su trabajo con recursos que estén a su alcance –como cuaderno, libros, diccionarios–, anotar sus dudas y, en última instancia, pedir ayuda al docente.

Orientaciones para contextualización

La asignatura de Matemática ofrece a los alumnos oportunidades de aprendizaje contextualizadas tanto en la matemática misma como en diferentes contextos, significativos e interdisciplinarios que, a su vez, les permiten sistematizar o aplicar los conocimientos y procedimientos aprendidos, y también idear y poner en práctica sus propias maneras de abordar tales fenómenos y problemas.

Organización Curricular

Las Bases Curriculares de las asignaturas de profundización de Matemática presentan objetivos de aprendizaje de dos naturalezas: unos de habilidades³, comunes a todas las asignaturas científicas del nivel, y otros de objetivos enfocados en el conocimiento y la comprensión. Ambos tipos de objetivo se entrelazan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, junto con las actitudes propuestas desde el marco de Habilidades para el siglo XXI.

Objetivos de Aprendizaje para 3° medio

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

Habilidades

Resolver problemas

- a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.
- b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

Argumentar y Comunicar

- c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.
- d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Modelar

- e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.
- f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

Representar

- g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.
- h. Evaluar diferentes representaciones, de acuerdo a su pertinencia con el problema a solucionar.

³ No es necesario seguir un orden lineal al enseñar el proceso de investigación, se puede trabajar cada uno de los Objetivos de Aprendizaje en forma independiente.

Habilidades digitales

- i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.
- j. Desarrollar un trabajo colaborativo en línea para discusión y resolución de tareas matemáticas, usando herramientas electrónicas de productividad, entornos virtuales y redes sociales.
- k. Analizar y evaluar el impacto de las tecnologías digitales en contextos sociales, económicos y culturales.
- l. Conocer tanto los derechos propios como los de los otros, y aplicar estrategias de protección de la información en ambientes digitales.

Objetivos de Aprendizaje para 3° Medio

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

Conocimiento y comprensión

1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.
2. Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.
3. Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.
4. Resolver problemas de geometría euclidiana que involucran relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

Visión global del año

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4
El uso de datos estadísticos y de modelos probabilísticos para tomar decisiones	Predecir acerca de situaciones, utilizando modelos matemáticos	Relaciones métricas en geometría	Necesidad y aplicación de los números complejos
Objetivos de Aprendizaje	Objetivos de Aprendizaje	Objetivos de Aprendizaje	Objetivos de Aprendizaje
<p>OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.</p> <p>OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.</p> <p>OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.</p>	<p>OA 3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.</p> <p>OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.</p> <p>OA e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.</p> <p>OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.</p>	<p>OA 4: Resolver problemas de geometría euclidiana que involucran relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.</p> <p>OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.</p> <p>OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.</p>	<p>OA 1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C, en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.</p> <p>OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.</p> <p>OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.</p> <p>OA g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.</p>

Actitudes	Actitudes	Actitudes	Actitudes
<p>Responsabilidad por las propias acciones y decisiones con consciencia de las implicancias que estas tienen sobre uno mismo y los otros.</p> <p>Participar asumiendo posturas razonadas en distintos ámbitos: cultural, social, político, medioambiental, entre otros.</p>	<p>Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.</p> <p>Valorar las TIC como una oportunidad para informarse, investigar, socializar, comunicarse y participar como ciudadano.</p>	<p>Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.</p> <p>Pensar con flexibilidad para reelaborar las propias ideas, puntos de vista y creencias.</p>	<p>Trabajar colaborativamente en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.</p> <p>Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.</p>
<p>Tiempo estimado: 10 semanas</p>	<p>Tiempo estimado: 11 semanas</p>	<p>Tiempo estimado: 8 semanas</p>	<p>Tiempo estimado: 9 semanas</p>

Unidad 1

Unidad 1: El uso de datos estadísticos y de modelos probabilísticos para la toma de decisiones

Propósito de la unidad

Los estudiantes interpretan datos de situaciones de incerteza, para construir respuestas según las medidas de dispersión o probabilidades condicionales. Aprenden cómo tomar decisiones, considerando el cálculo de medidas estadísticas como una herramienta para fundamentar sus opciones. Algunas preguntas que pueden orientar el desarrollo de esta unidad son: ¿Cómo interpretar la información para tomar decisiones? ¿Cómo me permiten estos datos apoyar la toma de decisiones?

Objetivos de Aprendizaje

OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actividad 1: Analizar datos sobre siniestros automovilísticos para tomar decisiones

PROPÓSITO

Se busca que los estudiantes efectúen un análisis estadístico de datos reales para crear una campaña de concientización de la población a través de las redes sociales. Deberán decidir qué información obtenida publicarían en una red social a partir de los análisis de datos, de tal forma de influir en la ciudadanía mediante un breve mensaje de texto o la imagen de un gráfico. A lo largo de la actividad, se busca que tomen decisiones y las justifiquen basados en la información estadística.

Objetivos de Aprendizaje

OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actitudes

- Responsabilidad por las propias acciones y decisiones con consciencia de las implicancias que estas tienen sobre uno mismo y los otros.

Duración: 9 horas pedagógicas

DESARROLLO

DIAGNÓSTICO DE SINIESTROS DE TRÁNSITO SEGÚN TIPO DE LESIONADOS

En 1993 se creó la Comisión Nacional de Seguridad de Tránsito (Conaset) con el objetivo central de prevenir siniestros de tránsito y sus consecuencias; para ello, coordina las labores en materia de seguridad vial de diez ministerios –Interior y Seguridad Pública, Educación, Justicia y Derechos Humanos, Obras Públicas, Salud, Vivienda y Urbanismo, Transportes y Telecomunicaciones, Trabajo y Previsión Social, Secretaría General de Gobierno y Secretaría General de la Presidencia– y de Carabineros de Chile.

Conexión
interdisciplinaria:
Educación Ciudadana.
OA g, 3° y 4° medio

Durante el año 2017, hubo en el país 94 879 siniestros de tránsito, que dejaron 1 483 fallecidos y 62 171 lesionados. La región de Tarapacá registró 2 530 accidentes, con 45 fallecidos y 1 236 lesionados que se distribuyen según la tabla a continuación:

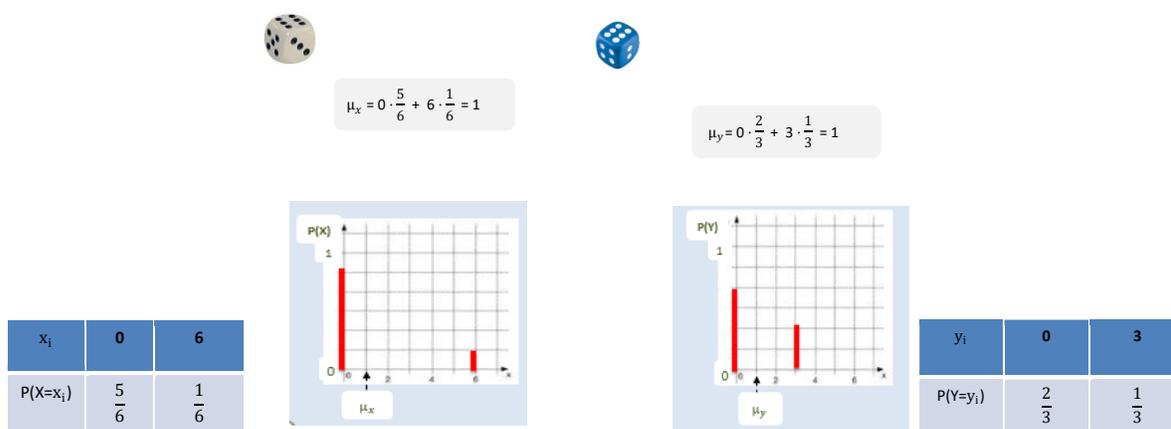
Horario	Siniestros	Fallecidos	Lesionados graves	Lesionados menos graves	Lesionados leves	Total de lesionados
00:00 – 02:59	166	8	14	13	84	111
03:00 – 05:59	138	5	11	5	50	66
06:00 – 08:59	300	14	23	13	133	169
09:00 – 11:59	326	3	14	9	107	130
12:00 – 14:59	433	4	24	10	131	165
15:00 – 17:59	460	2	17	16	174	207
18:00 – 20:59	449	3	28	14	178	220
21:00 – 23:59	258	6	15	10	143	168
Total	2 530	45	146	90	1 000	1 236

Fuente: Conaset. Diagnóstico de siniestros de tránsito en la región de Tarapacá 2017.

1. Considerando los datos del enunciado y de la tabla, responde lo siguiente:
 - a. ¿Es correcto afirmar que los accidentes automovilísticos que ocurren de madrugada involucran a una mayor cantidad de personas?
 - b. ¿Cuál es el porcentaje de personas fallecidas en accidentes automovilísticos en Tarapacá respecto del total de fallecidos en accidentes en el país?
 - c. Si los accidentes automovilísticos en la región de Tarapacá corresponden al 2,6% de los ocurridos en el país, ¿es correcto afirmar que los conductores que viven en esa región son mejores conductores? Explica tu respuesta a un compañero y los procedimientos que usaste para llegar a ella.
2. Elabora un mensaje con información estadística relevante que puedas publicar en la red social para concientizar respecto del manejo responsable. Emplea datos como la hora, la frecuencia de accidentes y los porcentajes de accidentes ocurridos en la ciudad de Tarapacá.
 - a. Con la información de la tabla y pensando en tu mensaje, ¿hay un horario punta para los accidentes? ¿Hay un horario en que disminuye la cantidad de accidentes? Para entregar esta información, reordena los datos y elabora tu propio gráfico explicativo.
 - b. Describe la distribución de los datos, ¿utilizarías alguna medida estadística?
 - c. ¿Qué decisiones sería razonable tomar para un conductor responsable a partir de la información del mensaje? ¿Cambiarías tu mensaje?

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Esta actividad requiere que recuerden los cálculos de porcentaje y de promedio con datos agrupados. También se espera que representen la información en gráficos y marquen en ellos el promedio previamente calculado; que determinen las distancias desde los intervalos de tiempo (marca de clase) hasta el promedio y que interpreten esas distancias.
2. Deben notar que, cuando hay dos situaciones con igual promedio, hay que utilizar las medidas de dispersión para tomar decisiones y elegir según los datos presentados. Para esto, se recomienda permitirles que hagan sus propias afirmaciones sobre los datos entregados, y orientarlos para que los analicen según las filas y columnas de las tablas de datos.
3. Se sugiere hacer preguntas del tipo: ¿A qué puede obedecer que el mayor número de siniestros ocurra entre las 15:00 y las 17:59 horas? Aunque en ese lapso hay una mayor cantidad de siniestros, ¿a qué se puede atribuir que la mayor cantidad de personas muera entre las 06:00 y las 08:59 horas? En cada caso, se sugiere discutir el significado de la desviación estándar y el aporte que hace sobre la distancia del dato y el promedio.
4. Se recomienda realizar otras actividades con el promedio de las probabilidades, que los jóvenes conocerán en 4° medio como “el valor esperado”. Por ejemplo: Apostar 1 ficha en dos juegos; en el primer juego con el dado blanco, se gana 6 fichas si se obtiene un “6”; en el segundo, con el dado azul, se gana 3 fichas si se obtiene un “1” o un “2”. Al final, se puede canjear las fichas por \$1 000 cada una. Para evaluar ambos juegos, se define una variable X aleatoria en el del dado blanco y una variable Y en el del dado azul. En ambos, las variables aleatorias representan el número de las fichas ganadas. Se calcula las probabilidades como se ve en las tablas. También se calcula los valores esperados μ_x y μ_y , entendidos como el promedio de las probabilidades. Se representa las probabilidades y los valores esperados en un diagrama.



Cabe notar que, aunque tengan los mismos valores esperados μ_x y μ_y (promedio de las probabilidades), la primera distribución es más dispersa que la segunda. Para esto, se calcula la varianza solamente para obtener la desviación estándar.

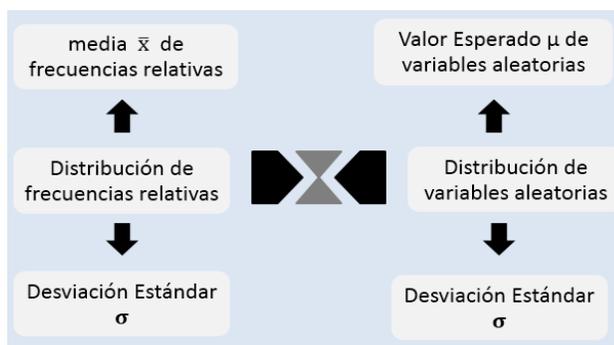
$$V(X) = (0 - 1)^2 \cdot \frac{5}{6} + (6 - 1)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

$$V(Y) = (0 - 1)^2 \cdot \frac{2}{3} + (3 - 1)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{3} = 2$$

Las **desviaciones estándar** son: $\sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{5}$

$$\sigma_y = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{2}$$

5. Dado que los estudiantes recién comienzan con las medidas de dispersión, es necesario aclarar que la “varianza” no tiene un significado “visible”; se utiliza solamente para evitar que las desviaciones en relación con el promedio con resultados positivos y negativos se reduzcan cuando se hace la suma de estas. Así, se las eleva al cuadrado y después se saca la raíz cuadrada, que es la desviación estándar σ que contiene la suma de todas las desviaciones respecto del promedio, se obtiene un valor que es siempre positivo. Para explicar estos nuevos conocimientos, se sugiere presentar un esquema donde la media \bar{X} de una muestra de datos tiene su equivalente en el valor esperado μ de una variable aleatoria, que significa hacer una mirada al futuro desde los datos estadísticos hacia una situación de incerteza, representada por una variable aleatoria que determina la probabilidad.



En el procedimiento algebraico, se reemplaza las frecuencias relativas de $f_r(x_i)$ estadísticas por las probabilidades de la variable aleatoria $P(X = x_i)$.

6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Extraen e interpretan información estadística, calculando medidas de dispersión para comparar situaciones.
 - Analizan datos, calculando las medidas de dispersión para tomar decisiones.
 - Representan la información y utilizan las medidas de dispersión para comunicar alguna decisión.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- Sitio web de la Comisión Nacional de Seguridad de Tránsito:
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.conaset.cl/>

Actividad 2: Interpretar gráficos de precipitaciones y sequías en el país para tomar decisiones

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes realicen interpretaciones para describir el nivel de agua caída de diferentes zonas del país, a partir de información entregada y el análisis de gráficos. Se pretende que asuman posturas razonadas sobre la sequía o la humedad de una zona del país. En esta actividad, se muestra el uso del Índice Estandarizado de Precipitaciones (IEP) como propedéutico para el trabajo que harán en 4° medio con la distribución normal.

Objetivos de Aprendizaje

OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

Actitudes

- Participar asumiendo posturas razonadas en distintos ámbitos: cultural, social, político, medioambiental, entre otros.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

TEMPERATURAS MÁXIMAS Y MÍNIMAS.

1. El pronóstico estacional considera el análisis de temperaturas máximas y mínimas (ver tablas a continuación).
 - a. El rango normal de temperatura mínima para Concepción implica una variación de temperatura de $0,6^{\circ}$ ¿Posee Santiago la misma variación de temperatura y las mismas temperaturas? Justifica tu respuesta.
 - b. Según la tabla, ¿qué estación presenta menor variación de temperatura? ¿Cuál presenta mayor variación de temperatura? Justifica tu respuesta.
 - c. ¿Qué se puede inferir de las cinco estaciones cuyos registros de temperatura máxima están “bajo lo normal”? ¿Qué se puede esperar de las diez estaciones cuyos registros de temperatura mínima están “bajo lo normal”?

Conexión interdisciplinaria:
**Ciencias para la
 Ciudadanía.**
 OA c y OA d,
 3° y 4° medio

Temperatura Máxima

Estación	Categoría Pronosticada SON17	Rango Normal (°C)
Arica	Bajo lo Normal	20,3 -21
Iquique	Bajo lo Normal	19,6 -20,2
Calama	Normal	23,7 -23,9
Antofagasta	Bajo lo Normal	18,8 -19,1
Copiapó	Normal	26,6 -26,9
La Serena	Bajo lo Normal	17,1 -17,7
Valparaíso	Bajo lo Normal	17 -17,4
Pudahuel	Normal	21,9 -22,6
Santiago	Normal	22,5 -23,1
Curicó	Normal	20,9 -21,4
Chillán	Normal	19,7 -20,1
Concepción	Normal	17,2 -17,5
Temuco	Normal	17,3 -17,7
Valdivia	Normal	16,7 -17,1
Osorno	Normal	16 -16,3
Puerto Montt	Normal	14,4 -14,8
Coyhaique	Normal	13,3 -13,8
Balmaceda	Normal	12 -12,6
Punta Arenas	Normal	10,4 -10,8

Temperatura Mínima

Estación	Categoría Pronosticada SON17	Rango Normal (°C)
Arica	Bajo lo Normal	15,6 -16,4
Iquique	Bajo lo Normal	14,8 -15,4
Calama	Normal	1,6 -2,1
Antofagasta	Bajo lo Normal	13,8 -14
Copiapó	Normal	7,1 -7,4
La Serena	Bajo lo Normal	9,8 -10,1
Valparaíso	Bajo lo Normal	10,6 -11
Pudahuel	Bajo lo Normal	7,1 -7,7
Santiago	Bajo lo Normal	8,3 -8,9
Curicó	Bajo lo Normal	7,2 -7,7
Chillán	Bajo lo Normal	6,3 -7,1
Concepción	Bajo lo Normal	7,2 -7,8
Temuco	Normal	5,4 -5,9
Valdivia	Normal	5,4 -5,9
Osorno	Normal	5,2 -5,8
Puerto Montt	Normal	5,3 -5,8
Coyhaique	Normal	4 -4,5
Balmaceda	Normal	2 -2,4
Punta Arenas	Normal	2,6 -3,1

Fuente: <https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.meteochile.gob.cl>

SEQUÍAS Y PRECIPITACIONES

Las estaciones de la Dirección Meteorológica de Chile, ubicadas en diferentes zonas del país, registran diariamente la cantidad de agua caída. Esta información se acumula año tras año para generar un registro histórico de las precipitaciones en las diferentes zonas del país y determinar un comportamiento normal de agua caída o de sequía, según la zona. Esto se traduce en un promedio climatológico de precipitaciones, con el cual se compara cada dato de precipitación registrado. Esto corresponde al Índice Estandarizado de Precipitaciones (IEP), también llamado Índice Estandarizado de Sequía.

Conexión disciplinar:
Ciencias para la Ciudadanía.
OA c, 3° y 4° medio

1. La tabla muestra las categorías existentes para registrar la cantidad de agua caída.

Categoría	IEP
Extremadamente lluvioso	[3,0; 2,0)
Lluvioso	[2,0; 1,5)
Moderadamente lluvioso	[1,5; 1,0)
Ligeramente lluvioso	[1,0; 0,5)
Normal	[0,5; -0,5)
Ligeramente seco	[-0,5; -1,0)
Moderadamente seco	[-1,0; -1,5)
Seco	[-1,5; -2,0)
Extremadamente seco	[-2,0; -3,0)

Categorías de sequía y precipitaciones según IEP. Tercer Reporte del Estado del Medio Ambiente 2017, Ministerio del Medio Ambiente.

- ¿Qué significa que en una región el índice IEP tenga valor 0?
 - ¿Qué regiones del país presentan un índice IEP mayor a -2,0?
 - El que una región o lugar presente un clima extremadamente lluvioso, ¿implica que llueva durante todos los meses del año? Explica tu respuesta a un compañero, argumenta utilizando medidas de dispersión (IEP).
2. El Anexo B (al final de este Programa) incluye el gráfico del índice de sequía por zonas en Chile en el periodo 1972-2016. Responde lo siguiente, basado en dicho gráfico y considerando la tabla de categorías y el índice IEP.
- ¿Es correcto afirmar que 1998 fue extremadamente seco en el sur de Chile? ¿Implica que no llovió durante todo el año en el sur de Chile?
 - ¿Es correcto afirmar que 1972 fue moderadamente lluvioso en el norte de Chile?
 - ¿Qué año se consideró lluvioso en la zona centro de Chile? ¿Qué año fue moderadamente seco? Explica a tu compañero cómo procedes para responder.
 - ¿En qué año las zonas norte, centro, sur y austral de Chile presentaron un clima ligera y moderadamente lluvioso, respectivamente?
 - ¿Cuál podría ser una relación entre el cambio climático y el índice IEP del año 2016 en la zona austral de Chile?

PRECIPITACIONES ANUALES SEGÚN ZONA DEL PAÍS

1. El gráfico del Anexo B presenta la precipitación anual según zona del país en milímetros por año; la línea punteada indica el promedio anual de precipitaciones por zona. Cada barra corresponde a las precipitaciones acumuladas en un año y los colores representan las precipitaciones acumuladas en cada zona; el total expresa las precipitaciones de todo el país.

Según este gráfico, responde:

- ¿Entre qué años hay mayor diferencia de precipitaciones en la zona sur de Chile?
- ¿En qué periodo, en años, no hubo precipitaciones en la zona norte? Justifica tu respuesta.
- ¿En qué años las precipitaciones en la zona centro fueron mayores a las de la zona sur?

2. Considera solo la sección comprendida entre 1987 y 1992 para responder a las siguientes preguntas:

- a. Florencia quiere explicar, a partir del gráfico anterior, una conclusión relacionada con lo sucedido entre 1988 y 1990. ¿Cuál es la conclusión que quiere dar a conocer?
- b. ¿Es correcto afirmar que entre 1988 y 1990 no llovió en todo Chile? Los datos correspondientes a este periodo, ¿indicaban ya los efectos del cambio climático? Justifica tu respuesta a partir del gráfico.

Conexión disciplinar:

Ciencias para la Ciudadanía.

OA c, 3° y 4° medio

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Para las actividades anteriores, se propone que los estudiantes respondan preguntas asociadas a la caracterización de las precipitaciones en Chile en los últimos 30 años.
2. La caracterización de “seco” y “moderadamente seco” para cada zona no necesariamente significa lo mismo en términos de la cantidad de agua caída, pues cada una presenta un promedio de precipitaciones anuales muy diferente. Una sequía en el sur no es lo mismo que una en el norte; si ambas zonas presentan un índice (IEP) similar, el nivel de precipitaciones probablemente será mayor en la zona sur que en la norte. Ello hace aún más relevante usar este índice (IEP), pues describe un comportamiento atípico en la región. Aunque en la zona sur pueden continuar las precipitaciones, son muy bajas en relación con lo esperado, lo que puede tener consecuencias tanto a corto como a largo plazo; por ejemplo, en la producción agrícola y en las reservas de agua.
3. Gracias a este índice, se puede identificar amplios periodos de sequía, como el antes descrito o el que se inició en 2007; ello tiene importantes implicaciones respecto de la producción económica del país y las medidas a tomar si la tendencia continúa. Se trata del periodo más largo de sequía (registrado) en nuestro país y en 2016 la situación pareció más extrema, especialmente en las zonas sur y austral del país. Sin embargo, tendencias históricas muestran que el comportamiento varía entre largos periodos de sequía y otros en que aumentan las precipitaciones.
4. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Extraen e interpretan información estadística, calculando medidas de dispersión para comparar situaciones.
 - Representan la información y utilizan las medidas de dispersión para comunicar alguna decisión.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Información sobre la desviación estándar
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Desviaci%C3%B3n_t%C3%A1pica
- Información sobre las medidas de dispersión
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.escolares.net/maticas/medidas-de-dispersion/>
- Información ambiental de Chile, Sistema Nacional de Información Ambiental (Sinia)
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://sinia.mma.gob.cl/>
- Estudio advierte que, entre 2010 y 2015, Chile enfrentó la mayor sequía de los últimos mil años:
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.emol.com/noticias/Nacional/2017/12/12/886942/Estudio-advier-te-que-Chile-enfrento-la-mayor-sequia-de-los-ultimos-mil-anos.html>

Actividad 3: Calcular probabilidades en contexto de incendios de origen eléctrico

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes, usando la probabilidad condicionada, describan las tendencias y presenten responsablemente recomendaciones según las compañías y tipos de incendio. A lo largo de la actividad, deberán seleccionar, relacionar, interpretar y representar datos en gráficos y tablas, realizar cálculos de probabilidad condicional y distinguir entre probabilidad condicional y conjunta.

Objetivos de Aprendizaje

OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actitudes

- Responsabilidad por las propias acciones y decisiones con consciencia de las implicancias que estas tienen sobre uno mismo y los otros.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

INCENDIO DE ORIGEN ESTRUCTURAL Y DE ORIGEN ELÉCTRICO

La Superintendencia de Electricidad y Combustibles (SEC) analizó los incendios cuyas causas son eléctricas, tras recopilar información de cuatro Compañías de Bomberos de la Región Metropolitana. Mediante este estudio, se busca tendencias sobre incendios de origen eléctrico para determinar medidas preventivas para su control y atención en próximos sucesos.

Conexión interdisciplinaria:
Ciencias para la Ciudadanía.
OA c, 3° y 4° medio

1. Observa el siguiente gráfico y responde las interrogantes planteadas, considerando los sucesos A y B, donde

Suceso A: Ocurre un incendio de origen estructural.

Suceso B: Ocurre un incendio de origen eléctrico.

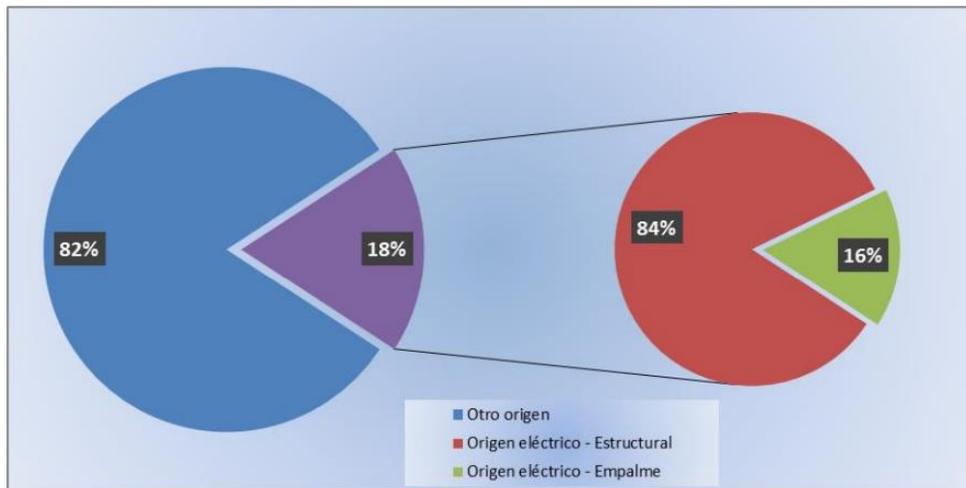
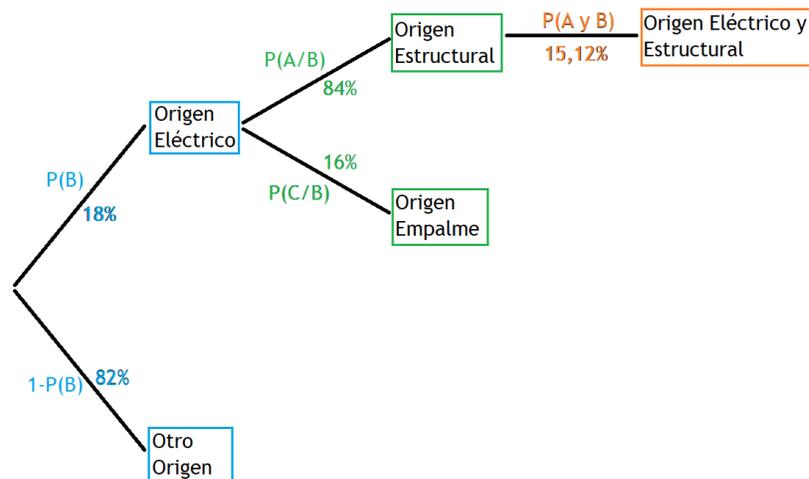


Gráfico: Distribución de incendios según origen⁴.

- a. ¿Es correcto afirmar que la probabilidad de un incendio de origen estructural es del 0,84? Justifica tu respuesta.
- b. ¿Es correcto afirmar que la probabilidad de que un próximo incendio sea de origen eléctrico es 0,18? Justifica tu respuesta.
- c. ¿Es correcto afirmar que la probabilidad de un incendio originado en el empalme corresponda a 0,16? Justifica tu respuesta.

⁴ Fuente gráfico: SEC y Procobre (2015).

Para justificar las respuestas a las interrogantes anteriores, Florencia construyó el siguiente diagrama de árbol y las respectivas probabilidades de cada suceso.



- Verifica tus respuestas anteriores con el diagrama de árbol construido por Florencia.
- ¿Cómo explicarías el significado de una probabilidad condicional a partir del suceso “incendio de origen eléctrico y estructural”?

COMPAÑÍAS DE BOMBEROS Y LOS INCENDIOS

- La siguiente tabla presenta datos recopilados de cuatro Compañías de Bomberos (CB) responsables de diferentes comunas dentro de la Región Metropolitana. En ella se sintetiza las causas que provocaron incendios de origen eléctrico durante 2015.

Elementos involucrados	CB01	CB02	CB03	CB04	Total
Cable fijo o móvil	29	19	21	78	147
Dispositivos de la instalación eléctrica	15	5	2	9	31
Equipo electrónico o electrodomésticos	12	30	6	9	57
Falla eléctrica empalme	22	11	10	5	48
Iluminación	1	9	3	0	13
No determinado	0	2	0	0	2
Total General	79	76	42	101	298

Tabla: Distribución de los incendios de origen eléctrico durante 2015 de acuerdo con elementos involucrados y Compañía de Bomberos

- Si el suceso corresponde a un incendio que tenga como origen algún equipo electrónico o electrodoméstico (suceso C):
 - Considerando el total de incendios de las cuatro Compañías de Bomberos (CB01, CB02, CB03 y CB04), ¿cuál es la probabilidad de que un incendio tenga como origen algún equipo electrónico o electrodoméstico?

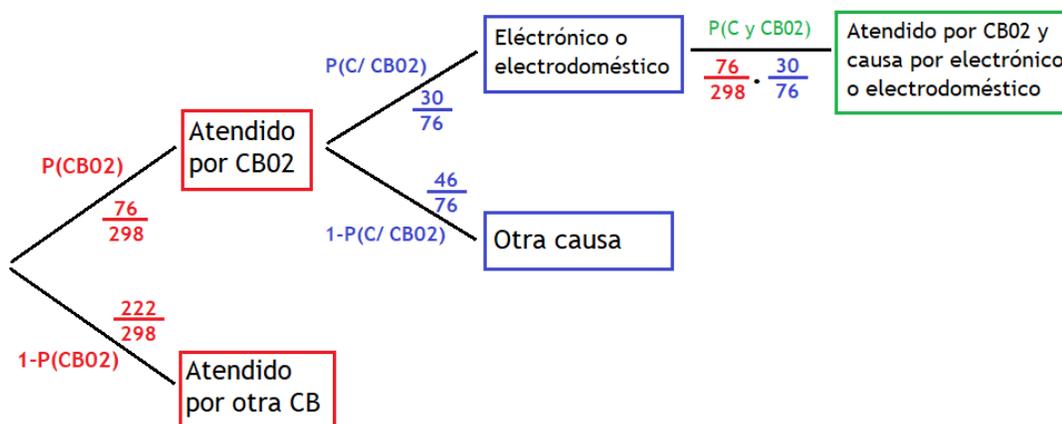
- Para responder la pregunta anterior, Trinidad hizo los siguientes cálculos y el siguiente diagrama de árbol.

$$P(C \cap CB02) = \frac{30}{298} \text{ y } P(CB02) = \frac{76}{298}$$

Luego,

$$P(C/ CB02) = \frac{P(C \cap CB02)}{P(CB02)} = \frac{\frac{30}{298}}{\frac{76}{298}} \approx 0,3947$$

El diagrama de árbol que representa la relación entre estas probabilidades es:



- ¿Es correcto afirmar que Trinidad calculó la probabilidad condicional del suceso “un incendio tenga como origen algún equipo electrónico o electrodoméstico”?
- ¿Sobre qué dato se puede aceptar o rechazar la afirmación de Trinidad?

2. Construye una tabla que permita analizar la misma información entregada en el gráfico; es decir, la probabilidad condicional de que una compañía de bomberos atienda un incendio según su origen.

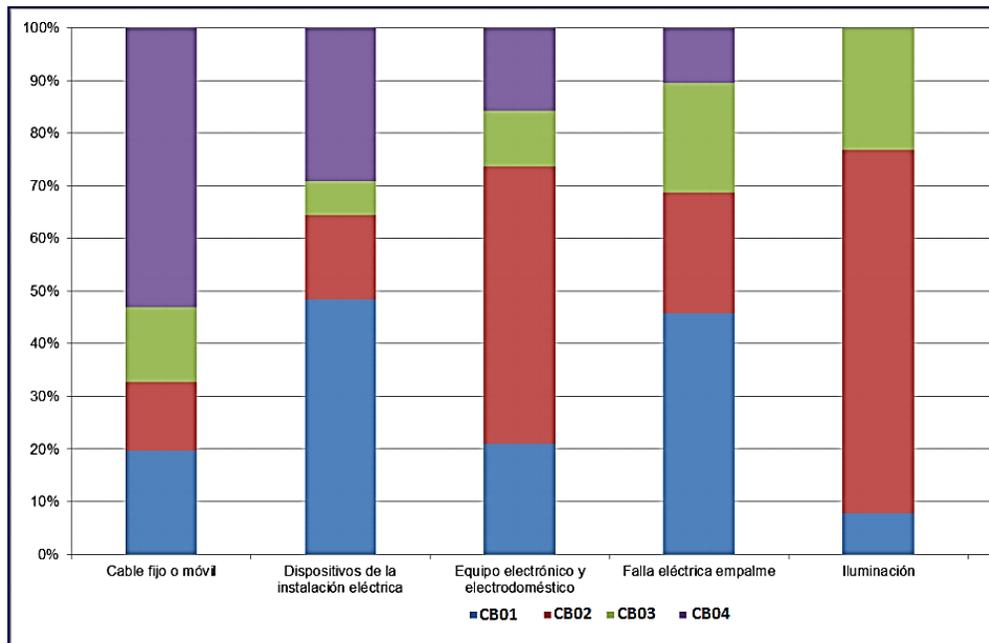


Gráfico: Distribución por causas de incendios eléctricos según cuerpos de Bomberos⁵.

⁵ Fuente gráfico: SEC y Procobre (2015).

3. El siguiente gráfico presenta la distribución de los incendios atendidos por las diferentes compañías durante un fin de semana:

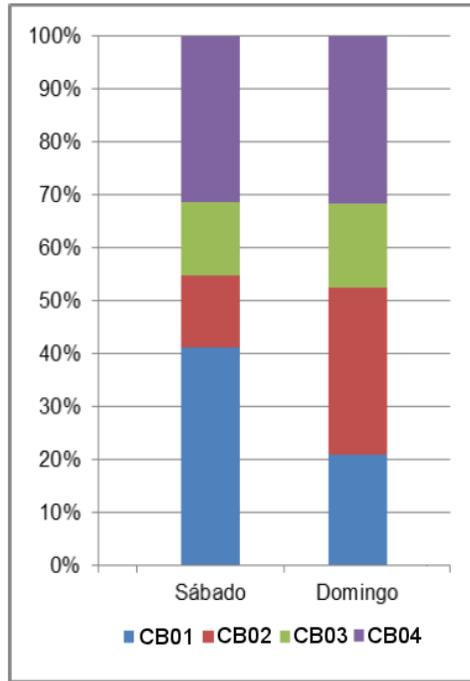
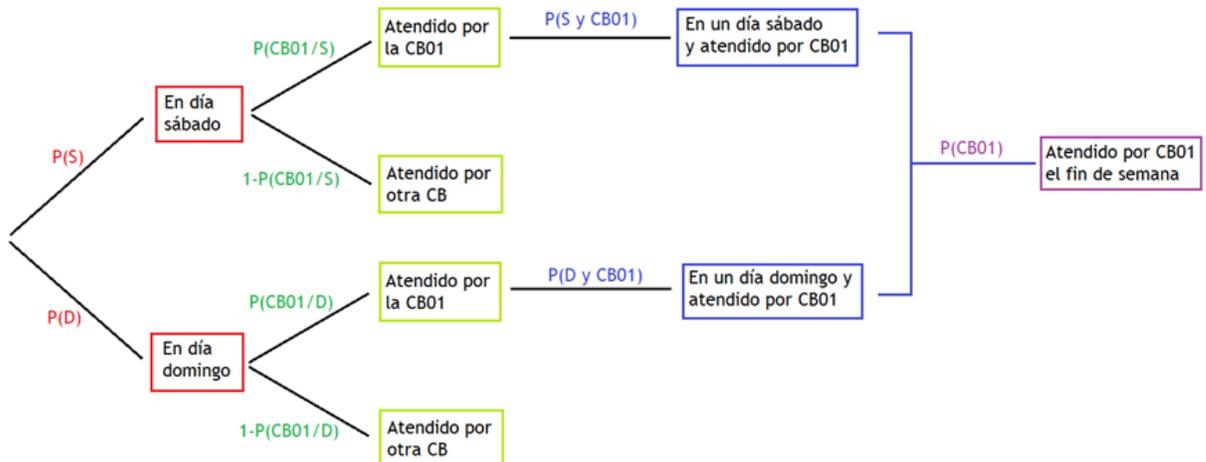


Gráfico: Distribución de incendios de origen eléctrico el fin de semana según Compañía de Bomberos

Responde:

- Considerando que el número incendios atendidos el sábado suman 50 y el domingo, 40, ¿cuál es la probabilidad de que durante el fin de semana CB01 atienda un incendio?
- ¿Cuál es la probabilidad de $P(CB01/S)$ y de $P(CB01/D)$?
- ¿Qué probabilidad se quiere conocer al calcular $P(x) = \frac{21+8}{90} = \frac{29}{90} \approx 0,322$?
- A partir del siguiente diagrama de árbol, construye una infografía que permita tomar conciencia de los diferentes tipos de incendios y sus posibles causas.



ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere plantear diferentes tipos de problemas en los cuales los jóvenes pueden o no tener acceso a toda la información.
2. Se recomienda usar tablas de doble entrada para organizar la información y comparar tipos de representaciones.
3. Antes que presentar la ecuación de probabilidad condicionada, cabe permitirles hacer cálculos directamente con los datos de una tabla de doble entrada como la anterior, para que puedan reconocer la diferencia entre la probabilidad conjunta y la probabilidad condicional.
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que, de ocurrir un incendio provocado por un cable fijo o móvil, lo atienda el CB03? ¿Cuál es la probabilidad de que, ocurrido un incendio, lo haya provocado un cable fijo o móvil y lo atienda el CB03? Hay que notar que, en ambas preguntas, la respuesta está asociada a una misma celda de información en la tabla, pero varía el total a considerar.
 - b. Al observar los incendios cuyo origen es una falla de empalme o iluminación, ¿cuáles son las compañías de bomberos que atienden el mayor número de este tipo de incidentes?
4. A partir de los datos, se hace la siguiente afirmación: “Si el 3,3% del total de incendios corresponde a fallas en empalme y han sido atendidos por CB02, ello no presenta preocupación para las otras compañías de Bomberos”. ¿De qué manera apoyarías o refutarías tal declaración?
5. Se recomienda discutir con los alumnos la estimación de lo que podría ocurrir dentro del año en curso, a partir de datos recopilados en 2015. Esa estimación puede mejorarse a medida que se recopila más datos, ya sea considerando datos de otros años u otras variables, como actualizaciones en el sistema eléctrico público en empalmes y luminarias.
6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Seleccionan y relacionan información, calculando probabilidades condicionales para tomar decisiones.
 - Utilizan árboles o tablas de doble entrada para representar y determinar la probabilidad condicional.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para profesores y estudiantes:

- Sitio web con información sobre el teorema de probabilidad total
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_la_probabilidad_total
- Sitio web con información sobre el teorema de probabilidad condicional
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Probabilidad_condicionada
- Cálculo de probabilidad condicionada y el uso de diagramas de árbol
https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/18008841a/helvia/aula/archivos/repositorio/0/62/html/zai_mates/web07-probabilidad/04-condicionada.html
- La importancia de entender una probabilidad condicionada
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.netquest.com/blog/es/blog/es/importancia-probabilidad-condicionada>

Actividad 4: Interpretar gráficos sobre mediciones de calidad del aire

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes usen medidas de dispersión para extraer e interpretar información desde diversos gráficos a fin de tomar decisiones fundamentadas. Participan activamente, asumen posturas relacionadas con el medio ambiente y elaboran mensajes o afiches para su comunidad, que se basan en los datos estadísticos y los incluyen.

Objetivos de Aprendizaje

OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actitudes

- Participar asumiendo posturas razonadas en distintos ámbitos: cultural, social, político, medioambiental, entre otros.

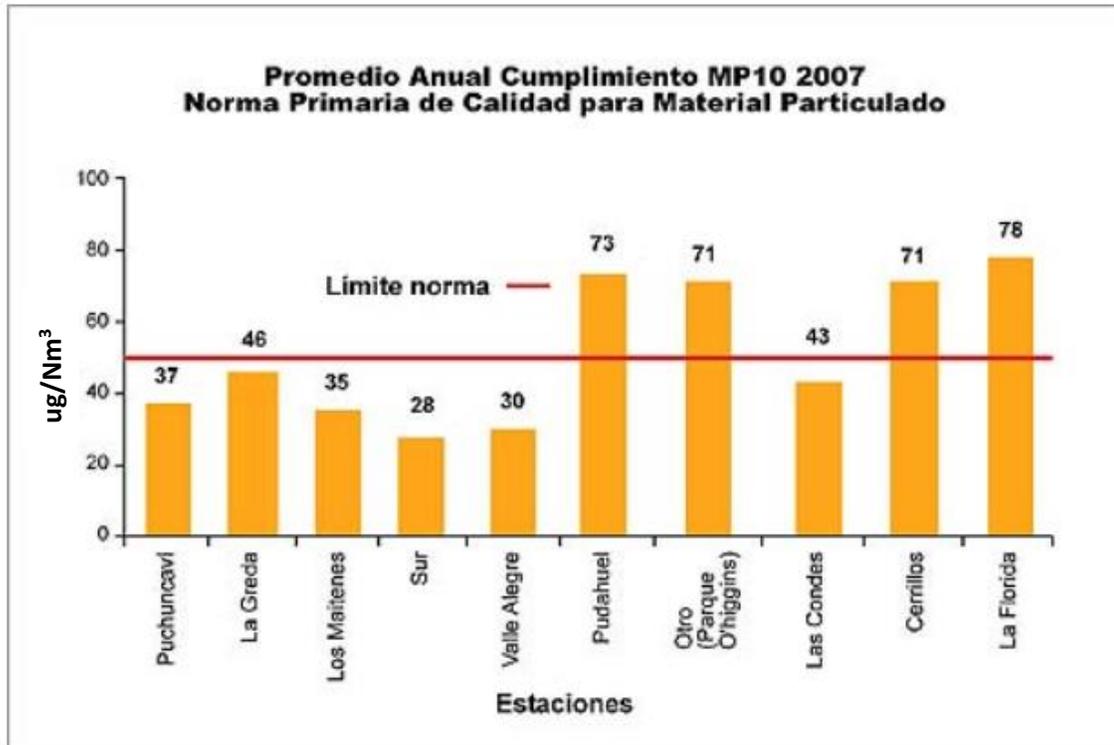
Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

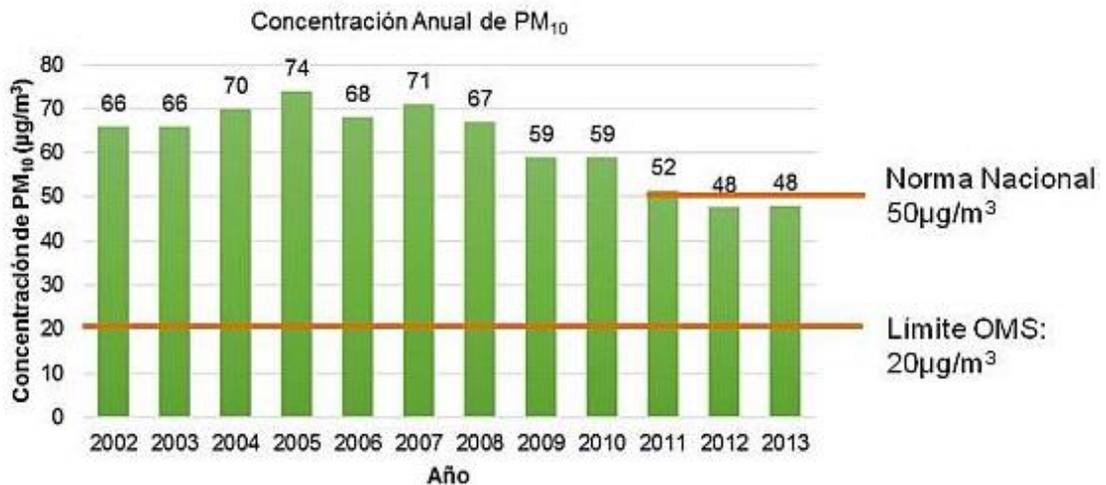
MEDIDAS DE DISPERSIÓN

- En 1992 se implementó en Chile una red de estaciones de monitoreo de calidad del aire. Las estaciones miden el anhídrido sulfuroso y el material particulado; con esa información, se puede establecer una línea base que informa sobre la calidad del aire de la zona. La norma establecida para informar preemergencia es 50 ug/Nm^3 .
- Donde 50 ug/Nm^3 significa que hay 50 partículas respirables en 1 metro cúbico normal. La sigla ug corresponde a la unidad de medida del microgramo que corresponde a la millonésima parte de un gramo y la sigla Nm^3 corresponde a un metro cúbico normal. La palabra normal corresponde a una presión atmosférica y a 25° Celsius.
- Ignacia elaboró un gráfico para representar los datos de contaminación ambiental de 10 localidades. Por su parte, Francisco decidió calcular el promedio de material particulado de las localidades que muestra el gráfico y obtuvo $51,2 \text{ ug/Nm}^3$ como resultado. De acuerdo a esos antecedentes, ¿informarían o no a la comunidad sobre una preemergencia ambiental?

Conexión disciplinar:
Ciencias para la Ciudadanía.
 OA c, OA h, OA i, 3° y 4° medio



- b. Ignacia y Francisco investigaron sobre las normas de contaminación ambiental en el ámbito internacional y construyeron el siguiente gráfico con la información recopilada.



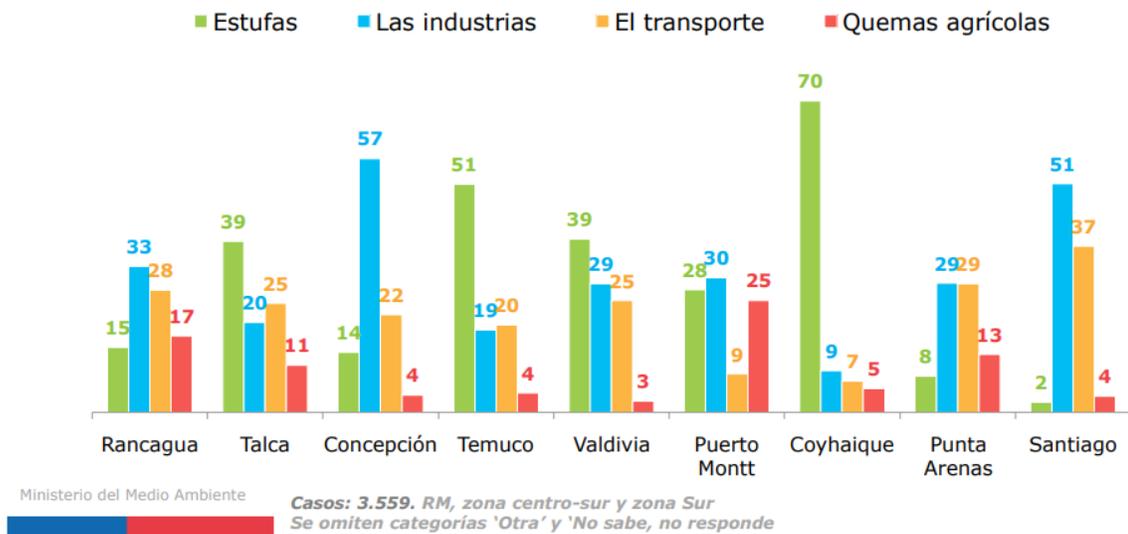
- ¿Es correcto afirmar que los niveles de contaminación han disminuido entre 2003 y 2013?
- Si Francisco decidiera calcular nuevamente el promedio de concentración anual, ¿qué conclusión obtendría?
- Según la información de ambos gráficos, ¿qué localidades no estarían declaradas en preemergencia?

4. El siguiente gráfico te permitirá obtener más información respecto del tema de la contaminación.

Actividad más contaminante por capital regional

A su juicio, ¿cuál es el tipo de actividad que más contamina el aire de la ciudad?

Resultados expresados en %



Fuente: "Segunda encuesta nacional de Medio Ambiente" Ministerio del Medio Ambiente 2015-2016

a. Completa la tabla con los datos del gráfico.

Tipo	Rancagua	Talca	Concepción	Temuco	Puerto Montt	Valdivia	Coyhaique	Punta Arenas	Santiago
Industrias	33	20							
Transporte	28	25							
Quemas	17	11							
Estufas	15								
Otras, no sabe, no responde	7								
Total	100	100	100	100	100	100	100	100	100

- b. Los datos por región, ¿presentan una distribución "homogénea" o "dispersa"?
- c. ¿Por qué es heterogénea la distribución de los datos entre regiones?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que la contaminación no provenga de las industrias en la ciudad de Valdivia?

5. Confecciona un afiche según los análisis y conclusiones obtenidas a partir de las tablas y gráficos, que permita comunicar dos acciones que debería implementar la comunidad donde viven, para disminuir la contaminación del aire. Expliquen estas acciones, basados en los datos estadísticos.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Es clave que los jóvenes comprendan que la correcta lectura e interpretación de los datos les permitirá tomar decisiones fundamentadas.
2. Se sugiere realizar variaciones de la actividad; por ejemplo: que investiguen y recopilen datos sobre la calidad del aire en los últimos meses y planteen conjeturas sobre los niveles de contaminación de algunas ciudades del país.
3. Conviene incluir actividades grupales donde los estudiantes discutan y propongan medidas para bajar los niveles de contaminación, como disminuir la cantidad de leña que se usa en invierno, dejar el auto en casa y preferir el transporte público, entre otras.
4. Se espera que desarrollen la habilidad de argumentación y comunicación por medio de representaciones gráficas. Aunque ya saben que los gráficos son una forma de representación, aplicar la desviación estándar implica interpretarlos de otro modo. Es importante que no solo se queden en el cálculo, sino que interpreten correctamente los resultados.
5. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Seleccionan y relacionan información, calculando probabilidades condicionales para tomar decisiones.
 - Extraen e interpretan información estadística, calculando medidas de dispersión para comparar situaciones.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para profesores y estudiantes

- Sitio web con información ambiental de Chile, Sistema Nacional de Información Ambiental:
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://sinia.mma.gob.cl/>
- Sitio web con información sobre el Plan de Prevención y Descontaminación Atmosférica para la Región Metropolitana
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://airesantiago.gob.cl/balance-1997-2017/>

Actividad de Evaluación

Objetivos de Aprendizaje

OA 2: Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Indicadores de evaluación

- Extraen e interpretan información estadística, calculando medidas de dispersión para comparar situaciones.
- Analizan datos, calculando las medidas de dispersión para tomar decisiones.
- Representan la información y utilizan las medidas de dispersión para comunicar alguna decisión.
- Seleccionan y relacionan información, calculando probabilidades condicionales para tomar decisiones.
- Utilizan árboles o tablas de doble entrada para representar y determinar la probabilidad condicional.

Duración: 3 horas pedagógicas

Se puede usar las siguientes actividades como ejemplos de evaluaciones para la unidad 1, cada una por sí misma o en conjunto. Se sugiere delimitar la evaluación según el contexto y el tiempo disponible.

1. ¿Cómo se calcula la contaminación que hay en una ciudad y cómo se sabe con antelación? Mediante estaciones meteorológicas, también conocidas como estaciones de seguimiento de contaminación o estaciones remotas de medición de la calidad del aire.

Si el valor de contaminación obtenido está entre 0 y 50, las condiciones del aire son buenas. Si se encuentra entre 51 y 100, son regulares. A partir de 101 y hasta 150, el nivel de contaminación es dañino para la salud de algunos grupos de personas (niños y ancianos, entre otros). Desde 151 hasta 200, el aire es dañino para cualquiera. A partir de 201, los niveles son muy dañinos.

- a. Considerando los valores de contaminación, elabora una tabla que te permita visualizar los valores normales y extremos de los niveles de contaminación.
- b. Con la información anterior, ¿puedes identificar cuáles serían los intervalos que implican preemergencia y emergencia ambiental, respectivamente?

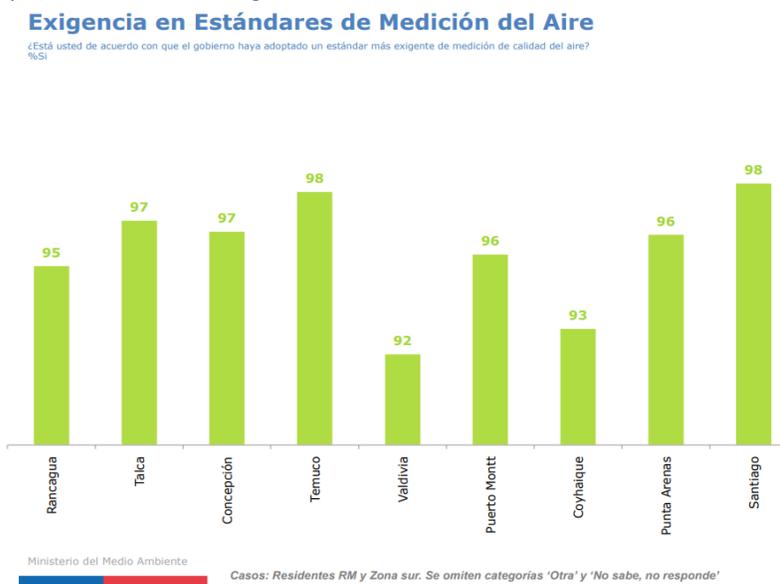


- c. Observa la siguiente tabla (ICA: Índice de Contaminación Atmosférica) y compara con la que hiciste antes.

ICA	COLOR	CLASIFICACIÓN
0 - 50	Verde	Buena
51 - 100	Amarillo	Moderada
101 - 150	Naranja	Dañina a la salud para grupos sensibles
151 - 200	Rojo	Dañina a la salud
201 - 300	Púrpura	Muy Dañina a la salud
301 - 400	Marrón	Peligrosa
401 - 500	Marrón	Peligrosa

- d. Si consideramos la norma ICA entregada por la OMS (Organización Mundial de la Salud) que se presenta en la tabla c. ¿qué nuevos intervalos habría que considerar?

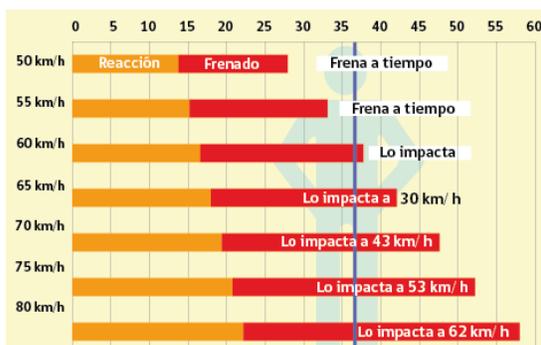
2. El siguiente gráfico da a conocer porcentajes de personas que prefieren que se aumente los estándares de pureza del aire en algunas ciudades de Chile.



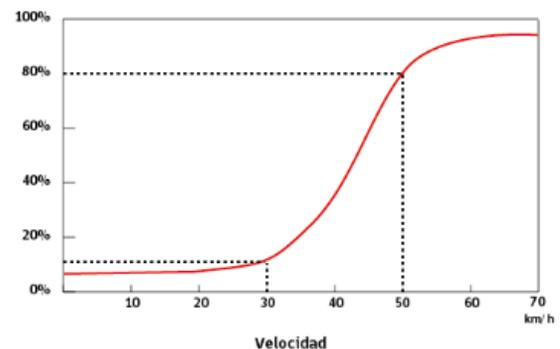
- a. ¿Cuál es el promedio de personas que está de acuerdo en aumentar los estándares de pureza del aire en el conjunto de esas ciudades?
- b. Al calcular la desviación estándar e interpretar el dato en función del contexto, ¿podemos argumentar que los datos presentan una distribución homogénea? Explica tu respuesta.

- c. ¿Por qué la representación gráfica de los datos “presenta una distribución de datos aparentemente dispersa”?
3. Una empresa quiere que dos instancias, A y B, aprueben un proyecto; deben decidir si se acepta o rechaza dicho proyecto en un máximo de tres gestiones alternadas entre las instituciones. Se logra la aprobación si se convence a A y B en dos intentos seguidos. La instancia A tiende más a aprobar (70%) que la instancia B (50%). Los eventos de aprobación de ambas instancias son independientes entre sí.
- Considera el siguiente argumento: “En todo caso, hay un máximo de tres gestiones alternando entre A y B; entonces, el orden de presentación no influye en la probabilidad total”.
- Elabora el árbol de probabilidades para el caso de empezar las gestiones con la instancia A (tiende a aprobar en un 70%). Marcando las probabilidades correspondientes en cada rama del árbol.
 - Elabora el árbol de probabilidades si se empieza las gestiones con B (tiende a aprobar en un 50%). Marcando las probabilidades correspondientes en cada rama del árbol.
 - Aprueba o rechaza la conjetura de a. Generaliza la situación y afirma si es necesario emplear una estrategia o no.
4. En el contexto del tránsito vehicular, la distancia de reacción es la que se recorre hasta que el conductor se da cuenta de que debe frenar (este tiempo de reacción es, en promedio, 1 segundo y la distancia es lo que avanza el vehículo a igual velocidad). La distancia de frenado es la que el sistema de frenos necesita para detener el vehículo totalmente.

Distancias de detención a diferentes velocidades



Probabilidad de muerte para un peatón al ser atropellado por un vehículo



Fuente: <https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.conaset.cl>

- ¿Cuál es el rango de velocidad a la cual, de acuerdo con los gráficos, el auto frenará a tiempo?

- b. Si un auto viaja a 30 km/h y atropella a una persona, la posibilidad de morir es del 10%. ¿Cuál es la probabilidad de morir si a una persona la atropella un auto que viaja a 50 km/h? Argumenta tu respuesta, extrayendo información de ambos gráficos.
- c. ¿Cuál es la probabilidad de morir si una persona es atropellada por un auto que viaja a entre 30 km/h y 50 km/h?
- d. ¿Es correcto afirmar que una persona morirá al ser atropellada por un auto que viaja a más de 70 km/h?
- e. ¿En qué casos es apropiado aplicar el modelo de probabilidad condicional?, ¿en qué casos no?
- f. Elabora un mensaje que puedas publicar en la red social para concientizar respecto de la importancia de la distancia de detención para velocidades mayores a 60 km/h y la probabilidad de fallecimiento de una persona atropellada.
5. Si se conduce un automóvil a 90 km/h sobre asfalto seco, la distancia de reacción es de 30 metros y la distancia de frenado es de 45 metros, aproximadamente; en este caso, la distancia de detención mínima es de 75 metros. Si este mismo automóvil fuera conducido a la misma velocidad, pero en asfalto mojado, la distancia de reacción se mantiene (30 metros), pero la de frenado aumenta a 100 metros; en este caso, la distancia de detención mínima es de 130 metros, aproximadamente.

La distancia de frenado crece con el cuadrado del aumento de velocidad. Si la velocidad del vehículo se duplica, la distancia de frenado que se requiere aumenta 4 veces. Si se triplica, la distancia de frenado que se requiere aumenta 9 veces. Si se quintuplica, la distancia de frenado aumenta 25 veces.



Fuente: <https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.conaset.cl>

- a. Si se conduce un vehículo a 110 km/h sobre asfalto seco, ¿cuál es su distancia de reacción? ¿Cuál es su distancia de frenado? ¿Cuál es su distancia de detención mínima?
- b. Según el texto, si un automóvil acelera y pasa de 60 km/h a 120 km/h, ¿cuánto aumenta su distancia de frenado?

- c. Según el texto, si un automóvil acelera y pasa de 40 km/h a 120 km/h, ¿cuánto aumenta su distancia de frenado?
- d. Determina la distancia de detención de una persona que conduce un automóvil, sabiendo que su distancia de reacción es de 12 metros y su distancia de frenado es de 10 metros. Calcula su distancia de detención si sigue conduciendo en las mismas condiciones y características, pero aumenta al doble su velocidad.

PAUTA DE EVALUACIÓN

Criterios de evaluación	Completamente logrado	Niveles de logros	
		Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se entiende en absoluto
Utilizan índices estandarizados para organizar datos.			
Identifican sectores extremos y cercanos a la media de una distribución de datos.			
Comparan datos de una misma situación, pero en diferentes representaciones.			
Calculan la desviación estándar de forma manual o utilizando herramientas digitales para interpretar datos de una situación.			
Explican sus respuestas, utilizando datos extraídos del contexto y terminología relacionada con las medidas de dispersión.			
Elaboran árboles de probabilidades condicionales.			
Evalúan expresiones verbales relacionadas con el cálculo de la probabilidad condicional.			
Evalúan situaciones de incerteza, calculando la probabilidad condicional de los eventos involucrados.			
Comunican situaciones de incerteza, utilizando información entregada y calculando la probabilidad condicional.			
Toman decisiones, basándose en el cálculo de la probabilidad condicional.			

Unidad 2

Unidad 2: Hacer predicciones acerca de situaciones utilizando modelos matemáticos

Propósito de la unidad

Se espera que los estudiantes utilicen, construyan y evalúen modelos para describir situaciones, con el apoyo de representaciones gráficas, tablas de datos y herramientas digitales. Se pretende que comprendan que la función exponencial describe situaciones de cambio “explosivo” y que observen el comportamiento de la función logaritmo desde tablas y gráficos. Algunas preguntas que pueden orientar el desarrollo de esta unidad son: ¿Cómo describir situaciones de crecimiento o decrecimiento? ¿Cómo describir matemáticamente situaciones extremas como un terremoto?

Objetivos de Aprendizaje

OA 3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

Actividad 1: Explorar la función exponencial y sus aplicaciones

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes exploren el crecimiento de una bacteria a partir del cambio porcentual constante a medida que transcurre el tiempo, y que actúen de forma perseverante y proactiva para encontrar el modelo matemático que describe la situación. Para esto, se propone que elaboren el modelo a partir de datos de una tabla y de sus conocimientos de álgebra de cursos anteriores, que vinculen sus cálculos con la función exponencial y que luego apliquen el modelo para responder a los problemas planteados.

Objetivos de Aprendizaje

OA 3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA e. Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

Actitudes

- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

Duración: 6 horas pedagógicas.

DESARROLLO

EL CRECIMIENTO LOGÍSTICO Y SU PARTE EXPONENCIAL

1. En condiciones de laboratorio, el número de ejemplares de una población de bacterias crece 10% cada 20 minutos. Al inicio de la observación, a las 8:00 horas, la población tenía aproximadamente 3 000 000 de individuos.

Conexión
interdisciplinaria:
**Ciencias para la
Ciudadanía**
OA b, OA c,
3° y 4° medio

a. Completa la siguiente tabla:

Hora	Expresión	Cálculo	Resultado
8:00	$g(0)$	3 000 000	3 000 000
8:20	$g(1)$	$3\,000\,000 + 0,10 \cdot 3\,000\,000$	3 300 000
8:40	$g(2)$	$3\,300\,000 + 0,10 \cdot 3\,300\,000$	3 630 000
9:00	$g(3)$		
9:20	$g(4)$		

Tabla 1: Cambio porcentual constante en el crecimiento de bacterias

- b. ¿Cuál es la población aproximada de bacterias a las 9:00 horas ($t = 3$)?
- c. Reescribe las expresiones $g(1)$ hasta $g(5)$, utilizando el término anterior y factorizando por potencias de 1,10.

$$g(1) = 3\,000\,000 (1 + 0,10) = 3\,000\,000 \cdot 1,10.$$

$$g(2) = 3\,300\,000 (1 + 0,10) = (3\,000\,000 \cdot 1,10) \cdot (1 + 0,10) = 3\,000\,000 \cdot 1,10^2$$

$$g(3) =$$

$$g(4) =$$

$$g(5) =$$

Completa la tabla 2 para registrar los cálculos.

Hora	Expresión	Cálculo	Resultado
8:00	$g(0)$	3 000 000	3 000 000
8:20	$g(1)$	$3\,000\,000 \cdot 1,10^1$	3 300 000
8:40	$g(2)$	$3\,000\,000 \cdot 1,10^2$	3 630 000
9:00	$g(3)$		
9:20	$g(4)$		
9:40	$g(5)$		

Tabla 2: Cambio porcentual en función del número inicial de bacterias

- d. Escribe la función en forma recursiva y exponencial. Describe qué significa cada variable.
- e. ¿Cuál sería la población aproximada de bacterias 6 horas más tarde ($t = 18$)?
- f. ¿En qué momento se duplica la población de bacterias?
- g. ¿Es correcto afirmar que las bacterias duplicarán siempre su población?

GRÁFICA DEL MODELO EXPONENCIAL

1. El siguiente gráfico muestra la situación del crecimiento de las bacterias en la “fase exponencial”.

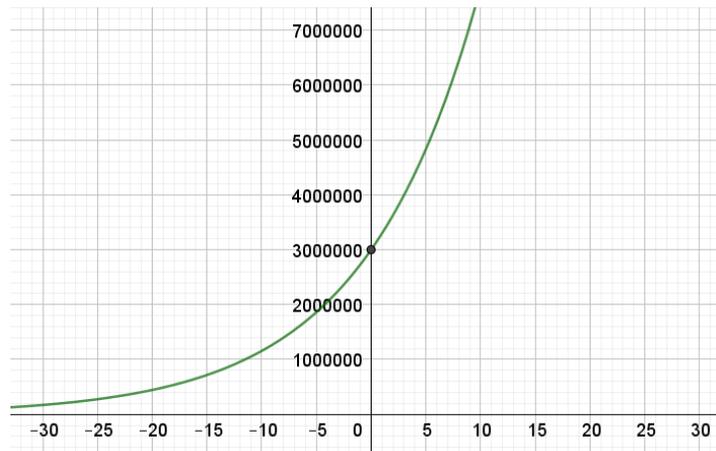


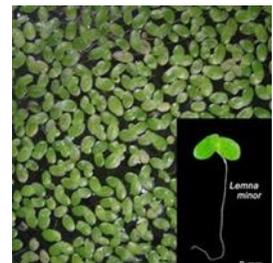
Fig. 1: Gráfico del modelo exponencial

- Con un programa, grafica el modelo exponencial $g(t) = 3\,000\,000 \cdot 1,10^t$ para cada momento t descrito en la tabla. Ajusta la escala en el software convenientemente.
- Compara tu gráfico con el mostrado anteriormente: ¿obtuviste puntos o una línea continua?
- ¿Dónde cruza el eje Y la función ingresada? ¿Cómo interpretas esto según la situación?

EL CRECIMIENTO DE LAS LENTEJAS DE AGUA

2. Las lentejas de agua (*Lemna minor*) flotan en el agua, tienen raíces pequeñas, se reproducen muy rápido y sirven para tapizar la superficie del agua.

En entornos naturales como una laguna y en condiciones favorables, pueden mostrar un crecimiento exponencial diario de un 25%.



- Al inicio de una investigación, se observa un área de 20 m² cubierta de lentejas acuáticas. Construye la función exponencial que representa el crecimiento del área de las lentejas en esa laguna. ¿Cuál es el modelo $g(t) = a \cdot q^t$, donde t representa los días?
- ¿Qué tamaño tendrá el área cubierta por las lentejas después de 2 semanas?
- ¿Qué ecuación o cálculo te permite justificar la respuesta anterior?
- ¿Qué tamaño tendrá el área cubierta por las lentejas después de 1 mes? Explica a un compañero los pasos que diste para obtener la respuesta.
- Usando GeoGebra, grafica el modelo del crecimiento de la *lemma minor* en este caso y conjetura si este tipo de crecimiento puede convertirse en plaga.

Conexión disciplinar:

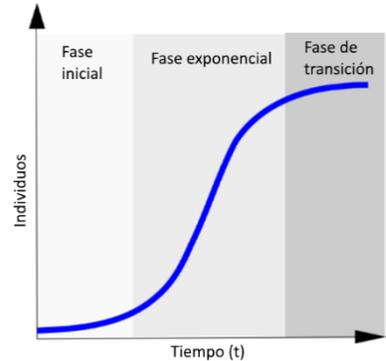
Ciencias para la Ciudadanía.

OA f, 3° y 4° medio

- d. Si se considera rentable un cultivo de lenteja acuática como fuente sustentable de proteínas vegetales y en una semana el área cultivada se hace 50 veces más grande, determina el factor de crecimiento diario ¿qué indica este factor sobre el cambio de las condiciones de crecimiento? ¿qué puede generar este cambio en el crecimiento de la lenteja?

EL MODELO LOGÍSTICO

- Enfatizar la demostración algebraica de propiedades del modelo exponencial. Por ejemplo:
 - Verifica que una función del cambio porcentual constante de la forma $f(t+1) = f(t) + kf(t)$, con $f(0) = 1$, es una función exponencial de la forma $f(t) = q^t$, en la cual la base q (factor de crecimiento) es igual a $k + 1$.
 - Verifica algebraicamente que el valor de x_d (en el cual se duplica el valor de la función) es independiente de un cierto x_0 a partir del cual se considera la duplicación del valor funcional.



- Explora con tu compañero un modelo logístico de un cambio exponencial de una población C de la forma siguiente:

$$C(t) = \frac{S}{C(0) + (S - 1)e^{-S \cdot k \cdot t}}$$

El modelo logístico puede explicar varios tipos de fenómenos de la realidad y una de sus fases es el modelo exponencial. Las situaciones son de aumento muy rápido y luego de una estabilidad, por ejemplo, podría ser el caso de una enfermedad por bacterias.

- Grafiquen este modelo.
- Encuentren una situación que el modelo pueda describir, empleen algún buscador y describan las fases según el modelo.
- Realicen variaciones al modelo para que se adapte mejor a la situación que encontraron. Revisen intervalos donde el modelo hace sentido y limiten estos intervalos para ver si “funciona”.
- Presenten brevemente lo que encontraron a otros grupos, ya sea por medio de un afiche o una presentación breve.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Es importante que el estudiante comprenda la función recursiva del modelo de crecimiento $g(t + 1) = g(t) + k \cdot g(t)$ y su relación con un cambio porcentual constante. Para ello, hay que reforzar el hecho del significado de k como un porcentaje.
2. Hay que destacar que el incremento se produce cada 20 min. Según esto, $t = 1$ corresponde a las 8:20, mientras que $t = 3$ son las 9:00 y así sucesivamente. La actividad se puede variar en valores, parámetros o intervalos que hagan sentido según el contexto.
3. Se puede agregar otras preguntas que permitan obtener el número de bacterias en diferentes instantes de tiempo. Así se refuerza la comprensión del modelo.
4. El paso del modelo recursivo de cambio porcentual constante al modelo exponencial requiere del manejo algebraico y, particularmente, la factorización. Se necesita hacer el ejercicio con $g(2)$, $g(3)$ y los que sea necesario para que los alumnos comprendan la situación. Lo importante es que puedan plantear el modelo $g(t) = a \cdot q^t$ y luego, usándolo, determinen la cantidad de bacterias en otros instantes y analicen qué valores de la función pueden interpretarse según el contexto y cuáles no. Se requiere apoyar el proceso de factorización para que comprendan hacia qué expresión deben llegar.
5. Se los invita también a ver qué sucede con el tiempo en la duplicación del número de bacterias e investigar si este tiempo es independiente o no del número de bacterias alcanzado en cierto tiempo.
6. Asimismo, se propone un nuevo contexto (plantas acuáticas) en el que pueden aplicar el modelo exponencial encontrado. Esta es otra oportunidad de concebir un crecimiento que, bajo ciertas condiciones, es muy rápido o explosivo y –en el contexto de la *Lemna minor*– puede convertirse en una plaga.
7. Se puede plantear, además, preguntas de mayor análisis que estén enfocadas en un cambio de las condiciones, como en el caso de la última pregunta. Aquí tienen que llegar a una expresión como $g(7) = 20 \cdot 1,749^7 = 20 \cdot 50$.
8. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Utilizan modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica para determinar valores o hacer proyecciones.
 - Construyen modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica para determinar valores o hacer proyecciones.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- Función exponencial
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_exponencial
- Crecimiento exponencial y logístico
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.khanacademy.org/science/biology/ecology/population-growth-and-regulation/a/exponential-logistic-growth>.
- Problema sobre crecimiento exponencial
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=2vodlQd_Vbc

Actividad 2: Explorar la función logaritmo y sus aplicaciones

PROPÓSITO

Los estudiantes construyen la función logaritmo matemáticamente, utilizando los exponentes como representantes de la función puntual, para luego llegar a la función mediante la completitud y continuidad. Se espera que comprendan que el aprendizaje de la matemática se desarrolla a lo largo de la vida y que es necesario aplicar conocimientos anteriores constantemente para construir el nuevo; en este caso, se trata. También aplican la exponencial en modelos de crecimiento y en todo momento pueden usar herramientas digitales como apoyo.

Objetivos de Aprendizaje

OA 3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

Actitudes

- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

Duración: 9 horas pedagógicas.

DESARROLLO

CONSTRUCCIÓN DE LA FUNCIÓN LOGARITMO

1. Comencemos a explorar a partir de la relación que existe entre el número de ceros de una potencia de 10 y el valor del exponente de dicha potencia. Por ejemplo, para $10^5 = 100\ 000$, el exponente 5 coincide con el número de ceros de 100 000. Completa la siguiente tabla.

Valor	Expresado como potencia de 10	Utilizando el exponente como representante
10	10^1	1
100	10^2	
1 000	10^3	3
10 000		4
	10^5	5
1 000 000		

Tabla 1: Potencias de 10 representadas a partir de los exponentes.

- a. De acuerdo con la tabla 1 y utilizando algún programa, grafica algunas potencias de 10 con su correspondiente representante, como muestra la Figura 1:

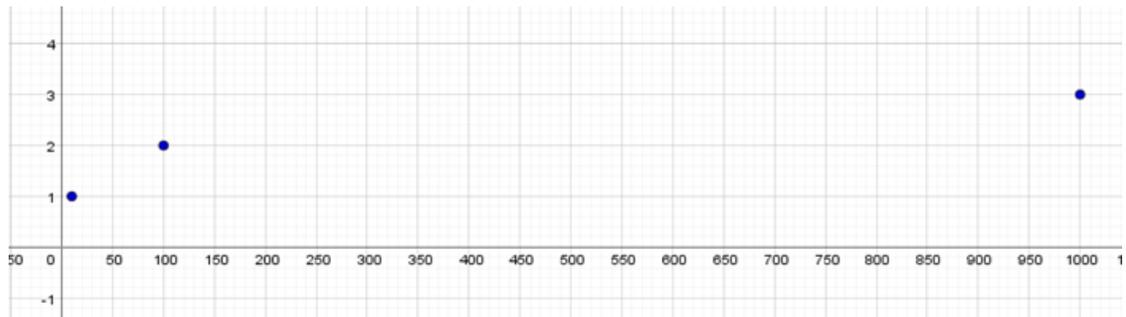


Fig. 1: Gráfico de la relación entre las potencias de 10 y sus representantes positivos.

- b. De acuerdo con la Tabla 1, en vez de operar con el número 100, se considera el 2 y en vez del 10 000, se utiliza el 4. Además, multiplicar $100 \cdot 10\,000$ es equivalente a sumar el valor de los exponentes $2 + 4$, por lo que el resultado es 1 000 000, ya que el resultado de la suma es 6 y se tiene que $10^6 = 1\,000\,000$. Con esta estrategia, se puede hacer algunas multiplicaciones mentalmente.

Completa la siguiente tabla:

Operación	Resultado	Exponente como representante
$10 \cdot 10$	$10^{1+1} = 100$	$1+1 = 2$
$10 \cdot 10^2$	$10^{1+2} = 1\,000$	$1+2 = 3$
$10^2 \cdot 10^3$	$10^{2+3} = 100\,000$	$2+3 = 5$
	$10^{2+4} = 1\,000\,000$	
		$3+5 = 8$

Tabla 2: Operaciones con potencias de 10 y representantes positivos.

2. Hasta el momento se ha trabajado con exponentes positivos. Sin embargo, ¿qué sucede con las potencias de 10 cuyo exponente es nulo o negativo? ¿Es posible ampliar la tabla 1?

a. Completa la tabla.

Valor	Expresado como potencia de 10	Representante
$\frac{1}{100\ 000} = 0,00001$	10^{-5}	-5
$\frac{1}{10\ 000} = 0,0001$	10^{-4}	-4
$\frac{1}{1\ 000} = 0,001$	10^{-3}	
$\frac{1}{100} = 0,01$		-2
$\frac{1}{10} = 0,1$		-1
1	10^0	0
	10^1	

Tabla 3: Potencias de 10 y sus correspondientes representantes.

- b. Grafica estos datos o inclúyelos en tu gráfico anterior.
- c. De acuerdo con la Tabla 3, Francisco explica a un compañero: “Mira, lo que se hace aquí es que, en vez de ver el número $\frac{1}{100}$ (que es lo mismo que 0,01), se considera el -2 como representante, y en vez de $\frac{1}{10\ 000}$ ó 0,0001, se utiliza el -4”. ¿Qué partes de esta explicación entendiste? ¿Qué agregarías o que sacarías?
- d. Tania explica a continuación: “Además, multiplicar $0,01 \cdot 0,0001$ equivale a sumar el valor de los exponentes $-2 + (-4)$, por lo que el resultado es 0,000 001, ya que el resultado de la suma es -6 y se tiene que $10^{-6} = 0,000\ 001$. También se puede considerar el siguiente ejemplo, donde se realiza la adición $2 + (-4) = -2$:

$$100 \cdot \frac{1}{10\ 000} = 100 \cdot 0,0001 = 10^2 \cdot 10^{-4} = 10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01''$$

¿Estás de acuerdo con la explicación de Tania? ¿Qué cambiarías? ¿Cómo lo dirías con tus propias palabras? ¿Qué propiedades ya conocidas se está utilizando?

e. Completa ahora la siguiente tabla:

Operación	Resultado	Exponente como representante
$10^{-1} \cdot 10^{-1}$	$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$	$-1 + -1 = -2$
$10^{-1} \cdot 10^{-2}$	$10^{-3} = \frac{1}{1\ 000} = 0,001$	$-1 + -2 = -3$
$10^{-2} \cdot 10^{-3}$		$-2 + -3 = -5$
$10^2 \cdot 10^{-4}$		

Tabla 4: Operaciones con potencias de 10 y representantes negativos.

3. Hasta aquí, hemos establecido una función f entre potencias de 10 y sus exponentes o representantes. Si lo llevamos a una tabla de coordenadas $(x; y)$, se puede hacer una asociación como la siguiente. Completa.

x	$y = f(x)$	$(x; y)$
0,001	-3	(0,001; -3)
0,01	-2	(0,01; -2)
0,1	-1	(0,1; -3)
1	0	(1, 0)
10	1	
100	2	
1000	3	

Tabla 5: Potencias de 10 y sus correspondientes representantes.

4. Nota que a cada potencia de 10 le corresponde un único representante. Además, se ha establecido algunas propiedades de esta función f . ¿Con cuáles de las siguientes frases estás de acuerdo?
- La función f relaciona a cada potencia de 10 con su exponente.
 - La función f evaluada en 1 retorna como valor al 0, ya que $10^0 = 1$.
 - La función f evaluada en el producto de dos o más potencias de 10 retorna como valor la adición de los exponentes de dichas potencias.
5. Hasta el momento se ha graficado solo algunos puntos. ¿Qué sucede con los demás números entre 0 y 1?, ¿entre 1 y 10 o entre 10 y 100?, etc. ¿Se puede encontrar un representante para cada uno de los números reales positivos?
6. Según lo anterior, completa la tabla 6 según las coordenadas x e y del punto a graficar:

x	$y = f(x)$	$(x; y)$
10^2	2	(100; 2)
$10^{3,5}$	3,5	(3 162; 3,5)
	0,5	(3,2; 0,5)
$10^{0,7}$		(5,01; 0,7)
	$\sqrt{2}$	

Tabla 6: Potencias de 10 y sus correspondientes representantes.

- ¿Se puede encontrar el valor de $y = f(x)$ a cualquier valor del eje X ?
 - ¿Estaría cubierto todo el eje X ? ¿Cuál es el dominio de la función f ?
7. Utiliza algún programa para graficar la función $f(x) = \log(x)$ y encontrar todos los representantes involucrados. Describe esta función de forma simbólica y describe su comportamiento con tus palabras.

LOS TERREMOTOS Y LA FUNCIÓN LOGARITMO

- Lee junto a un compañero la siguiente información: “Es común escuchar en televisión y en la prensa en general que, al referirse a un sismo o terremoto, se señala su magnitud en función de la escala de Richter; sin embargo, esa escala –creada en 1935 por el sismólogo estadounidense Charles Francis Richter (1900-1985)– se actualizó en la década del 70 con la Escala de Magnitud de Momento. Los valores de ambas escalas son coincidentes hasta los sismos de magnitud 6,9; sobre esa magnitud, la relación varía. Así, el terremoto del 27 de febrero de 2010 en Santiago de Chile, de magnitud 8,8, está medido en la Escala de Magnitud de Momento”.

Conexión disciplinar:
Ciencias para la Ciudadanía.
 OA f, 3° y 4° medio

 - ¿Qué información te entrega el párrafo?
 - ¿Habías escuchado algo así anteriormente? Comparte tus experiencias sobre este tema con tus compañeros.
 - ¿Cómo crees que se puede entregar datos sobre la magnitud de un terremoto? Comenta con tus compañeros.

- Lee la siguiente información con un compañero: “El modelo que permite realizar esta asignación numérica es la siguiente:

$$M_w = \frac{2}{3} \log(M_0) - 10,7$$

donde M_w es la magnitud de momento sísmico, cuya particularidad es que carece de dimensión física asociada y de unidad de medida explícita; se conoce como magnitud adimensional. Por otra parte, M_0 corresponde al momento sísmico. El momento sísmico es una cantidad que usan los sismólogos para medir el tamaño de un terremoto. Se trata de un momento de fuerza que se determina en función de las características geológicas del terremoto, como la falla que lo provocó y el desplazamiento de las placas. Este momento sísmico se mide en dyna por centímetro (*dyna · cm*). Como los valores del momento sísmico son muy grandes, una escala logarítmica con base 10 permite trabajar con ellos en un rango más manejable”.

- ¿Qué información nueva te entrega este párrafo?
 - Identifica y anota las partes del modelo en tu cuaderno, y haz flechas para indicar los nombres de cada elemento.
 - Si recuerdas algunos datos de tus experiencias, ingrásalas al modelo y comparte tu procedimiento con tu compañero de mesa.
- Respecto del terremoto del 27 de febrero de 2010 en Santiago de Chile y usando el modelo anterior, ¿cuál sería el momento sísmico M_0 o el momento de fuerza de ese terremoto? Explica cómo lo obtuviste, considerando que $M_w = 8,8$.

4. Utiliza la magnitud de los terremotos de la siguiente tabla para relacionar la función exponencial y logarítmica. A partir de la fórmula de la Escala de Magnitud de Momento, completa la tabla para identificar los valores del momento sísmico en cada uno de los terremotos dados.

Lugar	Año	Magnitud	Momento Sísmico (dyna · cm)
Valdivia	1960	9,5	
Constitución	2010		$10^{29,25}$
Tarapacá	1877	8,3	
Arica e Iquique	2014	8,2	
Quellón	2016		$10^{27,45}$
Iquique	2009	6,5	
Santiago	2016	5,4	
Los Vilos	2017		$10^{22,35}$

Tabla 7: Sismos de diferentes magnitudes ocurridos en Chile.

5. Usa algún programa digital para generar una representación visual de la magnitud de los terremotos de la lista según la fuerza involucrada en cada uno de ellos. ¿Cómo es la gráfica?
6. Al utilizar sólo los exponentes de las potencias de 10, la relación ¿será lineal? Explica tu respuesta con un gráfico.

EXPLORACIÓN DE UN MODELO LOGARÍTMICO

1. Según Gutenberg y Richter (1956)⁶, la relación entre la magnitud de las ondas superficiales (M) y la energía liberada (E , en ergios) está dada por:

$$M(E) = \frac{\log(E) - 11,8}{1,5}$$

Conexión disciplinar:

Ciencias para la Ciudadanía.

OA f, 3° y 4° medio

- a. ¿Cuál es el intervalo de la función $M(E)$ para el cual hace sentido esta situación?
- b. ¿Cuál es la magnitud de sismos que han liberado unos $6,309573445 \cdot 10^{17}$ ergios y $1,995262315 \cdot 10^{19}$ ergios respectivamente?

⁶<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://contenidos.inpres.gov.ar/docs/Energ%C3%ADa%20del%20terremoto.pdf>

c. Acorde a lo anterior, completa la siguiente tabla:

Magnitud	Energía (Ergio)
8,5	
8	
7,5	
7,0	
6,5	$3,6 \cdot 10^{21}$
	$8,9 \cdot 10^{20}$
	$6,3 \cdot 10^{20}$
	$1,1 \cdot 10^{20}$
	$2,0 \cdot 10^{19}$
	$6,3 \cdot 10^{17}$

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Proponga a los alumnos que construyan tablas de representaciones para las potencias de 10, sin hacer referencia a logaritmo, sino comenzando por la relación conocida entre el exponente y el número de ceros. A partir del gráfico de los puntos de cada potencia de 10 con sus representantes, formule preguntas sobre los valores entre 0 y 1, 1 y 10, 10 y 100, respectivamente. ¿Es posible determinar representantes para esos valores? Este punto es trascendental, ya que los invita a ir más allá de la noción de potencia como multiplicación iterada.
2. Para los demás casos, se busca que noten que la línea que trazaron uniendo los puntos del gráfico es un posible representante para valores. Por ejemplo, observando el gráfico, un posible representante para el 5 puede ser 0,7, por lo que se esperaría que $10^{0,7} \approx 5$. Este es un buen ejemplo para que ver que la curva no es proporcional; es decir, no se trata de segmentos de recta que unen cada punto. De los resultados obtenidos, se puede derivar otros representantes; por ejemplo: $50 = 10 \cdot 5 \approx 10^1 \cdot 10^{0,7} = 10^{1,7}$. A partir de esto, puede proponerles que estimen representantes para números como 500, 25, 30, y que los verifiquen calculando la potencia correspondiente.
3. Respecto de la actividad relacionada con los sismos, es importante que manejen adecuadamente la expresión $M_w = \frac{2}{3} \log(M_0) - 10,7$ y sean capaces de despejar el momento sísmico como $M_0 = 10^{1,5(M_w+10,7)}$
4. Esa actividad permite contextualizar la función logarítmica mediante un modelo que relaciona la magnitud del sismo (M_w) con el momento sísmico (M_0), que se mide en la unidad de dyna por centímetro. El trabajo propuesto se vincula con obtener M_0 o M_w , dependiendo de la situación.
5. Es importante que dimensionen qué significa la variación de un grado a otro en un sismo; lo pueden visualizar en la variación del exponente del momento sísmico.

6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Utilizan modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica.
 - Construyen modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica.
 - Identifican los intervalos donde el modelo exponencial o logarítmico tiene sentido, según la situación de crecimiento o decrecimiento.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Momento sísmico
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://en.wikipedia.org/wiki/Seismic_moment
- Escala sismológica de magnitud de momento
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Escala_sismol%C3%B3gica_de_magnitud_de_momento
- Escala sismológica de Richter
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Escala_sismol%C3%B3gica_de_Richter
- Los terremotos más fuertes en la historia de Chile: Centro sismológico de la Universidad de Chile
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.sismologia.cl/>
- Las escalas logarítmicas, la escala de Richter y la escala de magnitud de momento
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.ehu.eus/ehusfera/epdzabaldu/2014/04/04/las-escalas-logaritmicas-y-la-escala-richter/>

Actividad 3: Resolver problemas, modelando diferentes situaciones de crecimiento o decrecimiento

PROPÓSITO

Se contempla que los estudiantes analicen el crecimiento o decrecimiento y sus modelos. El contexto es la presión sonora y su unidad de referencia, los decibelios; les permite perseverar y actuar proactivamente para resolver y dar respuestas a situaciones cotidianas desde la matemática. Se espera que apliquen la escala logarítmica, que describe en un rango accesible la presión de una onda sonora en comparación con la presión mínima de sonido que un ser humano podría percibir. Se pretende que comprendan por qué la presión sonora, generada por distintas fuentes, no consiste simplemente en sumar los correspondientes decibelios.

Objetivos de Aprendizaje

OA 3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

Actitudes

- Pensar con perseverancia y proactividad para encontrar soluciones innovadoras a los problemas.

Duración: 9 horas pedagógicas

DESARROLLO

EI MODELO LOGARÍTMICO Y LA PRESIÓN SONORA

1. Lee el siguiente párrafo con tu curso y comenta tus impresiones:

“Generalmente, cuando hablamos de la contaminación ambiental, se vienen a la cabeza ideas como aguas servidas, desagües que llegan a ríos, basura en las playas, smog, entre otros ejemplos. Sin embargo, hay una de la cual no siempre somos conscientes: la contaminación acústica. En 2016, el Ministerio del Medio Ambiente y el Instituto de Acústica de la Universidad Austral de Chile desarrollaron un mapa de ruido de las conurbaciones Coquimbo-La Serena, Temuco-Padre Las Casas, la ciudad de Valdivia y el Gran Santiago, e identificaron zonas de cada ciudad según sus niveles de ruido.

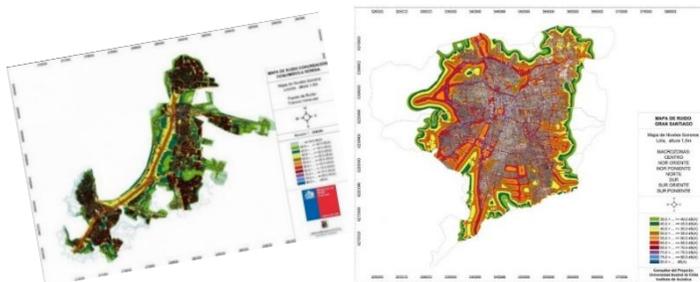


Fig. 1: Mapas de ruido de la conurbación Coquimbo-La Serena y del Gran Santiago⁷.

Cuando una fuente sonora (parlantes, máquinas, personas, ventiladores, entre otros) emite un sonido, genera una onda que se distribuye en todas las direcciones, provocando un cambio local en la presión atmosférica; esto se conoce como presión sonora”.

2. Lee con tu compañero de trabajo los siguientes datos sobre el mismo tema: “El modelo matemático que permite calcular el Nivel de Presión Sonora ($N_p = N_p$) involucra el concepto de logaritmo (presión efectiva del sonido medida en pascales ($Pa = \frac{Kg}{m \cdot s^2}$)) y su medida habitual corresponde a decibelios (dB).

Conexión disciplinar:
Ciencias para la Ciudadanía.
OA f, 3° y 4° medio

$$N_p = 10 \cdot \log\left(\frac{P^2}{P_0^2}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{P}{P_0}\right) \text{ dB}$$

donde $P_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa$ corresponde a la presión mínima”.

- a. Encuentren el valor P_0 .
3. Comparen su procedimiento con el siguiente: $N_0 = 20 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot 10^{-5} Pa}{2 \cdot 10^{-5} Pa}\right) = 20 \cdot \log(1) = 20 \cdot 0 = 0 \text{ dB}$. ¿Hay diferencias?
4. ¿Qué piensan sobre la siguiente afirmación: “La máxima presión sonora que puede soportar el oído humano es de aproximadamente $P_m = 20 Pa$ ”?
- a. ¿Cuál sería el NPS acorde a la máxima presión sonora? Muestren su desarrollo.

$$N_m = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dB}$$

- b. Si una fuente de ruido genera un NPS igual a 15 dB, ¿cuál sería el nivel de presión P_R medida en pascales?

⁷ Fuente imágenes:

<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.plataformaurbana.cl/archive/2015/06/28/mapas-de-ruido-de-cinco-ciudades-de-chile-que-tan-ruidoso-o-silencioso-es-tu-barrio/>

c. Completen la siguiente tabla que relaciona decibelios (dB) con pascales (Pa):

Fuente de ruido	Decibelios (dB)	Pascales (Pa)
Umbral audible		$2 \cdot 10^{-5}$
Sala de estudio tranquila	30	
Conversación normal	60	
Bocina de un vehículo	90	
Umbral del dolor		$2 \cdot 10^1$

Tabla 1: Relación entre decibelios (dB) y pascales (Pa).

EL MODELO LOGARÍTMICO Y LOS NIVELES DE PRESIÓN SONORA

1. Ejercitar el modelo logarítmico $N_p = 20 \cdot \log\left(\frac{P}{P_0}\right)$ dB para determinar el nivel de presión sonora en decibelios (dB), considerando $P_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa. Completen una tabla como la siguiente:

Conexión disciplinar:
Ciencias para la Ciudadanía.
 OA f, 3° y 4° medio

Efecto	Decibelios (dB)	Pascales (Pa)
Umbral audible	0	$2 \cdot 10^{-5}$
Umbral audible persona promedio	20	$2 \cdot 10^{-4}$
		$2 \cdot 10^{-3,5}$
		$2 \cdot 10^{-3}$
		$2 \cdot 10^{-2,5}$
		$2 \cdot 10^{-2}$
		$2 \cdot 10^{-1,5}$
		$2 \cdot 10^{-1}$
		$2 \cdot 10^{-0,5}$
		$2 \cdot 10^0$
Umbral dolor		$2 \cdot 10^1$
Dolor		$2 \cdot 10^{1,5}$
Dolor	140	$2 \cdot 10^2$

LOS RUIDOS AMBIENTALES EN EL OÍDO HUMANO

Los sonidos que superan los 120 dB (20 Pa) provocan dolor, lesiones permanentes e incluso pérdida de audición; este valor se conoce como umbral del dolor.

La siguiente tabla presenta algunos ejemplos de fuentes sonoras con sus correspondientes NPS. Un elemento importante para considerar al medir los NPS es la distancia de la fuente sonora, ya que, según ella, la medida puede ser mayor o menor. Por eso, las mediciones ambientales se hacen en función de la posición del oído humano y la distancia a la que una persona se encuentra regularmente desde la fuente sonora.

Fuente de sonido	Nivel de presión sonora (dB)	Efecto
Automóvil Fórmula Uno	140	Dolor
Cámara de pruebas de un motor, avión en despegue	130	Dolor
Multitud gritando, concierto de rock, martinete	120	Umbral del dolor
Tren subterráneo, taladro, martillo perforador	100	Presión alta
Tráfico intenso, fábrica, diversas fuentes de ruido, bocina de un vehículo	90	Presión alta
Restaurante con mucha gente, camión Diésel a 15m	80	Presión moderada
Aspiradora	70	Presión moderada
Aire acondicionado, automóvil silencioso	60	Presión baja
Conversación entre personas	50	Presión baja
Aire acondicionado silencioso, oficina tranquila, refrigerador casero	40	Presión muy baja
Goteo de una llave, manecillas de un reloj análogo	30	Presión muy baja
Biblioteca, chubascos leves	20	Umbral audible de una persona promedio
Umbral audible	0	

Tabla 2: Niveles de presión sonora de algunos ruidos ambientales y sus efectos en el oído humano promedio.

Cuando hay más de una fuente sonora, para obtener el nivel de presión no se puede simplemente sumar los decibelios. Primero hay que conocer la presión sonora de cada fuente y luego sumar el cuadrado de cada una de ellas. Por ejemplo, si en un taller están funcionando simultáneamente dos martinetes industriales, cada uno con un nivel de presión sonora de 108dB, ¿cuál es el nivel de presión sonora entre ambos martinetes?

Si se designa $P_R = 108\text{dB}$ a la presión sonora de un martinete, se tiene que:

$$108\text{dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_R^2}{P_0^2}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{P_R}{P_0}\right)$$

$$108\text{dB} = 20 \cdot \log\left(\frac{P_R}{P_0}\right)$$

Conexión disciplinar:
Ciencias para la Ciudadanía.
OA f, 3° y 4° medio

Luego, la presión sonora de dos martinetes (P_T) actuando simultáneamente es:

$$P_T = 10 \cdot \log\left(\frac{P_R^2 + P_R^2}{P_0^2}\right)$$

$$P_T = 10 \cdot \log\left(\frac{2P_R^2}{P_0^2}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{(\sqrt{2}P_R)^2}{P_0^2}\right)$$

$$P_T = 20 \cdot \log\left(\frac{\sqrt{2}P_R}{P_0}\right)$$

$$P_T = 20 \cdot \left(\log \left(\frac{P_R}{P_0} \right) + \log \sqrt{2} \right)$$

$$P_T = 20 \cdot \log \left(\frac{P_R}{P_0} \right) + 20 \cdot \log \sqrt{2} = 20 \cdot \log \left(\frac{P_R}{P_0} \right) + 10 \cdot \log ((\sqrt{2})^2)$$

$$P_T = 20 \cdot \log \left(\frac{P_R}{P_0} \right) + 10 \cdot \log 2$$

$$\text{Reemplazando, } P_T = 108 + 10 \cdot 0,301$$

$$P_T \approx 108 + 3,01 \approx 111 \text{ dB}$$

1. En promedio, el sonido de la bocina de un auto es de 90dB, medidos a 5 metros de distancia. Si nos encontramos en una intersección de dos calles, donde un vehículo quedó bloqueando el cruce y 2 vehículos comienzan a tocar la bocina, ¿es correcto afirmar que el ruido generado estará cerca de los 180db? ¿Y si se trata de 4, 5, o 9 vehículos? Argumenten.
2. De acuerdo con las normas sobre los ruidos en ambientes laborales en Chile, el sonido de una oficina no debe superar los 45dB y en ambientes industriales, los 65dB. Cuando se trata de lugares con fuentes de sonidos de mayor intensidad, es obligatorio el uso de protecciones. ¿Podrían hacer una estimación del ruido en la sala de clases cuando todo el curso está hablando? ¿Está dentro de los rangos permitidos por las normas ambientales? Argumenten.
3. La presión sonora de un martillo mecánico es de aproximadamente 2 Pa. De acuerdo con las normas sanitarias y ambientales, ¿cuál es el tiempo máximo que un trabajador podría utilizar esta máquina al día? Averigua cuáles son los límites saludables para el ruido y determinar este tiempo de exposición a ruidos.

NIVELES DE PRESIÓN SONORA DE DIFERENTES AMBIENTES

1. Antes se entregó algunos valores en decibelios referenciales. Sin embargo, varias aplicaciones libres para celular, conocidas como sonómetros, permiten medir esos decibelios y recabar información sobre niveles de presión sonora de diferentes ambientes: sala de clases, patio a la hora del recreo, diferentes talleres de las especialidades TP, máquinas utilizadas en los talleres, etc.

Busquen una aplicación móvil gratuita de un sonómetro y realicen lo siguiente:

- a. Elaboren una tabla como las anteriores, que describa ejemplos de actividades y sus ruidos.
- b. Diseñen un mapa de ruido de su establecimiento, localizando las zonas con mayor y menor ruido.
- c. Si se determina con un sonómetro el volumen al que habla una persona en forma normal, ¿cuál será el nivel de presión sonora si todos los estudiantes hablan al mismo tiempo? Hagan una estimación y luego verifiquen con un sonómetro.



- d. ¿Cuál es el nivel de presión sonora con la que los alumnos escuchan música con audífonos? ¿Puede esto tener un efecto en su audición?

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Es importante que distingan entre las dos unidades usadas: pascales y decibelios. Deben comprender que el modelo funciona a partir de una referencia base, que es la presión mínima o umbral audible.
2. Hay dos NPS básicos para cualquier análisis de ruido: umbral audible y umbral del dolor. Aplicando las propiedades de la función logaritmo, pueden determinar ambos valores.
3. A partir de valores como esos, donde los decibelios están equidistantes, pueden comparar las diferencias en las presiones sonoras; por ejemplo: entre el umbral audible y la sala de estudio y entre la bocina de un vehículo y el umbral del dolor.
4. El ruido ambiental se puede abordar en diferentes contextos y los ejemplos propuestos consideran dos: contaminación ambiental y normas ambientales asociadas a espacios de trabajo. Se busca que los problemas apunten a sumar presiones sonoras diferentes, lo que no se puede resolver considerando sólo los decibelios de cada fuente.
5. Se debe tratar la contaminación acústica y el cuidado de la audición en aspectos del cuidado personal, como el uso de audífonos o largas exposiciones a sonidos elevados. Así también, en ambientes profesionales en los cuales los trabajadores están expuestos a niveles de ruidos elevados y/o constantes, los alumnos pueden conocer sobre las normas ambientales asociadas a sus áreas de especialización y las protecciones con las que pueden contar, incluidos los tiempos de exposición.
6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Utilizan modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica para determinar valores o hacer proyecciones.
 - Construyen modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica para determinar valores o hacer proyecciones.
 - Varían parámetros para ajustar un modelo exponencial o logarítmico según la situación.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios sugeridos para estudiantes y profesores:

- Información sobre decibelio
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Decibelio>
- Decibelios ponderación A <https://www.curriculumnacional.cl/link/http://musiki.org.ar/DBa>
- Información sobre la presión sonora
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Presi%C3%B3n_sonora
- Información sobre ruidos industriales (en inglés)
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://ajph.aphapublications.org/doi/pdf/10.2105/AJPH.42.6.705>
- Sistema Nacional de Información Ambiental (Sinia)
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://sinia.mma.gob.cl/estado-del-medio-ambiente/>
- Calculadora dB
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.cesva.com/es/soporte/db-calculator/>
- Sitio web para acceder a un conversor de pascales a decibelios
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=1a344877f11195aaf947ccfe48ee9c89>
- Sitio web con mapas de ruido
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://mapcity.com/mapaderuido#t=1>

Actividad 4: Aplicar un modelo exponencial en contexto de redes sociales

PROPÓSITO

Analizar los tópicos que se vuelven virales en internet es habitual en muchos ámbitos. Una aplicación que examina las búsquedas de algún tema, entrega datos sobre la frecuencia con que se consulta sobre cierto término en relación con el total de búsquedas realizadas en determinado intervalo de tiempo. Se propone que los estudiantes modelen el crecimiento lento seguido de un aumento explosivo de estos datos, apoyados por recursos digitales. Se espera que desarrollen las habilidades de argumentar y tomar decisiones a partir de la información proveniente del modelado exponencial de este tipo de fenómenos.

Objetivos de Aprendizaje

OA 3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

Actitudes

- Valorar las TIC como una oportunidad para informarse, investigar, socializar, comunicarse y participar como ciudadano.

Duración: 6 horas pedagógicas.

DESARROLLO

LAS REDES SOCIALES Y EL MODELO EXPONENCIAL

De acuerdo con Wikipedia, el *Ice Bucket Challenge* (desafío del balde de agua fría) es una campaña publicitaria solidaria con los enfermos de esclerosis lateral amiotrófica (ELA o ALS por sus siglas en inglés), enfermedad degenerativa progresiva que ataca las neuronas motoras.

Conexión interdisciplinaria:
Historia, Geografía y Ciencias Sociales
OA b,
3° y 4° medio

A partir de los datos recopilados desde Google Trends, se puede estudiar el comportamiento exponencial de #IceBucketChallenge, que fue *trending topic* (tema que marcó tendencia) en algún momento de agosto de 2014 y luego disminuyó rápidamente. Los gráficos a continuación provienen de la página

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://chrisniderdesign.com/blog/2014/08/20/facts-about-the-als-ice-bucket-challenge/>

Observa el gráfico de Google Trends adjunto, que muestra las frecuencias porcentuales de las búsquedas en internet del #IceBucketChallenge. En un breve periodo de tiempo, aumentaron rápidamente y también disminuyeron.

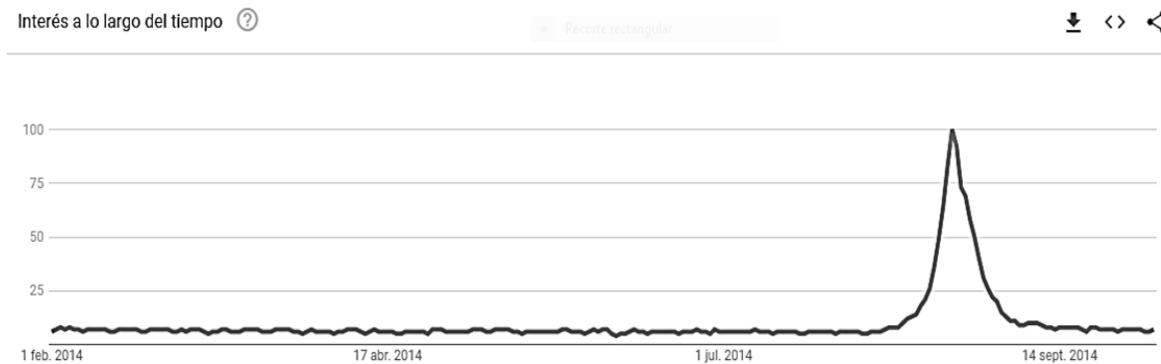


Figura 1. Gráfico de Google Trends de las frecuencias relativas de las búsquedas de #IceBucketChallenge en la web.

Considerando sólo las búsquedas de entre julio y septiembre de 2014, el comportamiento observado es el que se muestra en el gráfico 2. Observa ahora que la tendencia comenzó a popularizarse rápidamente del 10 al 19 de agosto.

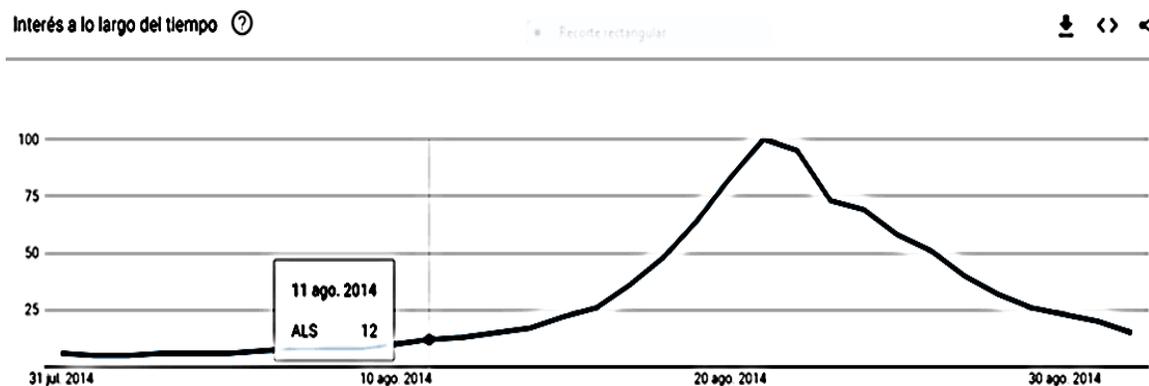


Figura 2. Gráfico de Google Trends entre junio y septiembre de 2014.

En ese lapso, se nota una diferencia entre el comportamiento del 10 al 14 de agosto y el del 14 al 19 del mismo mes.

Interés a lo largo del tiempo ?

Recorte rectangular

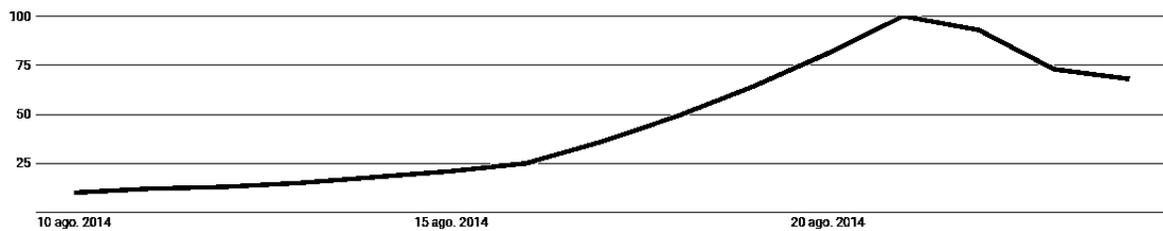


Figura 3. Gráfico de Google Trends de las búsquedas realizadas entre el 10 y el 19 de agosto.

La forma más simple de crecimiento exponencial se caracteriza por un crecimiento lento, seguido de un despegue explosivo. Para modelarlo, se utiliza el modelo exponencial, que es una función de la forma $f(x) = c \cdot e^{k \cdot x}$, donde x_0 es la cantidad inicial y k es la constante de crecimiento; en cada caso que se modela, es diferente.

1. Para afianzar la manipulación algebraica del modelo exponencial, realiza las siguientes actividades:
 - a. Si $c = 1,6$ y $k = 0,4$, determina en forma manuscrita la función exponencial que determinan estos valores y con ella, calcula $f(2)$, $f(5)$ y $f(10)$.
 - b. Con la misma función exponencial que obtuviste, determina de forma manuscrita para qué valor de x se tiene que $f(x) = 5,3121$, $f(x) = 26,3114$ y $f(x) = 130,3213$.
2. La tabla y el gráfico siguientes muestran datos generados en Google Trends y permite identificar los días del año 2014 en que el desafío IceBucketChallenge se convirtió en un *trending topic*.

FECHA	DÍA (d)	TREND (t%)
10-08-2014	1	5
11-08-2014	2	5
12-08-2014	3	7
13-08-2014	4	5
14-08-2014	5	7
15-08-2014	6	13
16-08-2014	7	6
17-08-2014	8	31
18-08-2014	9	45
19-08-2014	10	100

Tabla 1. Porcentaje de las búsquedas realizadas entre el 10 y el 19 de agosto.

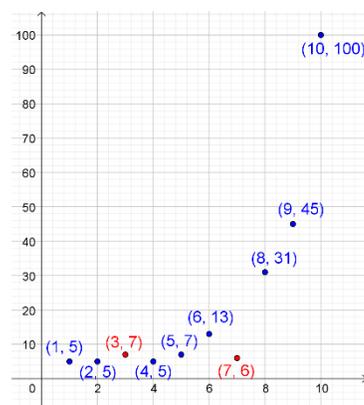


Figura 4. Gráfico de las búsquedas realizadas entre el 10 y el 19 de agosto.

- a. Según la forma en que crece la frecuencia de las búsquedas de #IceBucketChallenge entre el 10 y el 19 de agosto, ¿qué tipo de crecimiento se muestra en la tabla y el gráfico anteriores?
- b. Según los datos de la tabla o del gráfico, ¿en qué día se sobrepasaron los 10 *trend*? ¿Durante cuántos días estuvieron entre 20 y 50?
- c. Según los datos de la tabla o del gráfico, ¿cuántos *trend* había antes del 13 de agosto?
3. Para modelar los datos de la Tabla 1. Porcentaje de las búsquedas realizadas entre el 10 y el 19 de agosto, aplicaremos la función exponencial que se aproxime razonablemente bien a los datos de la tabla, mediante un software que permita graficar, como GeoGebra.
- a. Ingresas los datos de la Tabla 1 y usa una letra mayúscula para cada uno. Por ejemplo: $A = (1; 5)$, $B = (2; 5)$, etc. Cuando termines, ajusta la escala de los ejes para visibilizar todos los puntos en la vista gráfica de GeoGebra.
- b. Usa la herramienta deslizador y crea dos deslizadores; llama c a uno y k al otro. Haz que ambos varíen de -5 a 5 con incremento $0,01$. Usando estos deslizadores, ingresa la función $g(x) = c \cdot e^{k \cdot x}$ en la barra de entrada y varía los deslizadores para observar cómo cambia el gráfico.
- c. Ajusta los deslizadores c y k para que la gráfica de la función exponencial pase o se aproxime mucho a la mayor cantidad de puntos graficados. Cuando consideres que tienes una buena aproximación, escribe la función escogida como $g(x) = \square \cdot e^{\square x}$.
- d. Usando el modelo exponencial que encontraste recién, determina $g(2)$ y $g(8)$. Compara los resultados con los que muestra la Tabla 1 y determina el error cometido.
- e. Usando lo construido en GeoGebra, determina para qué valores de x se tiene que $g(x) = 13$ y $g(x) = 45$ y determina el error cometido en estos casos.
- f. Usando el modelo exponencial hallado en 3.c:
- ¿Cuál sería el porcentaje aproximado de *trending* a la mitad del noveno día?
 - ¿En qué día se alcanzó el 50% de *trending*?
4. Usaremos otro mecanismo para determinar la función exponencial que modela estos datos. Analicemos los exponentes. Por ejemplo: en el día 6, las búsquedas fueron 13% respecto del total de las búsquedas realizadas en ese mismo día en la web. Si se expresa esta relación entre los datos con una sola potencia (de base e), se tiene la siguiente ecuación: $e^x = 13$.
- Despejando x en $e^x = 13$, se obtiene $x = \ln(13) \approx 2,56$. Verificando, tenemos que $e^{2,56} \approx 13$. De esta manera, usaremos los datos de *trending* transformados.

Conexión disciplinar:
Ciencias para la Ciudadanía.
 OA f, 3° y 4° medio

- a. Siguiendo esa misma transformación con el resto de los datos, se obtiene el exponente para cada uno de los valores. Completa la siguiente tabla:

DÍA (d)	ln(t)
1	1.61
2	1.61
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	4.61

- b. Haz un gráfico con los valores de la tabla y compáralo con el siguiente:

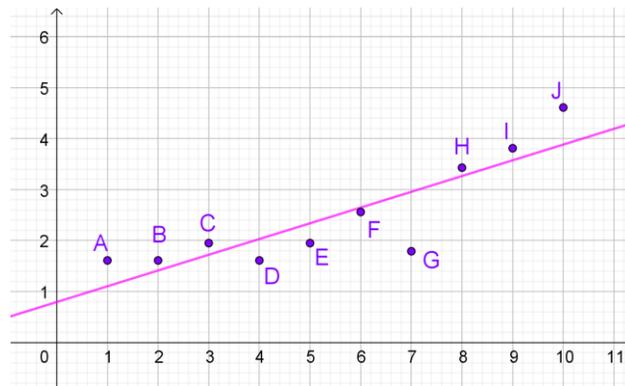


Figura 5. Gráfico de puntos transformados.

- c. Encuentra la recta en tu gráfico y la ecuación de la recta, y compara los valores con el modelo exponencial.
- d. Fabiola explica el procedimiento anterior de la siguiente manera: Debido a que se utilizó el logaritmo natural de los *trending* para elaborar la Tabla de valores, la ecuación de la recta se debe escribir $\ln(y) = m x + n$. Por lo tanto, al despejar y , se obtiene la función exponencial buscada:

$$\begin{aligned}\ln(y) &= m x + n \\ y &= e^{m x + n} \\ y &= e^{m x} \cdot e^n \\ y &= c \cdot e^{m x}\end{aligned}$$

¿Estás de acuerdo con ella? ¿Harías lo mismo? ¿Qué datos reemplazarías?

5. Completa la siguiente tabla para comparar los valores de *trending* que se obtiene con este modelo exponencial y con los otros hallados anteriormente.

FECHA	DÍA (d)	TREND (t%)	$g(d)$	$h(d)$	$y = c \cdot e^{m \cdot x}$
10-08-2014	1	5			
11-08-2014	2	5			
12-08-2014	3	7			
13-08-2014	4	5			
14-08-2014	5	7			
15-08-2014	6	13			
16-08-2014	7	6			
17-08-2014	8	31			
18-08-2014	9	45			
19-08-2014	10	100			

- Usando el método de la recta, determina el modelo funcional de los datos de la tabla.
- Usando el comando AjusteLineal (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, etc.), compara las dos rectas obtenidas con las rectas anteriores. Compara ambos modelos exponenciales.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- La primera actividad está diseñada para que la trabajen sin el computador, pero requiere de calculadora científica para los cálculos que se propone.
- Antes de que empiecen a modelar, se recomienda que observen los gráficos entregados por Google Trends y que describan su comportamiento con sus palabras, identificando las variables involucradas (interés de búsqueda y tiempo) y sus unidades de medida (porcentaje y días).
- Aunque en toda esta actividad se ha utilizado el número e como base de los modelos exponenciales, se podría emplear otra base (por ejemplo: 10). Se sugiere mantener una base a lo largo de las actividades y que, si algún alumno trabajó con otra, al final contraste los resultados obtenidos.
- Es posible que los estudiantes conozcan otros *hashtags* o *trending topics*. Si es así, se sugiere que, guiados por el profesor, se pregunten si la velocidad con que se viralizaron podría describirse o no por medio de una función exponencial. Conviene aprovechar la aplicación Google Trends para apoyar la discusión sobre el uso de modelos exponenciales para describir el comportamiento de la información en la web, lo rápido que se expande y que permanece en la web, aunque su fama puede ser pasajera.

5. Otra característica que pueden notar es que este modelo exponencial describe un momento acotado del comportamiento del *trending topic*, pues el interés comienza a decaer luego de ese periodo.
6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Construyen modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica.
 - Varían parámetros para ajustar un modelo exponencial o logarítmico según la situación.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para profesores y estudiantes:

- Google Trend
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://trends.google.com/trends/>
- Esclerosis lateral amiotrófica (ELA o ALS por sus siglas en inglés)
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Esclerosis_lateral_amiotr%C3%B3fica
- Desafío del balde de agua fría según la ALS Association
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.alsa.org/fight-als/ice-bucket-challenge.html>
- El desafío del balde de agua fría
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Ice_Bucket_Challenge
- *Trending topic* en Wikipedia
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Trending_topic
- Campañas de marketing exitosas, *Ice Bucket Challenge*
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.cegosonlineuniversity.com/campanas-de-marketing-exitosas-ice-bucket-challenge/>

Actividad de Evaluación

Objetivos de Aprendizaje

OA 3: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

Indicadores de evaluación

- Utilizan modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica, para determinar valores o hacer proyecciones.
- Identifican los intervalos donde el modelo exponencial o logarítmico tiene sentido, según la situación de crecimiento o decrecimiento.
- Varían parámetros para ajustar un modelo exponencial o logarítmico según la situación.
- Construyen modelos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica, para determinar valores o hacer proyecciones.

Duración: 3 horas pedagógicas

A continuación, se incluye algunas actividades que se puede usar como ejemplos de evaluaciones para la unidad 1, cada una por sí misma o en conjunto. Se sugiere delimitar la evaluación según el contexto y el tiempo disponible.

1. La Ley de Tolerancia Cero⁸ entró en vigencia en marzo de 2012, como modificación de la Ley de Tránsito, y bajó los grados de alcohol permitidos en la sangre para conducir, estableciendo el estado de ebriedad en 0,8 gramos por litro de sangre y bajo la influencia del alcohol en 0,3 gramos por litro de sangre.

Aumentaron las sanciones relacionadas con la suspensión de la licencia de conducir, dependiendo de la infracción que se cometa y las consecuencias que ésta tenga: son mucho más estrictas que en la ley anterior.

Por su parte, la Ley Emilia sanciona con cárcel efectiva de al menos 1 año a los conductores en estado de ebriedad que ocasionen lesiones graves, gravísimas o la muerte.



⁸ <https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.conaset.cl/ley-tolerancia-cero/>

La siguiente situación está relacionada con el riesgo (porcentaje) de tener accidentes automovilísticos según la concentración de alcohol en la sangre de una persona.

Se ha establecido que un modelo pertinente para estimar el riesgo es: $R(x) = 5e^{kx}$

En este modelo, la variable x corresponde a la concentración de alcohol en la sangre en $\frac{g}{dL}$ y k es una constante que forma parte del modelo.

De acuerdo con el contexto enunciado anteriormente:

- Si la concentración del alcohol en la sangre es de 0,06 da un riesgo de 10% ($R = 10$) respecto de un accidente, ¿cuál sería el valor de k ? ¿Qué significado tiene la constante k en este modelo matemático?
 - Con el valor de k encontrado anteriormente, ¿cuál sería el riesgo de accidente con una concentración de 0,18?
 - Si la ley señalara que con un 18% de riesgo o más un individuo no debiera manejar, ¿a partir de qué concentración de alcohol en la sangre se establecería esta restricción?
2. Considerando que el modelo pertinente para estimar el riesgo de chocar bajo la influencia del alcohol es $R(x) = 5e^{kx}$:
- Con alguna herramienta digital, haz un gráfico que represente el modelo anterior e identifica para qué valores de x el porcentaje de riesgo de accidente es 100%.
 - A partir del gráfico anterior, responde lo siguiente: ¿Cómo varía el porcentaje de riesgo a medida que aumenta la concentración de alcohol en la sangre? Compara este crecimiento con un crecimiento lineal.
 - ¿Por qué crees que en Chile se estableció *manejar en estado de ebriedad* con 0,8 g/L de sangre y *manejar bajo la influencia del alcohol* con 0,3 g/L de sangre? Compara e interpreta esta información a la luz de lo desarrollado anteriormente, pero con el dato de que la concentración de alcohol en la sangre estuvo en $\frac{g}{dL}$. ¿A cuánto corresponden 0,3 $\frac{g}{L}$ o 0,8 $\frac{g}{L}$ si la unidad es $\frac{g}{dL}$?

3. A partir de la investigación internacional, se ha encontrado un nuevo modelo ajustado que relaciona el porcentaje de riesgo de accidentes y la concentración de alcohol en la sangre, como muestra el siguiente gráfico:



Analiza el gráfico y responde.

- a. Con la información anterior, completa una tabla como la siguiente:

Concentración de alcohol en la sangre (g/dL)	Riesgo (%)
0	
0,05	
0,08	
0,12	
0,21	

Conexión disciplinar:
Ciencias para la Ciudadanía.
 OA c, OA f, 3° y 4° medio

- b. Grafica los valores (pares de puntos) de la tabla, usando algún programa digital que tenga deslizadores, y busca un modelo de la forma $R(x) = A e^{kx}$ que mejor se ajuste a los valores anteriores. Utiliza la herramienta “deslizadores” para explorar los valores de A y k .
- c. Comprueba si la función encontrada en la actividad anterior permite modelar matemáticamente los valores encontrados en el ámbito internacional.

⁹Basada en el estudio *Travelling Speed and the Risk of Crash Involvement*:

https://www.curriculumnacional.cl/link/https://infrastructure.gov.au/roads/safety/publications/1997/pdf/Speed_Risk_1.pdf

- d. Estima el riesgo de accidente para valores de concentración como $0,25 \frac{g}{dL}$ y $0,33 \frac{g}{dL}$. ¿Qué puedes concluir a partir de estos resultados? ¿Qué concentración de alcohol en la sangre implica un riesgo del 100%?
- e. Considerando la respuesta anterior, ¿cómo influye que el modelo matemático aplicado al contexto nacional posea unidad de medida $\frac{g}{L}$ y el que se aplica al contexto internacional posea unidad de medida $\frac{g}{dL}$?
- f. Si tuvieras la responsabilidad de enviar un nuevo proyecto de ley, ¿qué modificaciones introducirías en las sanciones establecidas en la normativa chilena sobre infracciones de tránsito bajo la influencia del alcohol? Justifica tus respuestas a partir de las simulaciones creadas anteriormente.

Gramos de alcohol por litro de sangre	Estado Etílico	Lesión/Daño causado	Reincidencia	Tiempo de suspensión
0,3 - 0,8	Bajo la influencia del alcohol	Sin daños ni lesiones	Primera vez	3 meses
0,3 - 0,8	Bajo la influencia del alcohol	Lesiones gravísimas o muerte	Primera vez	3 - 5 años
0,8 +	Estado de ebriedad	Sin daños ni lesiones	Primera vez	2 años
0,8 +	Estado de ebriedad	Sin daños ni lesiones	Segunda vez	5 años
0,8 +	Estado de ebriedad	Sin daños ni lesiones	Tercera vez	Cancelación
0,8 +	Estado de ebriedad	Lesiones gravísimas o muerte	Primera vez	Inhabilidad de por vida

Fuente imagen: <https://www.curriculumnacional.cl/link/http://manejoestadoebriedad.cl/ley-tolerancia-cero/>

Modificación a las sanciones actuales	Argumentación basada en los modelos matemáticos aplicados

PAUTA DE EVALUACIÓN

Criterios de evaluación	Niveles de logros		
	Completamente logrado	Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se puede entender nada
Describen el significado de las constantes que están involucradas en un modelo dado.			
Calculan valores, basándose en modelos exponenciales o logarítmicos.			
Evalúan situaciones, utilizando modelos exponenciales y cálculos asociados.			
Varían condiciones del modelo para encontrar restricciones de la situación.			
Representan gráficamente un modelo exponencial.			
Describen el comportamiento del modelo, basándose en el contexto de la situación.			
Comparan crecimiento exponencial con crecimiento lineal.			
Comparan información sobre la situación, basándose en la función exponencial y el crecimiento que describe.			
Completan valores de una tabla, extrayendo información de un gráfico de barras.			
Representan valores dados para ajustar a un modelo exponencial.			
Comparan modelos y ajustes de modelos para describir situaciones en diferentes contextos.			

Unidad 3

Unidad 3: Relaciones métricas en geometría

Propósito de la unidad

Los estudiantes resuelven problemas que implican argumentar y aplicar propiedades asociadas a las relaciones métricas en la circunferencia; se pueden apoyar en dibujos o esquemas manuales, y en un software de geometría dinámica. Algunas preguntas que pueden orientar el desarrollo de esta unidad son: ¿Cómo nos ayudan las relaciones geométricas para responder a problemas reales? ¿Cómo ayudan las relaciones geométricas para formular una argumentación?

Objetivos de Aprendizaje

OA 4: Resolver problemas de geometría euclidiana que involucran relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actividad 1: Resolver problemas que involucren la circunferencia y sus elementos

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes argumenten sobre la veracidad o falsedad de conjeturas y resuelvan problemas de geometría asociados a la circunferencia y sus elementos. En particular, se les presenta el teorema de Johnson y pueden usar las herramientas digitales disponibles para aprender y resolver problemas.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4: Resolver problemas de geometría euclidiana que involucran relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actitudes

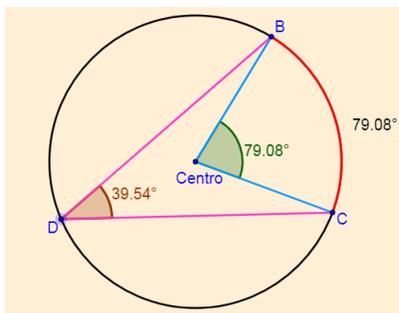
- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.

Duración: 3 horas pedagógicas

DESARROLLO

ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

1. Observa la siguiente imagen y, apoyándote en GeoGebra, responde las siguientes preguntas.



- a. ¿Qué conjetura podrías plantear sobre la medida del ángulo BDC al desplazar el punto D a través de la circunferencia? ¿Cómo podrías argumentarla y validarla matemáticamente?
- b. ¿Qué conjetura podrías plantear sobre la medida del ángulo BDC al desplazar el punto B o C a través de la circunferencia? ¿Utilizaste los mismos argumentos para tu supuesto anterior?

- c. ¿Qué conjetura podrías plantear sobre la relación entre la medida del ángulo BDC y la medida del ángulo BOC? ¿Qué diferencias hay entre las tres conjeturas y sus argumentos?
2. Observa la siguiente imagen y, apoyándote en GeoGebra, responde las siguientes preguntas.

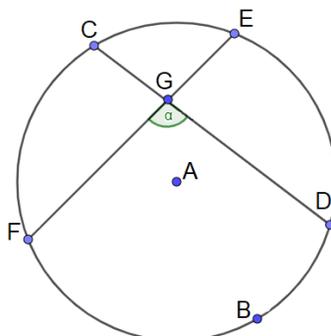
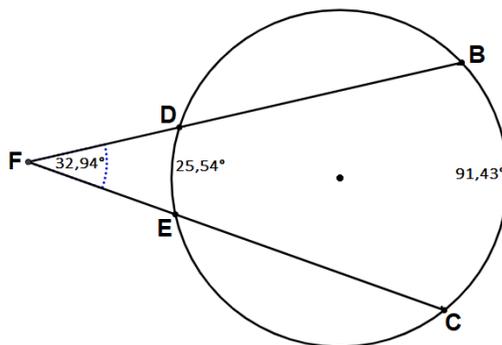


Figura: Imagen de aplicación GeoGebra diseñada para apoyar la actividad.

- a. ¿Qué conjetura podrías plantear sobre la medida del ángulo α y la de los ángulos CGE y DGF?
- b. ¿Se podría afirmar que el doble de la medida del ángulo α es igual a la adición de las medidas de los ángulos CGE y DGF? ¿Qué proposición sustenta tu respuesta?
3. Observa la siguiente imagen y, apoyándote en GeoGebra, plantea conjeturas.



- a. ¿Qué conjetura podrías plantear sobre la medida del ángulo DFE y los arcos de circunferencia DE y BC?
- b. ¿Se podría afirmar que el doble de la medida del ángulo DFE es igual a la adición de las medidas de los arcos de circunferencia DE y BC? ¿Qué proposición sustenta tu respuesta? Explica tu pensamiento y procedimiento a un compañero.

EL TEOREMA DE JOHNSON

Formen grupos y comenten la siguiente información: “La geometría euclidiana está considerada como acabada y se asume que todas las posibles relaciones entre figuras planas y sus elementos ya fueron caracterizadas y sistematizadas hace miles de años por Euclides en su colección de libros *Los elementos*. Pero en 1916, Roger Arthur Johnson (1890-1954) mostró que no era así. Este geómetra estadounidense encontró una relación entre tres circunferencias de igual radio, cuya demostración no se conocía. ¿Será que aún hay relaciones en geometría por descubrir?”.

1. Comenten sobre el enunciado y la conclusión del teorema de Johnson: Dadas tres circunferencias de igual radio, donde todas se intersecan en un mismo punto P, la circunferencia definida por los otros tres puntos de intersección tiene el mismo radio que las anteriores.
2. Observen la siguiente imagen y accedan al archivo GeoGebra, que permitirá manipular las figuras geométricas, conjeturar y responder las interrogantes planteadas.

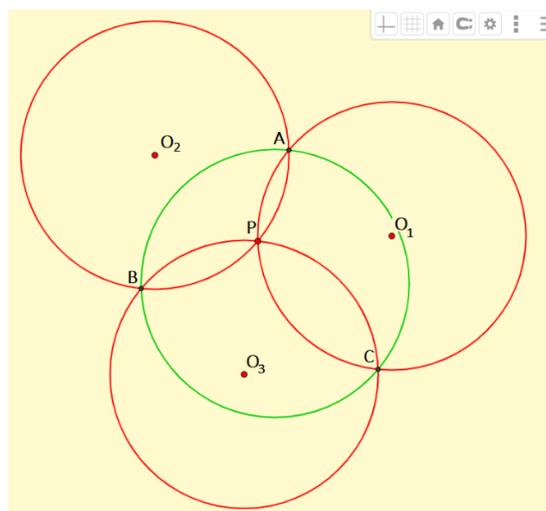


Figura: Esquema del teorema de Johnson.

- a. Las tres circunferencias de color rojo, ¿siempre tienen la misma área? Explica a tu compañero en qué basas tu respuesta.
 - b. ¿Cuántas intersecciones hay entre los tres círculos rojos? ¿Qué características o propiedades pueden señalar de los puntos de intersección A, B y C?
 - c. ¿Qué relación existe entre las tres circunferencias rojas y la verde? Dicha relación geométrica, ¿se cumple siempre? Exploren GeoGebra y justifiquen su respuesta.
 - d. ¿Por qué el círculo verde tiene igual radio que los tres rojos? ¿Cuál es la relación con el teorema de Johnson?
3. Accedan a la siguiente dirección web, donde encontrarán un archivo GeoGebra del teorema de Johnson, y construyan una infografía que permita comprender y explicar la demostración de ese teorema: <https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/JZQUnMx2>

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Algunas preguntas para orientarlos a conjeturar son: ¿Cuál es el tamaño de las circunferencias? ¿Qué elementos identifican? ¿Cuántas intersecciones hay entre dos círculos? Describan con sus palabras la posición de las circunferencias y los elementos que tienen en común.
2. Con el teorema de Johnson, se pretende que los jóvenes exploren la relación entre estas tres circunferencias de igual radio, tanto con regla y compás como con un software de geometría dinámica como GeoGebra. Si no pueden trabajar en el laboratorio de computación, se recomienda usar *datashow* con la aplicación diseñada en GeoGebra para esta actividad y apoyar la exploración que realizan con regla y compás.
3. Antes de presentar el teorema, cabe preguntarles cómo construir tres circunferencias tales que todas tengan igual radio y pasen por un mismo punto P. Hay varias formas de responder esto y dependerá de si el punto P se considera dado o no. Conviene que describan cómo lo hicieron y justifiquen por qué cumple con lo solicitado.
4. Para construir la circunferencia que pasa por los puntos A, B y C, posiblemente intenten usar el punto como centro. Cuando vean que no pueden, se debe discutir sobre cómo armar un círculo a partir de sólo tres puntos.
5. Una circunferencia clave para caracterizar esta relación es la que pasa por los centros de las tres iniciales, pues permitirá demostrar el teorema. Es importante que identifiquen por sí mismos que esta circunferencia de centro P tiene igual radio que las otra tres y justifiquen por qué.
6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Explican las relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia, utilizando dibujos, esquemas o proposiciones.
 - Justifican el uso de propiedades sobre ángulos, arcos o cuerdas al resolver un problema.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- Johnson circles
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://en.wikipedia.org/wiki/Johnson_circles
- Roger Arthur Johnson
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://faculty.evansville.edu/ck6/bstud/johnson.html>
- Teorema de Johnson en GeoGebra
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/JZQUnMx2>

Actividad 2: El Principito y el modelo del huso horario

PROPÓSITO

Esta actividad está inspirada en un fragmento de la obra literaria *El Principito*, en la cual se relata que, en un día, el joven protagonista vio 43 atardeceres en su planeta. Aplicando el modelo del huso horario, los alumnos deben resolver problemas que involucran relaciones métricas entre un arco de circunferencia, el ángulo que subtiende y el radio de la circunferencia a la que pertenece. Se espera que reconozcan el modelo de husos horarios, que organiza el tiempo de la Tierra en 24 partes.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4: Resolver problemas de geometría euclidiana que involucran relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

Actitudes

- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

EL PRINCIPITO Y EL PLANETA IMAGINARIO DESDE EL MODELO DEL HUSO HORARIO

El Principito es un cuento poético del escritor y aviador francés Antoine de Saint-Exupéry (1900-1944). Esta situación está inspirada en el siguiente fragmento del cuento (p. 26):

“¡Ah, mi pequeño amigo, cómo he ido comprendiendo lentamente tu vida melancólica! Durante mucho tiempo, tu única distracción fue observar la dulzura de los atardeceres. Esto lo supe al cuarto día cuando me dijiste:

– Me gustan mucho las puestas de sol. Vamos a ver una.

– Hay que esperar...

– ¿Esperar qué?

– Que el sol se ponga.

Primero te sorprendiste; después te reíste de ti mismo. Y dijiste:

– ¡Siempre creo que estoy en mi tierra!

Conexión
interdisciplinaria:
Lengua y Literatura
OA 1,
3° medio

Aquí, todos sabemos que cuando es mediodía en Estados Unidos, en Francia se está poniendo el sol. Sería necesario trasladarse a Francia en un minuto para verlo, pero desgraciadamente, Francia está lejos. En cambio, en tu pequeño planeta bastaba arrastrar la silla un poco para observar una maravillosa puesta de sol cada vez que lo deseabas...

– ¡Un día vi ponerse el sol cuarenta y tres veces!”.



Fig. 1: Ilustración original de Antoine de Saint-Exupéry.

1. El huso horario es un modelo en que se considera una simplificación de la Tierra como una esfera perfecta. Para facilitar la división internacional de la hora, se ha dividido a la Tierra en 24 franjas correspondientes a una hora del día cada una. Una franja toma el nombre de “huso horario”. El primer huso es el que contiene el meridiano de Greenwich.

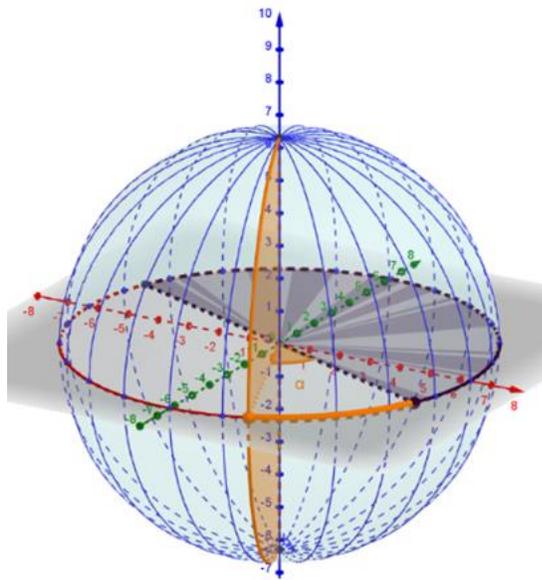


Fig. Representación del huso horario.

Si bien el huso horario es un modelo de 3 dimensiones, podemos estudiar sus principales características considerando la circunferencia mayor de la esfera. Ella está dividida en 24 husos, a partir de la división de los 360° por 24; por lo tanto, cada huso está definido por el ángulo central de 15° .

- a. La Tierra tiene un radio aproximado de 6 370 km, el de Mercurio es de 2 440 km y el de Júpiter, de 69 900 km. Si aplicáramos el mismo modelo de 24 husos horarios en los tres planetas, ¿cuál sería la medida del arco de un huso, considerando la circunferencia mayor de cada planeta?

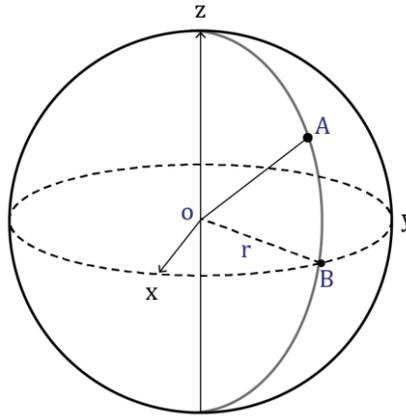
- b. ¿Se puede aplicar este mismo modelo de 24 husos en los tres planetas?
- c. En cada uno de esos planetas, ¿cada huso corresponderá a una hora del día?
- d. Sabiendo que el periodo de rotación de Mercurio es de 58 días y el de Júpiter de 0,4 días, aproximadamente, ¿cuál será la duración temporal de cada huso?

LOS ATARDECERES DEL PRINCIPITO

1. En grupo de 3 o 4 integrantes, creen un modelo de circunferencia para el huso horario que permita definir las características del planeta del Principito.
 - a. ¿Cómo sería un planeta donde se puede ver tantos atardeceres o tantos amaneceres como se quiera?
 - b. ¿Cómo sería el radio de ese planeta en comparación con el de la Tierra?
 - c. ¿Qué se puede decir de su velocidad de giro?
 - d. Cuando el texto señala “en un día vio 43 atardeceres”, ¿qué significa un día? ¿Qué tan rápido girará el planeta del Principito?
 - e. ¿Es posible ver 43 atardeceres en un día aquí en la Tierra?
 - f. ¿Cuántos kilómetros se debería recorrer en una hora para ver varios atardeceres? ¿Es posible?
 - g. ¿Qué pasa si se cambia la velocidad de giro de la Tierra?
 - h. ¿Qué tan lento debe ser el periodo de rotación de un planeta como la Tierra, para poder caminar a ver otro atardecer? ¿Es posible?
 - i. ¿Qué efectos tendría esto sobre la superficie de la Tierra?
2. Considerando las características del planeta del Principito:
 - a. Justifiquen la veracidad o falsedad de la siguiente conjetura: “Si un atardecer se ve en el ángulo 210° , es de noche en el ángulo 225° ”.
 - b. Expliquen si esto es posible en el planeta Tierra o en el planeta del Principito.
 - c. Considerando que el Principito logró ver en un día 43 atardeceres, ¿cuántas horas tardó en girar su planeta? ¿Cuántos grados recorre en cada hora?
 - d. ¿Sólo se puede realizar la división de un día en 24 horas? Justifiquen.

EL RADIO Y EL DIÁMETRO DEL PLANETA DEL PRINCIPITO

Supongamos que el Principito se desplaza en su planeta 35 metros del punto A al punto B, ambos situados sobre el mismo meridiano y cuyo ángulo AOB es 40° . Con estas condiciones, ¿cuál podría ser el radio del planeta del Principito? ¿Y su diámetro?



ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Puesto que las actividades están inspiradas en *El Principito*, se podría estudiar diferentes aspectos de la obra con el profesor de Lenguaje.
2. También puede ser un punto de partida para convertir la matemática en un medio de inspiración para crear cuentos; por ejemplo: imaginar otros planetas, con días más largos, más cortos, con otras medidas del tiempo.
3. Otro punto interesante es el huso horario como un elemento característico de la organización temporal en nuestro planeta, que no es tan ordenada como en el modelo teórico, pues el horario se mantiene en algunos países, aunque se tenga distintos husos horarios. Se puede discutir este tema junto con el profesor de Historia, Geografía y Ciencias Sociales; asimismo, puede ampliarse para que reflexionen sobre la noción de tiempo en otras épocas o culturas; por ejemplo: ¿qué relojes entrega la hora más exacta: los actuales o los antiguos relojes solares?
4. Si es posible, utilice la aplicación GeoGebra, así los alumnos pueden observar la relación entre los arcos de la circunferencia mayor de una esfera y los husos horarios. También pueden explorar una esfera con diferentes radios para percibir que la superficie que abarca un huso es un factor determinante en el desarrollo de los problemas.
5. Cabe notar que es posible ver infinitos atardeceres y que depende de la posición y de la velocidad de movimiento en la que se pueda ir avanzando a medida que se esconde el Sol. También se debe tener en cuenta si en el recorrido se debe cruzar el mar y si se puede ir viendo estos infinitos atardeceres sobre un avión.

6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Utilizan relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia para determinar medidas de objetos geométricos.
 - Justifican el uso de propiedades sobre ángulos, arcos o cuerdas para resolver un problema.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- Datos de los planetas del sistema solar en Wikipedia
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Datos_de_los_planetas_del_sistema_solar
- Huso horario
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Huso_horario
- Ilustración de El Principito:
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.edition-originale.com/en/literature/first-and-precious-books/saint-exupery-le-petit-prince-1943-53337>

Actividad 3: Relaciones métricas en la circunferencia

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes resuelvan problemas que involucren relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia –por ejemplo: determinar las relaciones que se producen a partir de la intersección de dos cuerdas al interior de una circunferencia, o interceptar una circunferencia y dos secantes que se cortan en un punto exterior a ella– y que puedan aplicar estos conocimientos para resolver problemas en contexto.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4: Resolver problemas de geometría euclidiana que involucren relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

Actitudes

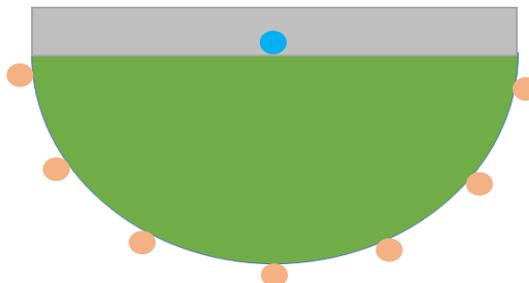
- Pensar con flexibilidad para reelaborar las propias ideas, puntos de vista y creencias.

Duración: 6 horas pedagógicas

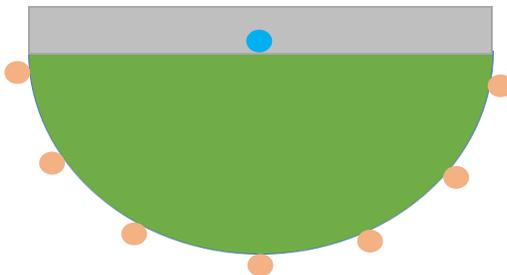
DESARROLLO

ANFITEATROS DE LA ANTIGÜEDAD

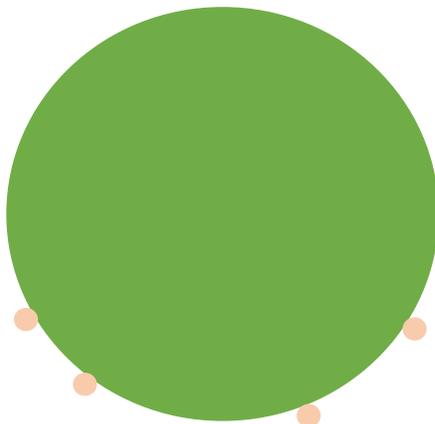
1. La imagen muestra un anfiteatro de la antigüedad.
 - a. Identifica y describe la forma del escenario y la tribuna para el público.
 - b. Conjetura si el área verde tenía un uso o no.
 - c. El siguiente modelo plano del anfiteatro tiene la forma de un semicírculo. Un actor representado en el centro del escenario con una ficha azul tiene una relación geométrica especial con todos los espectadores, marcados en naranja. Describe esta relación geométrica.



- d. Determina gráficamente bajo cuál ángulo todos los espectadores en naranja pueden ver el ancho total del escenario; considera solo el borde, no la profundidad del escenario.



- e. ¿Cómo se podría representar simbólicamente el resultado como caso especial de relaciones métricas entre cuerdas, ángulos centrales e inscritos en un círculo? Considera que el actor tiene un ángulo de 180° .
- f. El diseñador de escenarios quiere que todos los espectadores puedan ver el ancho del escenario bajo el mismo ángulo de 60° . Modela la situación gráficamente en forma aproximada.



DISEÑO CON RECTAS Y CIRCUNFERENCIAS

El uso de patrones de diseños circulares y formas concéntricas y simétricas es frecuente en la industria textil, tanto en vestuario como en textiles de hogar, y permite maravillosos resultados con diversas estructuras.

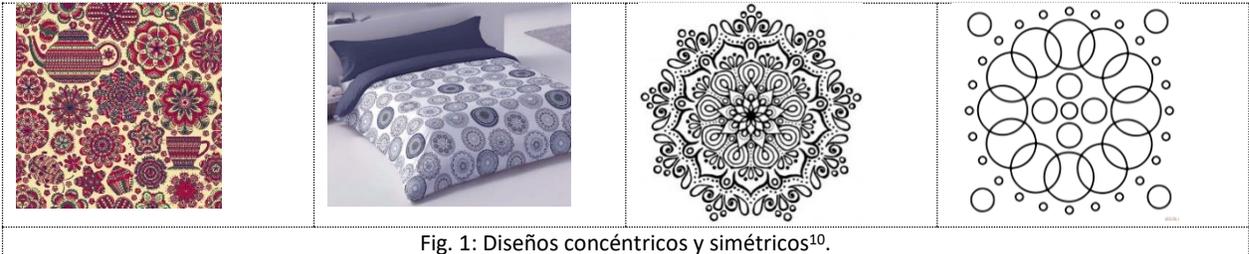


Fig. 1: Diseños concéntricos y simétricos¹⁰.

2. A partir de la última figura, ¿cómo se puede construir el diseño geoméricamente? Observa la siguiente construcción:

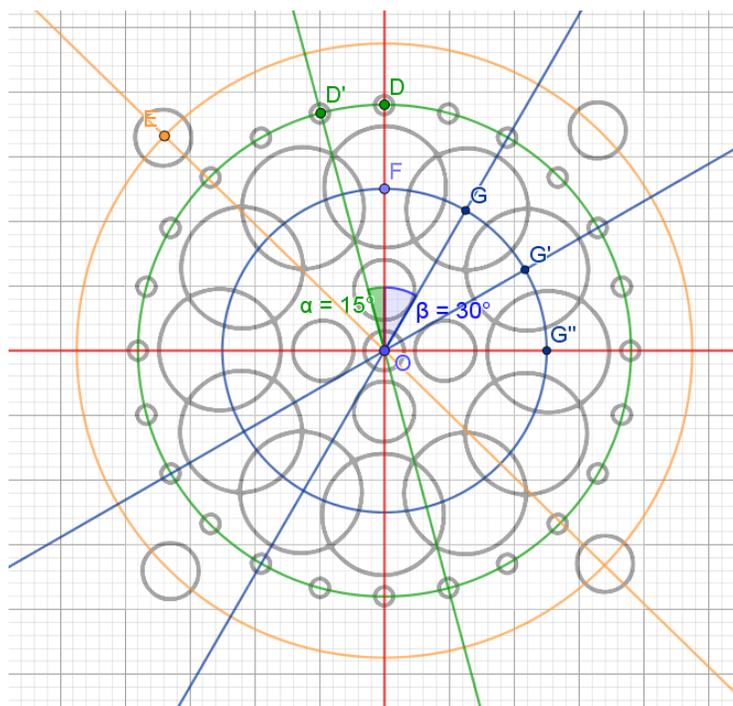


Fig. 2: Ángulo de rotación para formas concéntricas.

¹⁰Imagen 1: <https://www.curriculumnacional.cl/link/https://thumbs.dreamstime.com/b/fondo-rom%C3%A1ntico-incons%C3%BAtil-con-la-tetera-taza-molletes-flores-dise%C3%B1o-de-la-cortina-o-del-mantel-71858533.jpg>

Imagen 2: https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.diezdiez.es/3569-thickbox_default/funda-nordica-mandala-gris.jpg

Imagen 3: <https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.somosmamas.com.ar/wp-content/uploads/2017/12/mandala-formas.jpg>

Imagen 4:

https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.supercoloring.com/sites/default/files/styles/coloring_full/public/cif/2015/03/circle-mandala-coloring-pages.png

- a. ¿Cuántos tipos de circunferencia constituyen el patrón de la figura? ¿Cómo puedes estar seguro de que esa cantidad es correcta?
 - b. Además de las circunferencias, ¿qué otros objetos geométricos son necesarios?
 - c. ¿Cómo se genera la figura final, a partir de un cuarto de la figura?
3. Piensa en otros diseños que involucren rectas y circunferencias.
- a. Elabora tu propio diseño con un programa de geometría dinámica. Busca en la web los que sean de acceso libre y elige uno diferente al que hayas utilizado hasta ahora.
 - b. Describe las propiedades y movimientos que hiciste para tu diseño. ¿Solo usaste circunferencias?
 - c. ¿Qué diferencia tu diseño de otros de tu clase?

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. El ángulo entre espectadores y actor es de 90° sin considerar la profundidad. Se sugiere discutir con los estudiantes por qué los espectadores de las esquinas no ven bien todo el escenario y relacionarlo con su borde, haciéndoles notar que hay una semicircunferencia, que el borde corresponde al diámetro y que además el escenario tiene una profundidad.
2. En el ejercicio de los patrones textiles, considere que las circunferencias ubicadas a la misma distancia del centro mantienen una distancia constante entre una y otra, o bien sus centros son equidistantes. Para visualizar la repetición de patrones, es suficiente dividir 360° por la cantidad de esas circunferencias.
3. Es importante visualizar los ángulos congruentes, ya que subtienden el mismo arco. Además, si se trata de dos ángulos opuestos por el vértice, también son congruentes. Otra relación que se puede establecer es aquella entre un ángulo del centro y un ángulo inscrito cuando subtienden al mismo arco. Finalmente, es clave establecer la semejanza entre triángulos.
4. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Utilizan relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia para determinar medidas de objetos geométricos.
 - Explican las relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia, utilizando dibujos, esquemas o proposiciones.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios sugeridos para estudiantes y profesores:

- La geometría y el diseño de modas
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.goconqr.com/p/7158796-la-geometr-a-y-el-dise-o-de-modas-slide_sets
- La geometría en el diseño
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://issuu.com/inves/docs/la_geometr__a_en_el_di_se__o-caridad
- Módulos y estructura, creaciones amplias a partir de un módulo
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.slideshare.net/kuitlahuac/modulo-fundamentos-del-diseo>
- ¿Cómo lograr simetría en los patrones circulares para que las formas se encuentren bien distribuidas?
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.123rf.com/photo_667337_r%C3%A1fagas-y-dise%C3%B1os-circulares-estrellas-2-.html
- Elementos del círculo y la circunferencia
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/elementos-circulo/>
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/yAJFB5Zr>

Actividad 4: Aplicaciones de las relaciones métricas en la circunferencia

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes resuelvan problemas que involucren relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia; por ejemplo: determinar las relaciones que se producen a partir de la intersección de dos cuerdas al interior de una circunferencia, interceptar una circunferencia y dos secantes que se cortan en un punto exterior a ella.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4: Resolver problemas de geometría euclidiana que involucren relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

Actitudes

- Pensar con flexibilidad para reelaborar las propias ideas, puntos de vista y creencias.

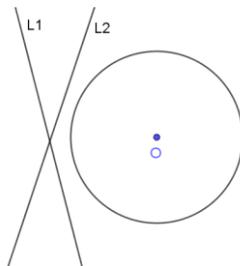
Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

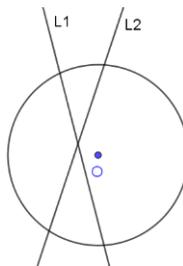
¿QUÉ RELACIONES SE PUEDE ESTABLECER?

- Observa las tres situaciones siguientes.
 - ¿Qué relaciones se producen al intersectar dos rectas y una circunferencia?

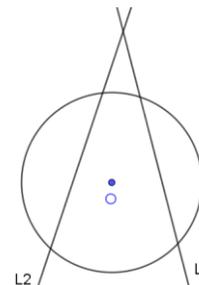
Situación 1



Situación 2



Situación 3



Posición relativa entre una circunferencia y dos rectas que se cortan.

- ¿Existen otras situaciones posibles? Argumenta.
- Considera ahora las situaciones 2 y 3:

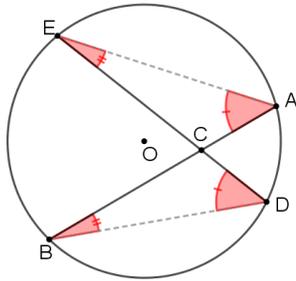


Fig. 4: Situación 2

i. ¿Qué relaciones se puede establecer? Presta atención a los ángulos y triángulos que se forman. Argumenta.

- $\angle DEA$ y $\angle DBA$
- $\angle EAB$ y $\angle EDB$
- $\angle EAB$, $\angle EDB$ y $\angle EOB$
- $\triangle CAE$ y $\triangle CDB$

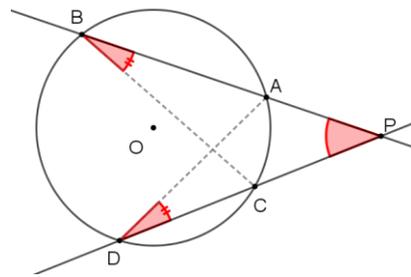


Fig. 5: Situación 3

ii. ¿Qué relaciones se puede establecer? Presta atención a los ángulos y triángulos que se forman. Argumenta.

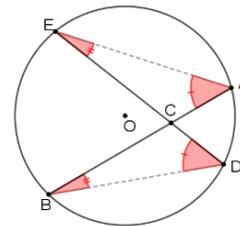
- $\angle CBA$ y $\angle CDA$
- $\angle CBA$, $\angle CDA$ y $\angle COA$
- $\triangle ADP$ y $\triangle CBP$

d. De acuerdo a las situaciones anteriores, ¿en qué caso la semejanza de triángulos se transforma en una congruencia de triángulos?

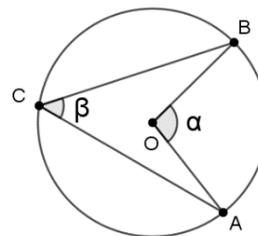
ÁNGULOS Y RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA

1. Responde las siguientes preguntas:

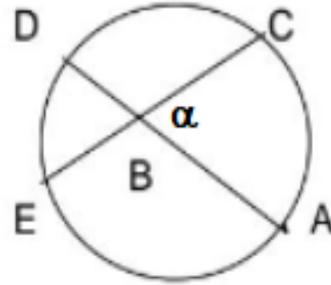
a. ¿Cuánto mide el ángulo $\angle ACE$ en la figura si $\angle AEC = 15^\circ$ y $\angle BDC = 30^\circ$?



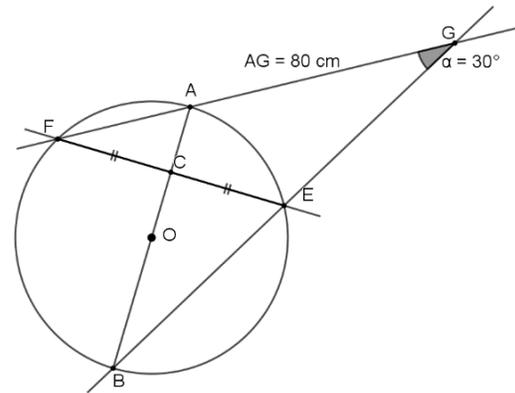
b. ¿Cómo se justifica que la medida del ángulo del centro es igual al doble de la medida del ángulo semiinscrita?



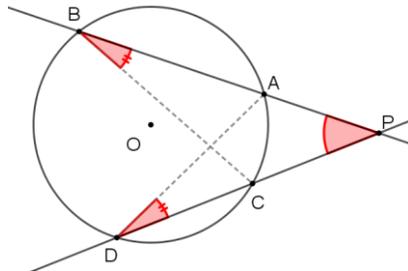
- c. Demostrar que la medida de un ángulo interior en una circunferencia es igual a la semisuma de las medidas angulares de los arcos que se subtienden.



- d. Demostrar otras relaciones que se pueda encontrar, como el caso de los segmentos FE, EG y EB: para que esos tres segmentos sean congruentes, es necesario que los segmentos AF y AC estén en razón 2:1.

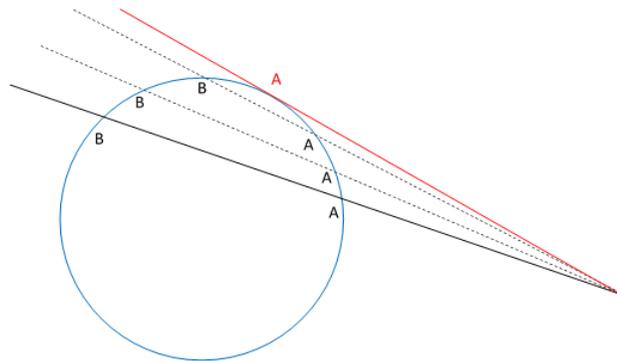


2. Observa la siguiente imagen.

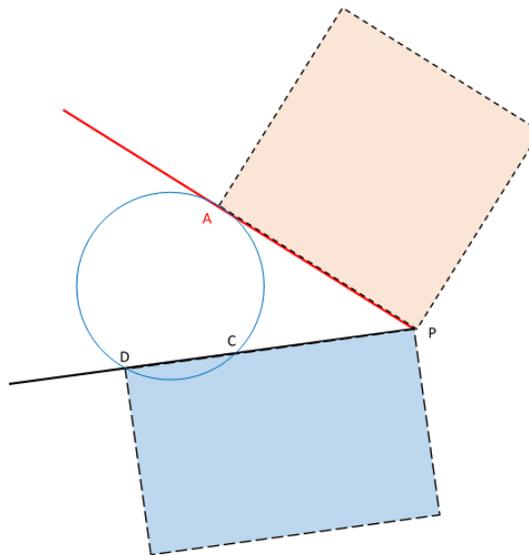


- Explica a tu compañero la semejanza entre los triángulos $\triangle ADP$ y $\triangle CBP$.
- ¿Se puede establecer una relación métrica en la misma secante entre los segmentos \overline{PA} y \overline{PB} y los segmentos de la otra secante \overline{PC} y \overline{PD} ? Muestra a tu compañero, con medidas dadas para las secantes, que esto se cumple.
- $\triangle ADP \approx \triangle CBP$ significa que las razones entre lados del triángulo $\triangle ADP$ coinciden con las razones de los lados correspondientes del triángulo $\triangle CBP$. Explica a tu compañero las razones $\frac{\overline{PD}}{\overline{PA}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{PC}}$.
- ¿Cómo se obtiene la siguiente ecuación: $\overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PB} \cdot \overline{PA}$?

3. Observa la siguiente figura junto a tu compañero y nombren los elementos que ahí aparecen.



- Si es posible, trabajen con alguna herramienta digital.
 - Conjeturen qué ocurre con la ecuación $\overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PB} \cdot \overline{PA}$ si la secante PB se aproxima a la tangente a la circunferencia dada.
 - ¿Qué ocurre con los puntos de intersección A y B ?
 - ¿En qué expresión algebraica se convierte el producto de los segmentos $\overline{PB} \cdot \overline{PA}$?
4. Observa ahora la siguiente figura.



- Si es posible, reproducéla de forma digital.
- ¿Cómo se puede interpretar geoméricamente el producto de los segmentos $\overline{PD} \cdot \overline{PC}$?
Discute con tu compañero de trabajo sobre las respuestas.
- ¿A qué corresponden las figuras sobre la secante PC y sobre la tangente PA ?

5. Se quiere transformar un molde rectangular de $20\text{cm} \times 30\text{cm}$ de hornear pizzetas rectangulares, en su nueva forma cuadrática que tenga la misma masa y el mismo grosor.
- Resuelvan el problema en cartulina o papel y en las dimensiones dadas sin cálculo alguno
 - Resuelvan el problema de forma geométrica.
 - ¿Qué resulta más rápido?
 - ¿Qué estrategias con papel son transferibles al cálculo geométrico?



6. Aplicando los resultados que encontraron antes, elabora una estrategia para dibujar un segmento, cuyo largo representa la raíz cuadrada de un número natural, cuya raíz no es exacta.
- Describe y argumenta el procedimiento.
 - Realiza el procedimiento para $\sqrt{24}$.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se sugiere destacar las diferentes alternativas que se puede obtener entre dos rectas que se cortan y una circunferencia. Esto es importante para que luego deduzcan relaciones métricas y angulares, a partir de la semejanza de triángulos. Los jóvenes pueden indagar acerca de otras posibilidades; por ejemplo, cuando el punto de intersección de las rectas está en la propia circunferencia, o bien cuando coincide con el centro de ella.
2. Cabe recomendarles que, para hacer sus esquemas y propuestas, usen herramientas manuales, como regla, transportados y compás, y también herramientas digitales.
3. No se pretende que apliquen de memoria las propiedades métricas; hay que incentivarlos para que las entiendan y las deduzcan a partir de la semejanza de triángulos y de ángulos congruentes que subtenden el mismo arco:

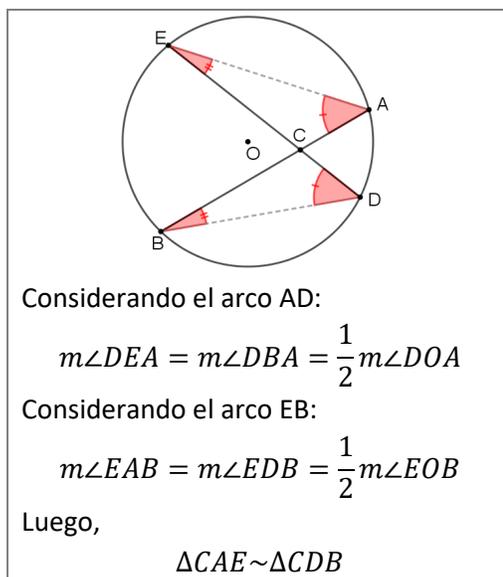


Fig. Propiedades métricas cuando las rectas se intersecan al interior de la circunferencia.

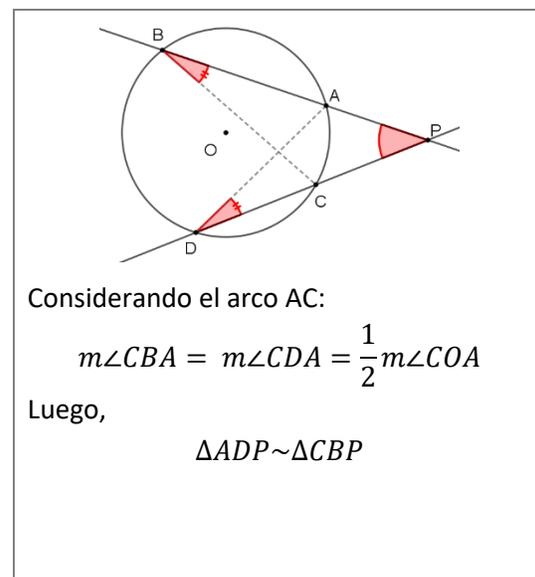


Fig. Propiedades métricas cuando las rectas se intersecan al exterior de la circunferencia.

4. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Utilizan relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia para determinar medidas de objetos geométricos.
 - Justifican el uso de propiedades sobre ángulos, arcos o cuerdas para resolver un problema.
 - Explican las relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia, utilizando dibujos, esquemas o proposiciones.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios sugeridos para estudiantes y profesores:

- Elementos del círculo y la circunferencia
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/elementos-circulo/>
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/yAJFB5Zr>
- Ángulos en la circunferencia
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.slideshare.net/karina7060/angulos-de-la-circunferencia>
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/basica/angulos-en-la-circunferencia.html>
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.portaleducativo.net/octavo-basico/758/angulos-de-la-circunferencia>

Actividad de Evaluación

Objetivos de Aprendizaje

OA 4: Resolver problemas de geometría euclidiana que involucran relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA d. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

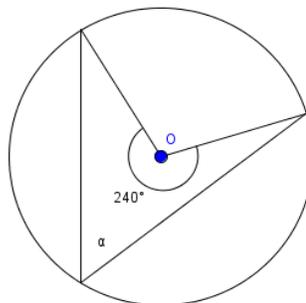
Indicadores de evaluación

- Utilizan relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia para determinar medidas de objetos geométricos.
- Justifican el uso de propiedades sobre ángulos, arcos o cuerdas para resolver un problema.
- Explican las relaciones métricas entre ángulos, arcos o cuerdas en la circunferencia, utilizando dibujos, esquemas o proposiciones.

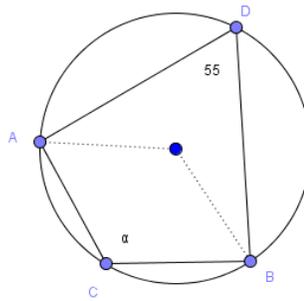
Duración: 3 horas pedagógicas

Se puede usar las siguientes actividades como ejemplos de evaluaciones para la unidad 3, cada una por sí misma o en conjunto. Se sugiere delimitar la evaluación según el contexto y el tiempo disponible.

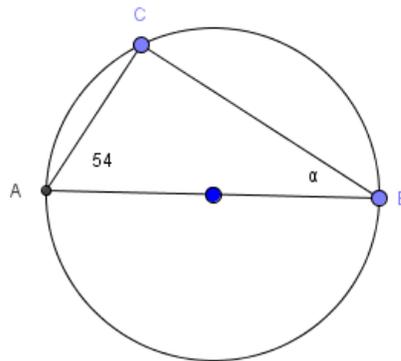
1. En cada uno de los casos que se presentan a continuación, calcula los ángulos (α o β) e indica la relación o relaciones que utilizaste.
 - a. Determina la medida del ángulo α y describe las relaciones utilizadas.



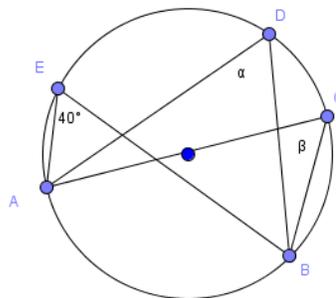
- b. Determina la medida del ángulo α y describe las relaciones utilizadas.



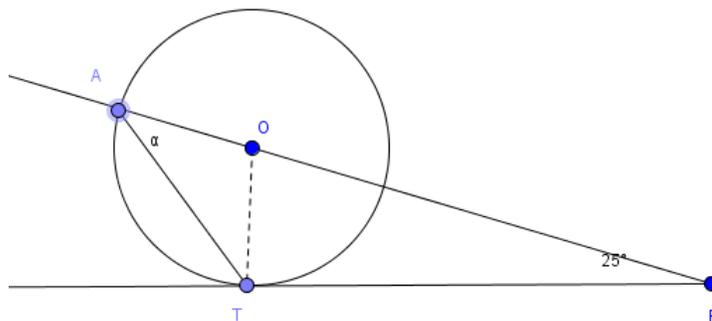
- c. Determina la medida del ángulo α y describe las relaciones utilizadas.



- d. Determina la medida de los ángulos α y β y describe las relaciones utilizadas.



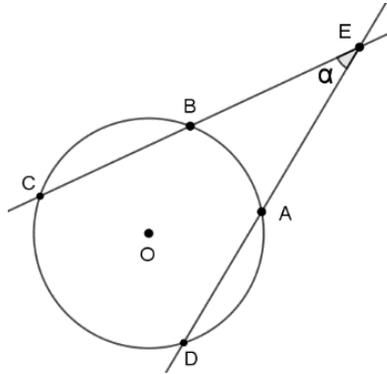
- e. Determina la medida del ángulo α y describe las relaciones utilizadas.



PT tangente a la circunferencia en T

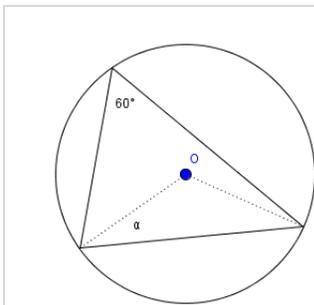
2. Dada la siguiente proposición y el dibujo:

“La medida de un ángulo exterior en una circunferencia es igual a la semidiferencia de las medidas angulares de los arcos que se subtienden”.



- Relaciona el dibujo con la proposición.
- Anota la misma proposición de forma simbólica y según los datos del dibujo.
- Entrega un ejemplo numérico donde se cumpla la proposición.
- ¿Qué condición inicial se debe romper para que la proposición no se cumpla?
- Demuestra que esta proposición se cumple siempre.

3. Apoyándote en algún programa de geometría dinámica, argumenta la veracidad o falsedad de las siguientes conjeturas:



- “Siempre la medida del ángulo α es menor a 90° ”.
- “Si la medida del ángulo que mide 60° se duplica, el ángulo disminuye a la mitad”.
- “Cuando el ángulo α es igual a 90° , se forma un triángulo recto”.
- ¿Qué relaciones métricas permiten conocer la medida de cualquier ángulo α inscrito en una circunferencia?

4. ¿Qué tamaño tiene la esfera semisumergida?

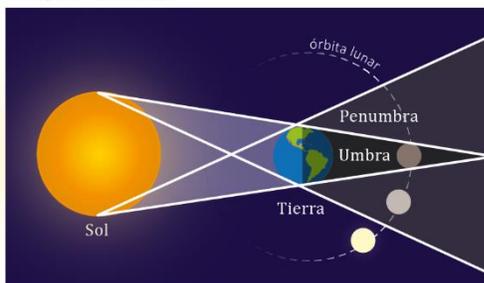
En Costa Rica descubrieron unas piedras de forma esférica que datan de 3 000 años y cuya masa alcanza las 16 toneladas. Las antiguas leyendas decían que en su interior había piedras preciosas y oro, por lo que mucha gente se dedicó a buscarlas y destruirlas sin hallar tesoro alguno en su interior.



Si una de esas piedras está enterrada en la arena, se sabe que el diámetro que se forma en el agua en la línea de flotación mide unos 80 cm y la piedra emerge aproximadamente 50 cm fuera del agua, ¿qué medida tendría la piedra con forma de esfera?

5. La figura a continuación muestra, sin mantener la escala, la sombra que proyecta la Tierra al obstruir los rayos del Sol. Se puede distinguir dos zonas de sombra: la penumbra y la umbra. En esta oportunidad nos referimos al cono de sombra más intensa, la umbra. Si la Luna pasa por esas zonas, se puede observar eclipses de Luna.

Eclipse de Luna



Las zonas de umbra y penumbra

- Obtengan información acerca de los fenómenos de eclipse de Luna y de Sol, del radio del Sol, la Tierra y la Luna, y de las distancias Sol-Tierra y Tierra-Luna.
- ¿Qué dimensiones puede alcanzar el cono de sombra de la Tierra?

Radio del Sol:	Distancia entre el centro de la Tierra (T) y el vértice del cono de sombra (P): TP = _____
Radio de la Tierra:	
Distancia entre el centro del Sol y el centro de la Tierra:	

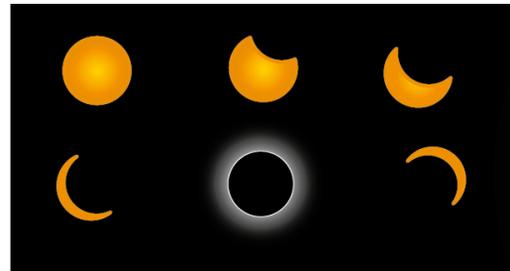
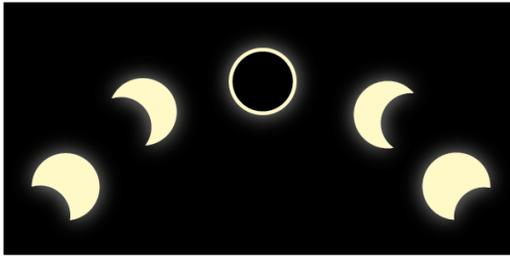
- ¿Cómo se explica la existencia de las zonas de sombra umbra y penumbra?

6. Realicen un modelo en GeoGebra para estudiar las diferentes posiciones relativas de los tres cuerpos. Lo pueden utilizar al exponer y explicar sus hallazgos.
- ¿En qué condiciones se produce un eclipse de Luna?
 - ¿En qué posiciones relativas se produce un eclipse de Sol?

- c. ¿Cuándo es total el eclipse y cuándo es parcial?
- d. Hagan diagramas de las situaciones que encontraron y expliquen las condiciones para que se produzca un eclipse de Luna.



- e. ¿Cómo se explica las diferentes formas que se observa durante algunos eclipses?



PAUTA DE EVALUACIÓN

Criterios de evaluación	Niveles de logros		
	Completamente logrado	Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se puede entender en absoluto
Calculan ángulos, utilizando relaciones métricas.			
Describen relaciones métricas.			
Evalúan proposiciones sobre relaciones métricas.			
Organizan y relacionan proposiciones para concluir sobre una proposición nueva.			
Determinan características de objetos esféricos, utilizando relaciones métricas.			
Determinan características de fenómenos asociados a objetos circulares.			
Representan modelos asociados a figuras circulares y rectas tangentes.			

Unidad 4

Unidad 4: Necesidad y aplicación de los números complejos

Propósito de la unidad

Se espera que los estudiantes apliquen la adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos, el concepto de conjugado y módulo de un número complejo desde un punto de vista analítico y geométrico, y que comprendan que estos números les permiten resolver problemas que no tienen solución en los números reales. Asimismo, se busca que los puedan relacionar con circuitos de corriente alterna y efectúen el cálculo de impedancias mediante vectores que tienen componentes reales e imaginarias. Algunas preguntas que pueden orientar el desarrollo de esta Unidad son: ¿cómo se encuentran y representan los números complejos en la matemática? ¿se usa los números complejos en la realidad?

Objetivos de Aprendizaje

OA 1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.

Actividad 1: Resolver ecuaciones que no tienen solución en los números reales

PROPÓSITO

Los estudiantes dan sentido a la abstracción de la matemática, sin dejar de lado el componente de la aplicabilidad. Se apoyan en sus compañeros y trabajan juntos en la solución de ecuaciones. Comprenden que se considera números a las raíces negativas e imaginarias de una ecuación, y que no representan cantidades, sino más bien movimientos o ubicaciones en el plano. Emplean representaciones manuales o digitales para dar sentido a -1 y $\sqrt{-1}$. También se presenta una de las aplicabilidades más conocidas de los números complejos, relacionada con los circuitos eléctricos.

Objetivos de Aprendizaje

OA 1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

OA g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.

Actitudes

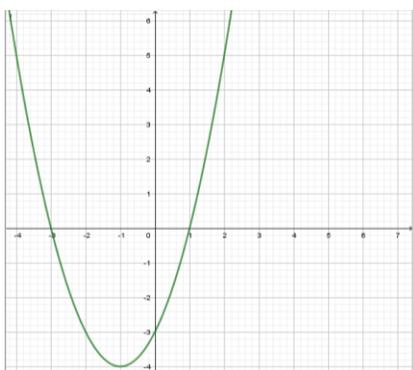
Trabajar colaborativamente en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

ECUACIONES CUADRÁTICAS Y SU GRÁFICO

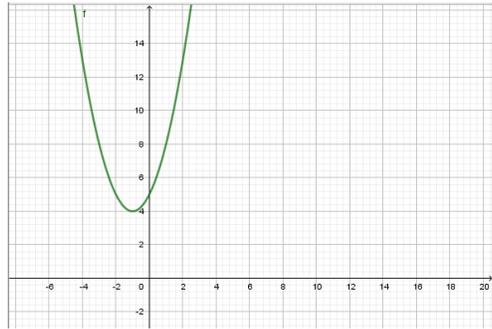
1. Observen el gráfico que corresponde a la ecuación $x^2 + 2x - 3 = 0$:



- ¿Cuál es la relación entre la expresión $(x + 3)(x - 1) = 0$ y el gráfico?
- ¿Qué entienden por “los ceros del gráfico”?

- c. Si pueden, usen alguna herramienta digital para hacer el gráfico de la función cuadrática.

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$



- d. ¿Cuál es la diferencia entre la representación gráfica de la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2x - 3$ y la función cuadrática $f(x) = x^2 + 2x + 5$ respecto de la intersección del eje X ?
- e. ¿Qué tipo de soluciones se obtiene de la ecuación cuadrática $x^2 + 2x + 5 = 0$?
- f. ¿Es correcto decir que las soluciones de la ecuación cuadrática $x^2 + 2x + 5 = 0$ son $x_1 = \frac{-2 + \sqrt{-16}}{2}$ y $x_2 = \frac{-2 - \sqrt{-16}}{2}$?
- g. Si todas las raíces de una función cuadrática son números imaginarios, ¿qué conjetura se podría plantear respecto de la gráfica de esa función? Justifiquen la respuesta, analizando el valor $d = b^2 - 4ac$ y el desplazamiento de la gráfica.

NÚMEROS COMPLEJOS Y EL PLANO DE ARGAND-GAUSS

1. Representen las raíces de la ecuación cuadrática $x^2 + 2x + 5 = 0$ en forma vectorial en el plano complejo:

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{-16}}{2} = -1 + 2\sqrt{-1} \quad x_2 = \frac{-2 - \sqrt{-16}}{2} = -1 - 2\sqrt{-1}$$

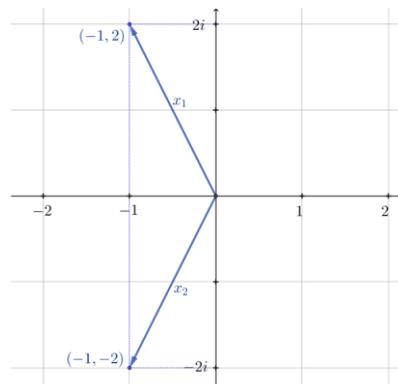


Fig. 4: Representación vectorial de las soluciones complejas de la ecuación cuadrática $x^2 + 2x + 5 = 0$.

2. Identifiquen los números imaginarios que muestra la imagen y representen los vectores correspondientes a cada uno de ellos.

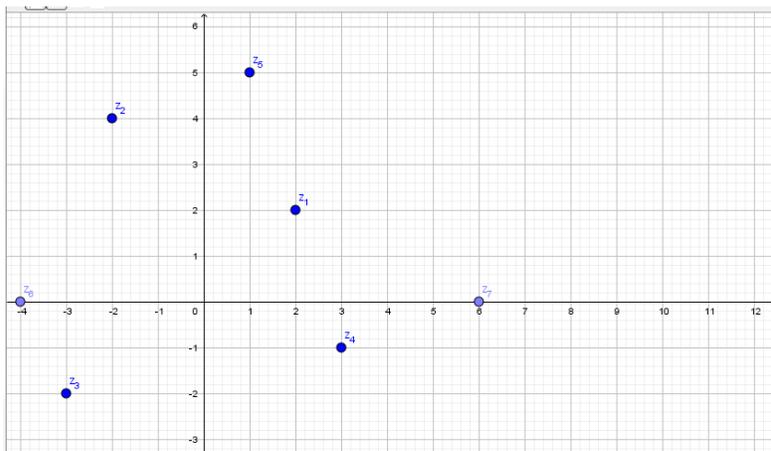


Fig. 4: Gráfica GeoGebra: números imaginarios en el plano complejo.

3. Completen la siguiente tabla y respondan:

Ecuación	Valor de $b^2 - 4ac$	Soluciones	Las soluciones, ¿son reales o imaginarias?
$x^2 - 9 = 0$			
$x^2 + 4 = 0$			
$x^2 + x + 1 = 0$			
$x^2 + 6x - 27 = 0$			
$x^2 - \frac{81}{25} = 0$			

- ¿Qué pueden concluir de las soluciones cuando $b^2 - 4ac > 0$, cuando $b^2 - 4ac = 0$ y cuando $b^2 - 4ac < 0$, respectivamente?
 - Representen gráficamente cada ecuación y respondan: ¿Qué diferencia hay entre las representaciones gráficas de las soluciones de las ecuaciones de la tabla?
4. Si x_1 y x_2 son las soluciones de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, escriban la ecuación cuadrática cuyas soluciones son:
- i y $-i$
 - $1 + 2i$ y $2 - 3i$
 - -5 y 7
 - 4 y 0

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Se recomienda iniciar la actividad con una breve introducción histórica sobre la representación gráfica de números negativos y números imaginarios. Esto implica aclararles cómo ha evolucionado la matemática; por ejemplo: ideas matemáticas que ahora parecen obvias, fueron cuestionadas por la comunidad científica en un tiempo; resultados negativos y complejos requirieron una noción más abstracta de número —independientemente de la noción de cantidad— y de la matemática. En el proceso, fue indispensable para los matemáticos de la época usar representaciones visuales de esos números para poder avanzar en la construcción de esta disciplina.
2. Se sugiere que hagan representaciones manuales de los números complejos y de la operatoria de ellos, dentro de lo posible. Es el momento de que trabajen con precisión y relacionen y diferencien la representación pictórica y simbólica compleja, vectorial y puntual.
3. Es importante que comprendan que se ha graficado la curva de la función cuadrática en el plano real para visualizar sus soluciones y, por otra parte, está el plano de Argand-Gauss, conformado por una parte real y una parte imaginaria, que permite visualizar los números complejos en el plano.
4. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Representan números complejos en el plano, relacionando con vectores e identificando las partes reales e imaginarias.
 - Utilizan los números complejos y sus representaciones pictóricas y simbólicas para encontrar solución a ecuaciones.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para profesores y estudiantes:

- Plano complejo
https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikipedia.org/wiki/Plano_complejo
- Carl Friedrich Gauss
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://platea.pntic.mec.es/~aperez4/html/sigloxix/Carl%20Friedrich%20Gauss.htm>
- Teorema fundamental del álgebra (historia)
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.ugr.es/~eaznar/FTA.htm>
- Matemáticas visuales
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.matematicasvisuales.com/html/complejos/funciones/grado2.html>
- Calculadora de números complejos
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.symbolab.com/solver/complex-numbers-calculator>
- Suma de vectores
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=qvw7j9eKGdg>

Actividad 2: La operatoria con números complejos

PROPÓSITO

Se pretende que los estudiantes comprendan la operatoria básica con números complejos de forma pictórica, simbólica y usando herramientas digitales. Se espera que sean capaces de pensar con conciencia y reconocer errores, como también formular y verificar conjeturas para relacionar la multiplicación de números complejos con dilataciones, contracciones y rotaciones, y la suma con la diagonal de un cuadrilátero. Esta actividad les permite representar los números complejos y su operatoria de forma manual o digital.

Objetivos de Aprendizaje

OA 1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

OA g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.

Actitudes

- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

1. Sumen y resten números complejos en forma binomial y como par ordenado de forma simbólica, y completen una tabla como la siguiente:

Forma binomial	Como par ordenado	Resultado de forma binomial	Resultado como par ordenado
$(1 + 3i) + (2 + i)$			
	$(-2; 4) - (3; -8)$		
		$-2 + i$	
			$(0; -1)$

2. Observen la siguiente representación de números complejos; si pueden, usen herramientas digitales para hacer el dibujo.

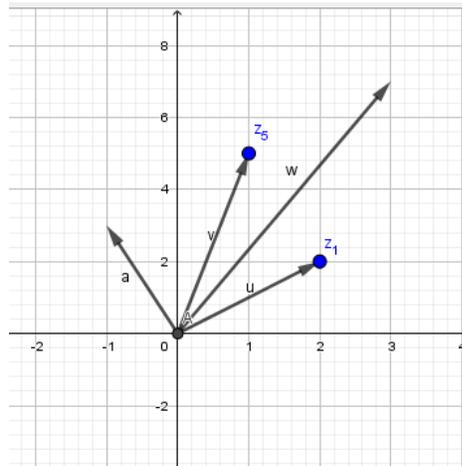


Fig. 5: Adición y sustracción de números imaginarios.

- ¿Qué relación aritmética hay entre z_1 , z_5 y w ? ¿Qué relación aritmética hay entre z_1 , z_5 y a ?
 - ¿Es correcto afirmar que la interpretación geométrica de la adición y sustracción de números imaginarios corresponde a la diagonal de un paralelogramo? Justifiquen su respuesta, utilizando el simulador GeoGebra.
3. Encuentra el número complejo z que cumple con la condición dada:
- $-3 + 3i = (1 + i) + z$
 - $3z = -i - (2 + i)$
 - ¿Para qué valores de x se cumple $-1 + 3i = -2 + i - (4 + xi)$?
 - Si $z = a + bi$ y $w = c + di$, muestra que $z = w$, si se cumple $a = c$ y $b = d$.
 - Compara tus resultados con tus compañeros, descubrirás diferencias en el número complejo encontrado. ¿Dónde está la diferencia? ¿Cómo se puede solucionar?
 - Representa los números complejos en el plano complejo. ¿Cómo se ven todos los posibles números complejos de la forma $(1 + i) + z$? ¿Qué significa z en este contexto?
4. Considerando la interpretación geométrica de la adición de números imaginarios,
- ¿En qué casos dicha adición corresponde a un rectángulo?
 - ¿En qué casos corresponde a un cuadrado?
 - ¿En qué casos corresponde a un rombo?

d. Justifiquen sus respuestas a partir de casos particulares, como:

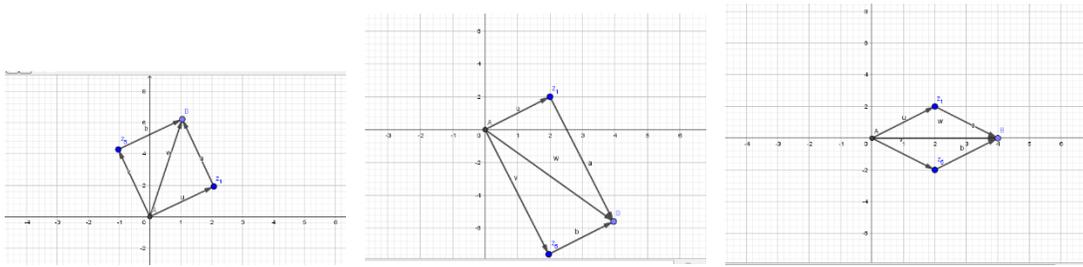


Fig. 6: Adición y sustracción de números imaginarios con deslizadores.

LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

- Si $z = a + bi$ y $w = c + di$, formula una conjetura sobre las condiciones que deben cumplir a, b, c, d para que:
 - $z \cdot w$ sea un número real; verifícala.
 - $z \cdot w$ sea un número imaginario puro; verifícala.
- Un giro de un en 90° puede representarse como $(1 + i) \cdot i = i - 1 = -1 + i$
 - Representa en el plano el número complejo $(1 + i)$ y el que resulta al girar este número en 90° .
 - Verifica pictórica y simbólicamente el ángulo de giro al ponderar un número complejo por i^2 , i^3 , i^4 .
 - Conjetura y verifica cuál es el ángulo de giro al ponderar un número complejo por i^{4n} y por i^{4n+2} , para n número natural.
 - Verifica en casos particulares qué sucede para i^{4n+1} y para i^{4n+3} , donde n es un número natural.
- Considera distintos números complejos.
 - Verifica simbólica y pictóricamente el resultado que se obtiene al multiplicar un número complejo $a + bi$ por un escalar k , con a, b números naturales y k número racional en los siguientes casos:
 - $k < 0$
 - $k = 0$
 - $k > 0$
 - Representa cada multiplicación en el plano complejo.
 - ¿Para qué valores de k se contrae el vector? ¿Para qué valores de k se dilata el vector? ¿Para qué valores de k el vector cambia de dirección?

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Las actividades están diseñadas para que entiendan la operatoria básica de números imaginarios, apoyándose en su representación vectorial con herramientas digitales como GeoGebra. Se recomienda que transiten entre las expresiones numéricas y su representación en el plano complejo como un vector, y formular problemas y ejercicios de diferentes niveles de dificultad, como:
 - a. Dados los vectores $(-2; 6)$ y $(-3; -1)$, determinar el módulo de la suma de ambos vectores y representarlos en el plano cartesiano.
 - b. Representar gráficamente la suma entre los complejos $z = -2 + 5i$ y $w = 4$.
2. En las actividades relacionadas con conjeturar y verificar las conjeturas, conviene que usen algún software gratuito para elaborar las representaciones gráficas al ponderar un número complejo cualquiera por i^{4n} y por i^{4n+2} para n número natural. Se sugiere promover que visualicen e identifiquen regularidades de casos particulares en un software geométrico, y que después comuniquen la regularidad identificada verbal, simbólica o gráficamente.
3. Es importante también considerar que $z \cdot i^{4n+2}$ dará como resultado $z \cdot i$, y su interpretación geométrica significa que se ha realizado una rotación (en el sentido antihorario) en 90° .
4. En la actividad relacionada con ponderar un número complejo por un escalar k , se espera que comprendan que, si el valor del escalar es $k > 1$, entonces la representación del número complejo se dilata en la misma dirección; si el valor del número escalar es $k < -1$, entonces la representación del número complejo se dilata en dirección contraria; si el valor del número k cumple con la condición $-1 < k < 1$, entonces la representación del número complejo se contrae y la dirección del vector resultante depende del signo del valor k .
5. Podrán relacionar la expresión $z \cdot i^n$ con rotaciones y la adición de números complejos con traslaciones. Así, el profesor puede vincular la operatoria de números complejos con transformaciones isométricas.
6. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Representan la operatoria de números complejos de forma simbólica y en el plano cartesiano.
 - Utilizan los números complejos y sus representaciones pictóricas y simbólicas para encontrar solución a ecuaciones.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para profesores y estudiantes:

- Suma de vectores
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=qvw7j9eKGdg>
- Multiplicación y división de números complejos
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/PWufCgwF>

Actividad 3: El conjugado de un número complejo

PROPÓSITO

Se pretende introducir a los estudiantes al concepto de conjugado de un número complejo desde un punto de vista analítico y geométrico, comenzado desde el teorema de Pitágoras. Aplicarán adición, sustracción y multiplicación de números complejos, y los conceptos de conjugación de un número complejo y distancia en el plano euclidiano.

Objetivos de Aprendizaje

OA 1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.

Actitudes

- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

DETERMINAR DISTANCIAS ENTRE DOS PUNTOS EN EL PLANO

1. Dado el triángulo rectángulo ABC , cuyos catetos tienen longitud a y b , respectivamente, e hipotenusa c , entonces se cumple que

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Busca un applet del teorema de Pitágoras que te permita analizar propiedades que se cumplen en un triángulo rectángulo cualquiera ABC .

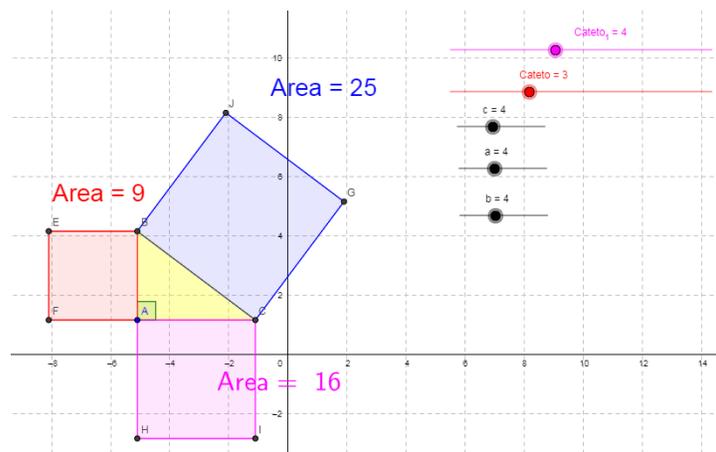


Fig. 1: Comprobación del teorema de Pitágoras.

¿Es correcto señalar que la suma del área de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa? Explica tu respuesta a un compañero, reconoce palabras similares cuando te expliquen y anota las diferencias con tu propia explicación.

2. Recurre a una herramienta digital que te permita aprender a calcular la distancia entre dos puntos en el plano y establecer la relación con el módulo de un número imaginario.
 - a. Considera los puntos $P_1 = (0; 0)$ y $P_2 = (x; y)$ representados, ¿cómo podrías determinar la distancia del punto P_2 al origen del plano?

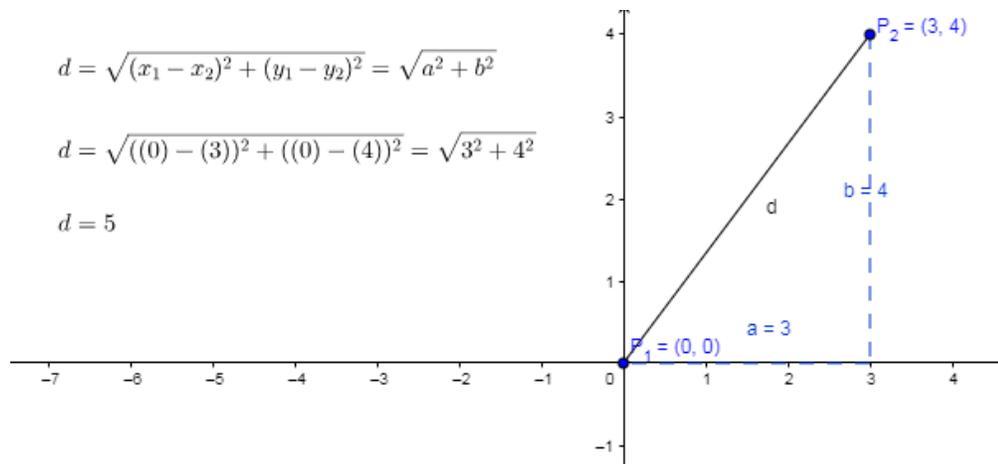


Fig. 2: Distancia de un punto al origen.

- b. ¿Es correcto afirmar que el teorema de Pitágoras permite calcular la distancia entre dos puntos cualesquiera del plano?
- c. Utiliza la fórmula presentada antes y reemplaza con los mismos valores que tu compañero, ¿ambos llegan a la misma solución? Compara y revisa dónde podrían estar las diferencias.

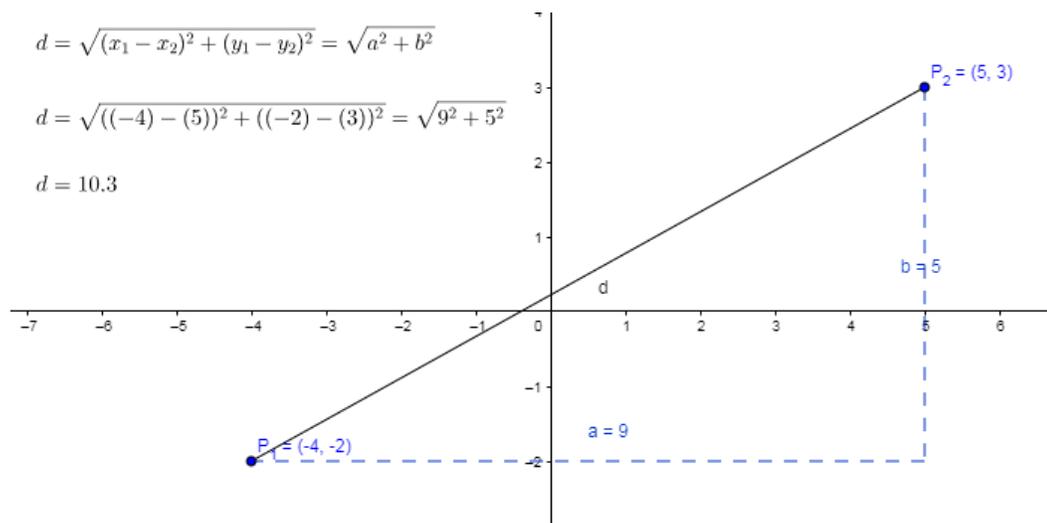


Fig. 3: Distancia entre dos puntos cualesquiera.

- d. Si se aplica la distancia entre dos puntos cualesquiera para determinar el módulo de un vector (distancia de un punto cualquiera al punto (0,0) en el plano), ¿es correcto afirmar que el módulo de un vector z corresponde a $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$?
- e. ¿Qué relación hay entre $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ y la multiplicación de z y \bar{z} ? Justifica tu respuesta con el simulador GeoGebra.

MÓDULO DE NÚMEROS COMPLEJOS Y SUS PROPIEDADES

1. Sabiendo que para todo número complejo $z = (a,b)$, su módulo es $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, ¿existe un número complejo cuyo módulo sea un número negativo o igual a cero? Justifica.
2. Sean $z_1 = 5 - 3i$ y $z_2 = -4 + i$. Determina $|z_1 + z_2|$ y también $|z_1| + |z_2|$, prueba con otros números complejos y plantea conjeturas con los resultados obtenidos. ¿Qué otras propiedades se podría establecer?
3. Sea $z = -8 + 6i$.
 - a. Representalo en el plano complejo.
 - b. Si consideramos el eje Y y hacemos una reflexión del punto z , ¿a qué punto corresponde la reflexión axial del punto z ?
 - c. ¿Cuál es el conjugado de z ?
 - d. ¿Coincide con la reflexión axial anterior?
 - e. ¿Toda reflexión axial con respecto al eje X lleva un número complejo en su conjugado?
 - f. En el caso anterior, ¿qué sucede si el número se sitúa en el eje Y?
 - g. ¿Cuántos números complejos hay que tengan el mismo módulo que z ?

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

1. Elige un número complejo $z_1 = (a + bi)$ y multiplícalo por un número racional c . El número complejo resultante será $z_2 = (a + bi) \cdot c$. Por ejemplo: $z_1 = 2 + 3i$ y $z_2 = (2 + 3i) \cdot 5$.
 - a. Representa el vector original z_1 y el vector resultante z_2 en el plano, utilizando GeoGebra.
 - b. ¿Qué sucedió con el vector z_1 y con su módulo al ser multiplicado por $c = 5$?
 - c. ¿Qué cambios sufrirá el vector de z_1 y su módulo al ser multiplicado por $c = -5$?
 - d. ¿Qué valor de c deberías considerar para que el vector z_2 se contraiga en la misma dirección del vector original?
 - e. ¿Qué valor de c deberías considerar para que el vector z_2 se contraiga en la dirección contraria al vector original?
 - f. Plantea conjeturas al multiplicar el vector z_1 por distintos números racionales y verifícalas de forma manual o digital.
2. Dado el número complejo $z = a + bi$ y su conjugado $\bar{z} = a - bi$, representa en el plano complejo z y \bar{z} ; además, verifica (utilizando GeoGebra) que enviar z en \bar{z} equivale a hacer una reflexión respecto del eje X, y que enviar z en $\bar{\bar{z}}$ representa una doble reflexión respecto del eje X y equivale a la función identidad.

3. Accede a un recurso applet que te permita tener dos números imaginarios z y w cualesquiera. Comprueba las siguientes propiedades de forma geométrica y luego de forma algebraica:

a. $z \cdot w = w \cdot z$

b. $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$

c. $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

d. $|z| = |\bar{z}|$

4. Se sabe que $|z| = |w|$ y que $z + w = 15$. Representa gráficamente la situación e indica la mayor información posible sobre los vectores z y w .

5. Accede al simulador GeoGebra, conjetura respecto de los siguientes casos de división de números imaginarios y justifica tus respuestas.

a. ¿Qué resultado se obtiene al dividir un número complejo cualquiera por su conjugado?

b. ¿Qué resultado se obtiene al dividir un número complejo cualquiera por un número real?

c. ¿Qué resultado se obtiene al dividir un número complejo cualquiera por la unidad imaginaria?

d. ¿Qué condiciones deben cumplir a , b , c , d para que, respectivamente:

- $\frac{a+bi}{c+di}$ sea un número imaginario puro?

- $\frac{a+bi}{c+di}$ sea un número real?

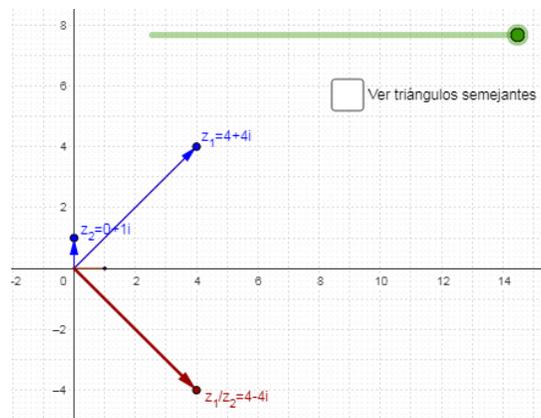


Fig. 4: División de números imaginarios.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Con las primeras actividades, se busca que los jóvenes asocien el teorema de Pitágoras con la definición de la distancia euclidiana y el módulo de un vector. A partir del módulo del vector, se espera que sigan explorando a un nivel de aritmética de números imaginarios.
2. Cuando realicen la actividad del conjugado de un número imaginario, deberían vincular la representación simbólica y la representación geométrica de la operatoria con números imaginarios.
3. Si multiplicamos los números imaginarios $z = x + yi$ y $w = x - yi$, se tiene:

$$z \cdot w = (x + yi)(x - yi) = x^2 + xyi - xyi - y^2i^2$$

Ya que $i^2 = -1$, el resultado de la multiplicación anterior es

$$z \cdot w = (x + yi)(x - yi)$$

$$= x^2 + xyi - xyi - y^2i^2$$

$$= x^2 - y^2(-1) = x^2 + y^2.$$

4. Por ejemplo: para el complejo $12 + 5i$, su conjugado es $12 - 5i$. Gráficamente, se encuentran a lados opuestos del eje X.

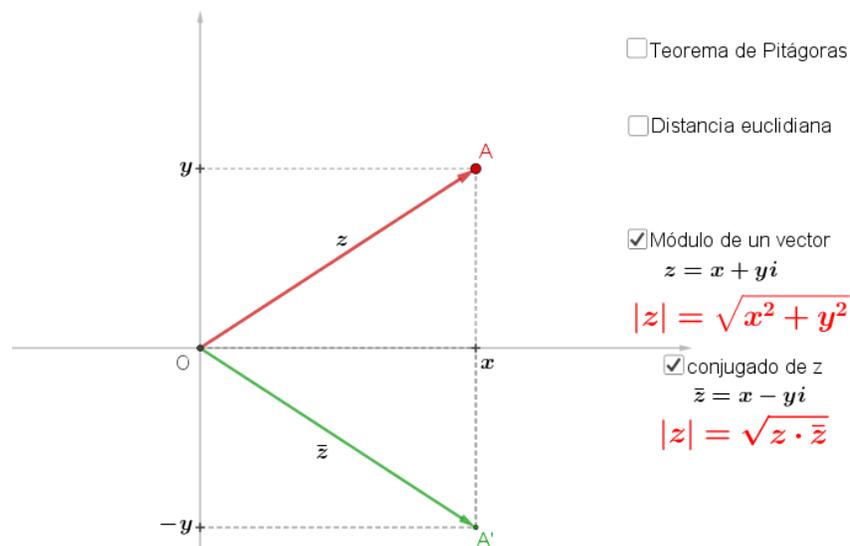


Fig. 4: Conjugado del número complejo z .

5. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Determinan la distancia de números complejos de forma simbólica y pictórica.
 - Representan números complejos en el plano, relacionando con vectores e identificando las partes reales e imaginarias.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para profesores y estudiantes:

- Multiplicación de números complejos
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.wolframalpha.com/input/?i=complex+number+multiplication>
- Applet de números complejos, opuesto y conjugado
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/Dj4Vvc2n>
- Applet de multiplicación y división de números complejos
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.geogebra.org/m/PWufCgwF>

Actividad 4: Circuitos de corriente alterna mediante números complejos

PROPÓSITO

Se pretende que los estudiantes entiendan y apliquen conceptos avanzados de electricidad, por medio de herramientas matemáticas. El foco está en que resuelvan problemas utilizando los números complejos. En el proceso, deberán representar y aplicar la operatoria básica de números complejos, como la adición y la sustracción. Esa aplicación se vincula con circuitos de corriente alterna, al hacer el cálculo de impedancias mediante vectores que tienen componentes reales e imaginarias. Además, al aplicar razones trigonométricas, se determina las fases entre intensidades y voltajes en circuitos de corriente alterna.

Objetivos de Aprendizaje

OA 1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.

Actitudes

- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

Duración: 6 horas pedagógicas

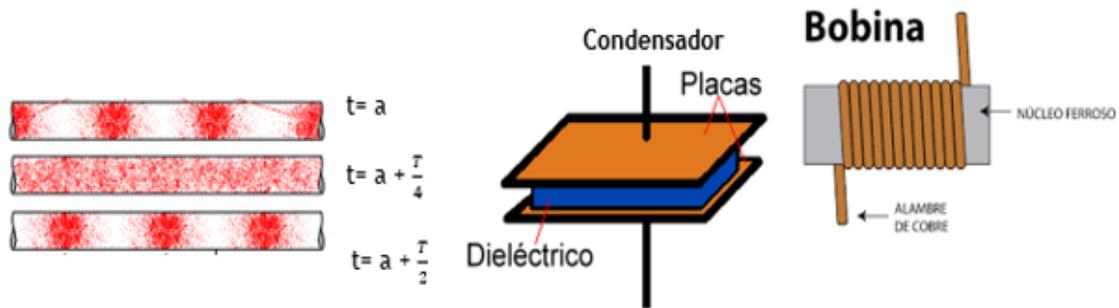
DESARROLLO

REPRESENTAR IMPEDANCIAS

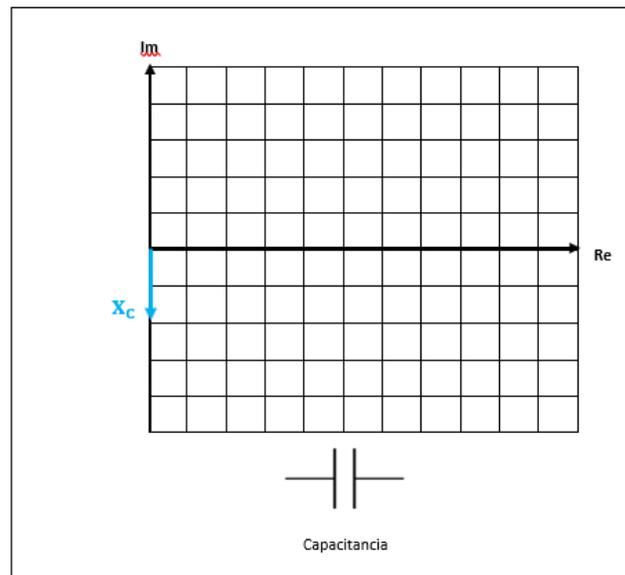
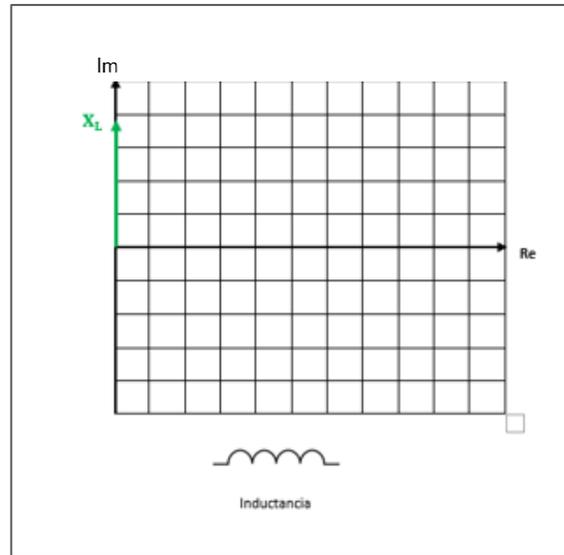
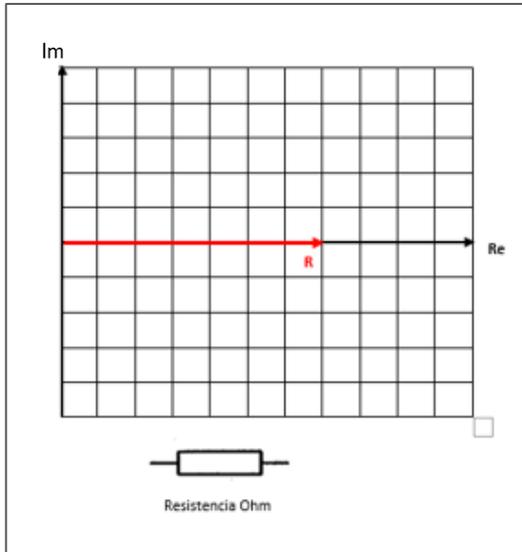
1. Formen grupos de 3 o 4 integrantes y discutan el siguiente texto e imagen:

“La imagen siguiente muestra el movimiento oscilante de los electrones en un conductor que transporta corriente alterna. Allí hay lugares de acumulación de electrones y de déficit de electrones, que se reparten en el conductor según la frecuencia del generador de la fuente de corriente alterna. Debido a que puede almacenar y descargar electrones, un condensador conectado en un circuito alterno no deja pasar libremente los electrones, pero sí los deja oscilar y tiene la propiedad de una resistencia llamada “capacitancia”. Una bobina en un circuito de corriente alterna tiene, además de su “resistencia de Ohm”, una inductividad que disminuye la intensidad de la corriente. Este efecto de resistencia se llama “inductancia”.

Conexión interdisciplinaria:
Ciencias para la Ciudadanía
 OA f,
 3° y 4° medio



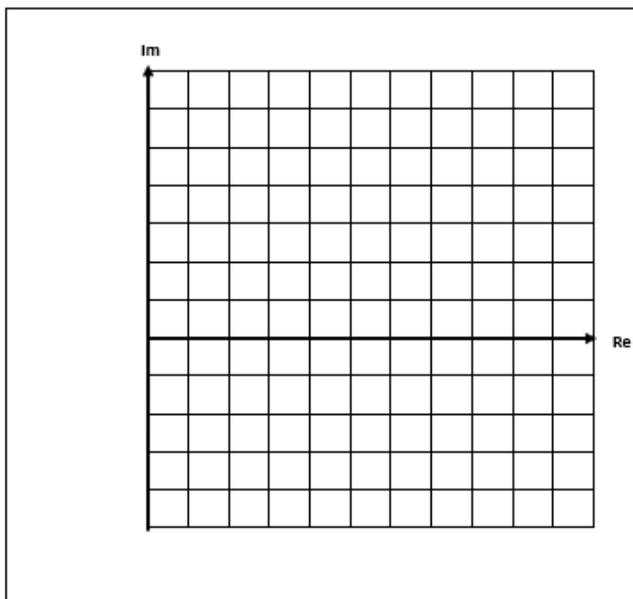
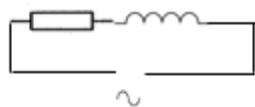
- a. Identifiquen los elementos de la imagen que menciona el texto.
 - b. Revisen que se haya especificado todos los elementos.
2. Lean ahora lo siguiente: “En un circuito de corriente alterna con resistencia de Ohm, el condensador y la bobina en serie no suman la resistencia, la inductancia y la capacitancia como magnitudes escalares a una “resistencia” total. Ello se debe a que la inductancia y la capacitancia tienen una propiedad imaginaria de resistencia: contrariamente a la resistencia de Ohm, en ellas no se transforma energía eléctrica en calor y tienen solamente el efecto de disminuir la intensidad de la corriente alterna”.
 - a. Imagina la relación del texto con el plano complejo.
 - b. Genera un dibujo preliminar con las ideas del párrafo anterior.
 3. Con la siguiente explicación, identifica los elementos del plano cartesiano: Se representa la resistencia Ohm, la inductancia y la capacitancia mediante vectores en un plano de números complejos. Las resistencias de Ohm ‘ R ’ se representan en el eje real en dirección positiva, las inductancias ‘ X_L ’ en el eje imaginario en dirección positiva y las capacitancias ‘ X_C ’ en dirección negativa del eje imaginario. Cualquier suma de los vectores se llama impedancia ‘ Z ’ en un circuito de corriente alterna. Todas las componentes de las impedancias se miden y se expresan en Ohm con el símbolo ‘ Ω ’.



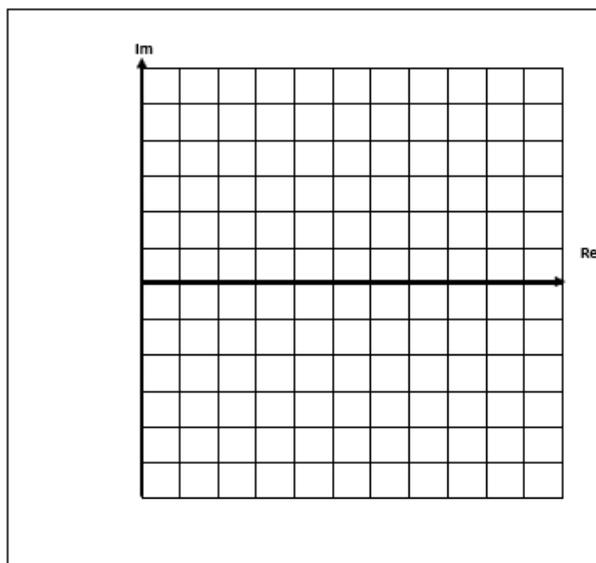
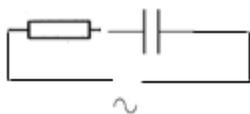
4. Consideremos las siguientes conexiones de R , X_L y X_C en serie.

Determinen gráficamente el vector de la impedancia Z . Una unidad en el plano de impedancias corresponde a 10Ω . Elijan los ejes y una escala favorable.

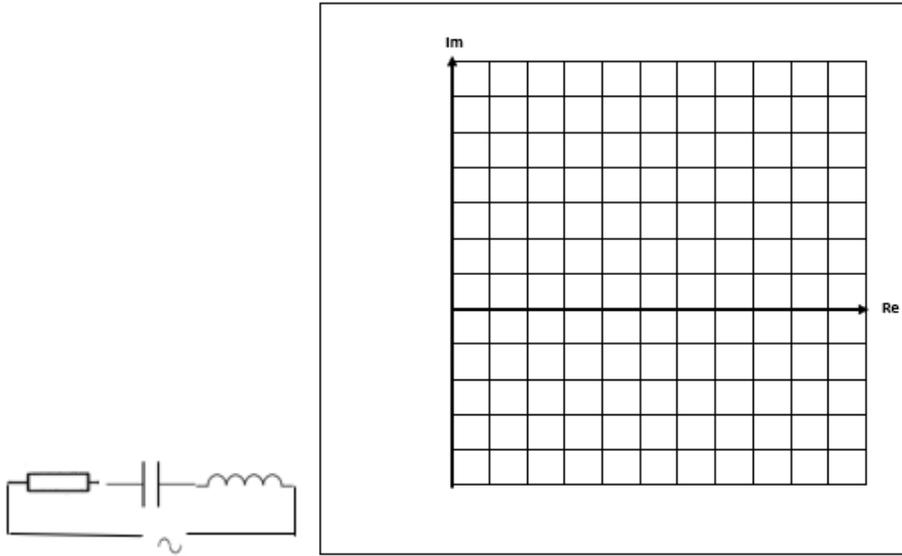
a. $R = 80\Omega$, $X_L = 60\Omega$



b. $R = 70\Omega$, $X_C = 40\Omega$



c. $R = 60\Omega$, $X_L = 60\Omega$, $X_C = 20\Omega$



5. Calculen el valor numérico de todas las impedancias y compárenlo con el resultado gráfico.
6. En un circuito de corriente alterna, están conectadas en serie una “resistencia Ohm” de 40Ω , una bobina con la inductancia de $X_L = 60\Omega$ y un condensador de capacitancia desconocida. Se mide una impedancia de $Z = 50\Omega$.
 - a. Dibujen los tres vectores en el plano complejo.
 - b. Determinen gráficamente el vector de la capacitancia desconocida.
 - c. Calculen el valor de la capacitancia.

EL PLANO COMPLEJO, LOS VECTORES DE RESISTENCIA, LA INDUCTANCIA Y LA CAPACITANCIA

En un circuito de corriente alterna con una sola bobina y sin considerar la muy pequeña resistencia Ohm de ella, el voltaje en la bobina antecede a la intensidad de la corriente por un cuarto del período. La intensidad de la corriente se representa en el eje real del plano complejo. Esto significa que el voltaje se representa en el plano complejo mediante un vector en dirección positiva del eje imaginario.

Por otra parte, el voltaje sucede en el condensador a la intensidad de la corriente por un cuarto de periodo, lo que significa que el voltaje se representa mediante un vector en la dirección negativa del eje imaginario. Si en un circuito de corriente alterna hay una considerable resistencia Ohm, se produce un desfase entre el voltaje y la corriente, que se determina mediante el ángulo ϕ entre la impedancia Z y el eje real del plano complejo.

1. Un circuito en serie de corriente alterna tiene una resistencia $R = 107\Omega$, una inductancia de $X_L = 157\Omega$ y una capacitancia de $X_C = 72\Omega$. Grafiquen los vectores de la resistencia, la inductancia y la capacitancia en el plano complejo.

- Determinen gráficamente el vector de la impedancia Z .
- Determinen algebraicamente el valor de la impedancia.
- Determinen gráficamente el desfase entre el voltaje y la intensidad de la corriente.
- Determinen algebraicamente el desfase y contrasten el resultado con el gráfico.
- Tanto la inductancia como la capacitancia dependen de la frecuencia f de la corriente alterna. Se calcula la inductancia de la siguiente manera:

$$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L \quad (L \text{ es la inductividad de la bobina, dependiente del diseño})$$

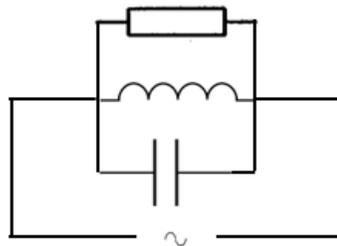
$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad (C \text{ es la capacidad del condensador})$$

Determinen la frecuencia para la cual la impedancia toma un valor mínimo.

LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA PARA LA IMPEDANCIA

- Como desafío, se puede considerar una conexión paralela de la resistencia R , la inductancia X_L y la capacitancia X_C . Hay que destacar que la actividad es de matemática y, por esta razón, se da la expresión algebraica con la cual se determina la impedancia Z de este circuito de corriente alterna.

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2$$



- Despejen la expresión algebraica para la impedancia Z .
- Calculen la impedancia Z con una resistencia $R = 107 \, \Omega$, una inductancia de $X_L = 157 \, \Omega$ y una capacitancia de $X_C = 72 \, \Omega$. Comparen el resultado con la impedancia de la conexión en serie.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Para aplicar operaciones básicas en un contexto de electricidad, se repite en la primera parte de la primera actividad la suma y la resta entre dos números complejos, la representación gráfica mediante vectores, el módulo de números complejos y la razón trigonométrica de la tangente para determinar ángulos que forman vectores con el eje horizontal (Bases Curriculares de 2° Medio). Además, se resuelve una ecuación sencilla entre números complejos, que se puede aplicar en la contextualización para determinar el valor de una capacitancia.
2. Debido a que se requiere tener conocimientos avanzados en electricidad, se recomienda coordinar la actividad matemática con el profesor de Física y, en el caso de un colegio TP, con el profesor de especialidad del rubro “Electricidad/Electrónica”. Se empieza con una breve introducción a la corriente alterna y se explica la diferencia entre corriente eléctrica continua y corriente eléctrica alterna. Se informa a los alumnos que la propiedad de los componentes de resistencias de un circuito de corriente eléctrica alterna, conectados en serie, se modela matemáticamente con vectores en un plano complejo, y para ello se aplica las reglas de sumar, restar y determinar los módulos y ángulos entre el vector y el eje de los números reales.
3. En la primera actividad del trabajo en grupos, se determina gráfica y simbólicamente una capacitancia desconocida, para lo cual aplican el teorema de Pitágoras y forman una suma de vectores. El desafío de la actividad 2 consiste en reconocer que la expresión algebraica del valor de la impedancia $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ con valor de R fijo y X_L y X_C dependiente de $2\pi \cdot f$, tiene un valor mínimo para $X_L - X_C = 0$. Se desarrolla la frecuencia f para la cual ocurre esta situación.
4. Se sugiere el siguiente indicador para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Utilizan los números complejos y su operatoria para resolver problemas en modelos relacionados con los circuitos eléctricos.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- Explicación y definiciones de circuitos
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.areatecnologia.com/electricidad/circuitos-de-corriente-alterna.html>
- Explicación sobre la impedancia compleja
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/electric/impcom.html>
- Circuitos en serie de corriente alterna, notaciones y fórmulas
https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.proyecto987.es/corriente_alterna_9.html

Actividad de Evaluación

DURACIÓN: 3 horas pedagógicas

Objetivos de Aprendizaje

OA 1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

OA a. Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA g. Elaborar representaciones, tanto en forma manual como digital, y justificar cómo una misma información puede ser utilizada según el tipo de representación.

Indicadores de evaluación

- Representan números complejos en el plano, relacionando con vectores e identificando las partes reales e imaginarias.
- Utilizan los números complejos y sus representaciones pictóricas y simbólicas para encontrar solución a ecuaciones.
- Determinan la distancia de números complejos de forma simbólica y pictórica.
- Representan la operatoria de números complejos de forma simbólica y en el plano cartesiano.
- Utilizan los números complejos y su operatoria para resolver problemas en modelos relacionados con los circuitos eléctricos.

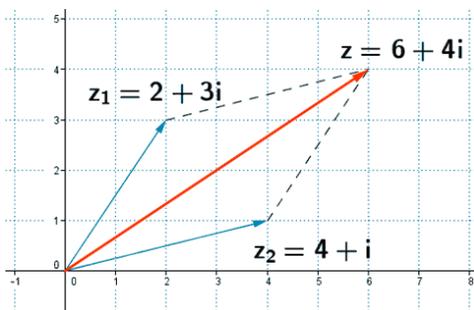
Se puede usar las siguientes actividades como ejemplos de evaluaciones para la unidad 4, cada una por sí misma o en conjunto. Se sugiere delimitar la evaluación según el contexto y el tiempo disponible.

1. Dada la ecuación cuadrática $x^2 + k = 0$, ¿para qué valores de k tiene solución la ecuación cuadrática en el sistema numérico de los números reales, y para qué valores en los números imaginarios?
2. Dada la ecuación cuadrática $-x^2 + 4 = k$:
 - a. ¿Para qué valores de k no tiene soluciones la ecuación cuadrática en el sistema numérico de los números reales?
 - b. Representa las parábolas para las cuales la ecuación cuadrática $-x^2 + 4 - k = 0$ no tiene soluciones en el sistema numérico de los números reales.
 - Si $k < 0$, entonces _____
 - Si $k = 0$, entonces _____
 - Si $k > 0$, entonces _____

3. Observa las siguientes ecuaciones cuadráticas y completa la tabla:

Ecuaciones cuadráticas	Factorización	Tipo de solución
$x^2 + 3 = 0$	No se puede factorizar en R	No tiene solución en R
$x^2 - 4 = 0$	$(x + 2)(x - 2) = 0$	Sí tiene solución en R
$3 + x^2 - 5 = -2$		
$x^2 + 10 = 1$		
$x^2 + 5 = 21$		
$-x^2 + 29 = 4$		

5. ¿Es correcto afirmar que toda ecuación cuadrática posible de factorizar tiene dos soluciones reales y distintas? Explica con ejemplos.
6. Dado los números complejos $z_1 = 2 + 3i$ y $z_2 = 4 + i$:
- Representa vectorialmente los números complejos z_1, z_2 y $z_1 + z_2$.
 - Representa vectorialmente $2z_1 + z_2, -z_1 - z_2, z_1 + 7z_2$.
 - Determina la distancia entre un vector y otro.
 - Encuentra z_1^{-1} y explica los pasos que diste para encontrar este número. Representa z_1 y z_1^{-1} en el plano complejo.
 - Encuentra una ecuación cuadrática en que tus dos números complejos favoritos sean solución.
7. Observa la siguiente representación



Verifica la veracidad o falsedad de la siguiente conjetura “Es correcto decir que $z = z_1 + z_2$ corresponde a una representación vectorial de la diagonal de un paralelogramo”. Explica.

8. Dados dos números complejos $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ cualesquiera, ¿cómo se podría interpretar la representación gráfica de la adición de $z_1 + z_2$?
9. ¿Para qué valores de c la ecuación cuadrática $-x^2 + 12x + c = 0$ admite una solución, dos soluciones o ninguna solución en el sistema numérico de los números reales? Explica tu respuesta con dibujos o esquemas.
10. Dado el número complejo $z_1 = 1 + 2i$, se ha realizado operaciones con los números complejos 7 ; $5 + 3i$; $2i$ para obtener el número complejo $z_2 = -10 - 2i$. Representa el número complejo de partida z_1 y el número final z_2 y determina las operaciones que se realizan para llegar de z_1 a z_2 .
11. Se tiene un segmento de $8u$ (unidades) y se lo quiere dividir en dos para construir un rectángulo, cuya medida de los lados sea un número natural y cuya área tenga un valor de $25u^2$.
- ¿Qué ecuación cuadrática permite modelar el problema?
 - ¿Cuál es la medida de los lados del rectángulo?
 - Verifica la veracidad o falsedad de la siguiente conjetura: “Una solución corresponde a un número racional”.
 - ¿Qué puedes inferir al calcular el módulo de las soluciones complejas?
 - ¿Cuál debería ser la medida del segmento para construir una figura geométrica de área $25u^2$?
 - Considerando las conclusiones anteriores, completa la siguiente proposición: “Para el problema, se puede construir un cuadrado cuyos lados miden _____ unidades”.
12. Se considera el número complejo $z = 4 + 3i$.
- En comparación con el número z , ¿en qué posición del plano gaussiano se encuentra el número complejo z_1 que se obtiene, si se cambia la parte real por la parte imaginaria?
 - En comparación con el número z , ¿en qué posición del plano gaussiano se encuentra el número complejo z_2 que resulta, si se multiplica la parte real y la parte imaginaria con -1 ?
 - En comparación con el número z , ¿en qué posición del plano gaussiano se encuentra el número complejo z_3 que resulta, si se multiplica la parte real con -1 y mantiene la parte imaginaria?
 - ¿Qué tienen los números z , z_1 , z_2 y z_3 en común? Descríbelos con respecto a su ubicación.
 - Dibuja todos los puntos que tengan la misma característica de ubicación que los números z , z_1 , z_2 y z_3 en el plano gaussiano (nota: puedes averiguar qué es un lugar geométrico).
 - Se considera el número complejo $z_a = 2 + ki$. Determina el parámetro k de manera que el número z_a tenga la misma característica de ubicación que los números z , z_1 , z_2 y z_3 .

PAUTA DE EVALUACIÓN

Criterios de evaluación	Niveles de logros		
	Completamente logrado	Se observa aspectos específicos que pueden mejorar	No logrado por ausencia o no se puede entender en absoluto
Discriminan valores de una ecuación para que la solución sea real o compleja.			
Representan parábolas y ajustan valores para visualizar diferentes soluciones.			
Describen características de ecuaciones de segundo grado según factorización y soluciones.			
Representan números complejos en el plano de Gauss.			
Representan operatoria de números complejos en el plano de Gauss.			
Determinan la distancia entre vectores.			
Describen geoméricamente la adición de números complejos.			
Conjeturan sobre la existencia de los lados de un rectángulo bajo condiciones iniciales.			
Utilizan la solución compleja de una ecuación de segundo grado para refutar o elaborar proposiciones.			
Conjeturan sobre la ubicación de números complejos, utilizando su módulo.			

Proyectos Interdisciplinarios

Manual de orientación

¿Qué es el Aprendizaje Basado en Proyectos?

El Aprendizaje Basado en Proyectos se define como una propuesta de enseñanza que se organiza en torno a un problema o necesidad que se puede resolver, aplicando diferentes perspectivas y áreas del conocimiento. Para encontrar la solución, los estudiantes movilizarán conocimientos, habilidades y actitudes durante todo el proceso hasta llegar a una solución que se expresa en un producto. Los proyectos surgen desde sus propias inquietudes e intereses, potenciando así su motivación por aprender y su compromiso frente al propio aprendizaje.

¿Por qué fomenta el trabajo interdisciplinario?

La complejidad de un problema real o necesidad es la razón que justifica la participación y conexión de distintos saberes y disciplinas. Por ejemplo, los proyectos STEM se desarrollan sobre problemas o necesidades que vinculan ciencia, tecnología, matemática e ingeniería para su solución.

¿Cómo se relaciona con las Habilidades para el siglo XXI?

La metodología de proyecto permite que los estudiantes potencien estas habilidades y actitudes, ya que, por ejemplo, su procedimiento los organiza para que busquen juntos una solución, los desafía para que flexiblemente encuentren una respuesta nueva al problema y para que reflexionen con otros desde diferentes perspectivas, generando así el trabajo colaborativo, la comunicación y el pensamiento crítico y creativo.

¿Cuáles son los elementos del Aprendizaje Basado en Proyectos?

Pregunta o problema central

Los problemas que se aborda en un proyecto se vinculan con situaciones reales y significativas para los estudiantes. Se relacionan con sus inquietudes e intereses y los motivan a explorar y participar activamente en la búsqueda responsable de una solución.

Indagación sostenida

Cuando se enfrentan a un problema desafiante, comienza el proceso de búsqueda para construir soluciones. Durante este proceso, los alumnos hacen nuevas preguntas, utilizan recursos y profundizan los conocimientos.

Autenticidad

Los proyectos tienen un contexto auténtico. Por ejemplo: los estudiantes resuelven problemas que enfrentan las personas fuera de la escuela, pero también pueden centrarse en problemas auténticos dentro de ella. Los proyectos pueden tener un impacto real en los demás, como cuando los alumnos atienden una necesidad en su escuela o comunidad (por ejemplo: diseñar y construir un huerto escolar, mejorar un parque comunitario, ayudar a los inmigrantes locales); también pueden crear algo que otras personas usarán o experimentarán. Un proyecto puede tener autenticidad personal si refleja las preocupaciones, los intereses, las culturas, las identidades y los problemas de los estudiantes en sus vidas.

Voz y elección del estudiante

Los alumnos deben sentir que pueden participar activamente, tomar decisiones, expresar sus puntos de vista, proponer soluciones durante el trabajo en equipo y expresarse por medio de los productos que crean. Participan activamente en un proyecto, desde el momento en que identifican el problema hasta que divulgan el producto; así fortalecen su compromiso y motivación con el propio aprendizaje.

Metacognición

A lo largo de un proyecto los estudiantes –junto con el docente– deben reflexionar sobre lo que están aprendiendo, cómo están aprendiendo y por qué están aprendiendo. La reflexión puede ocurrir de manera informal, como parte de la cultura y el diálogo en el aula, pero también debe ser una parte explícita de los diarios del proyecto, la evaluación formativa programada, las discusiones en los puntos de control del proyecto y las presentaciones públicas de su trabajo. La reflexión sobre el proyecto en sí, cómo se diseñó e implementó, los ayuda a decidir cómo podrían abordar su próximo proyecto y a mejorar la forma de aplicar esta metodología.

Crítica y revisión

Los estudiantes deben estar abiertos a dar y recibir comentarios constructivos acerca del trabajo propio y el de sus compañeros, lo que permite mejorar los procesos y productos del proyecto. Idealmente, tiene que hacerlo según protocolos formales y con el apoyo de rúbricas. Los invitados o expertos externos también pueden ayudar, brindando un punto de vista auténtico y real. La crítica y revisión del trabajo propio permite a los alumnos evaluar los resultados de su aprendizaje, fortaleciendo la evaluación formativa.

Producto público

A diferencia de otras metodologías, en el Aprendizaje Basado en Proyectos la respuesta o solución a la pregunta o problema se expresa en un "producto", que puede ser un artefacto tangible, multimedial o digital, una presentación sobre la solución a un problema, un desempeño o evento, entre otras opciones. Al finalizar el proyecto, los estudiantes tienen que poder presentarlo públicamente; eso aumenta su motivación, ya que no se reduce a un intercambio privado entre profesor y alumno. Esto tiene un impacto en el aula y en la cultura escolar, pues ayuda a crear una "comunidad de aprendizaje", en la cual los estudiantes y los maestros discuten lo que se está aprendiendo, cómo se aprende, cuáles son los estándares de desempeño aceptables y cómo se puede mejorar el desempeño de los alumnos. Finalmente, hacer que el trabajo de los alumnos sea público es una forma efectiva de comunicarse con los pares y los miembros de la comunidad.

¿Qué debo considerar antes de la ejecución de un proyecto?

- Incorporar en la planificación anual de la asignatura una o más experiencias de proyectos, tomando en cuenta el tiempo semanal de la misma.
- Si la asignatura es de 2 horas a la semana, se recomienda incorporar un proyecto acotado o abordar toda una unidad de aprendizaje mediante esta metodología.
- Si la asignatura es de 6 horas semanales, se recomienda destinar un tiempo fijo a la semana (por ejemplo, 2 horas) para el proyecto.
- La planificación anual también debe incorporar la exhibición pública de los proyectos. Se recomienda que sea una instancia en que se invite a los padres, familias, expertos y otros miembros de la comunidad (se sugiere solicitar a la dirección del establecimiento que reserve un día para llevar a cabo la actividad).
- Identificar en los Objetivos de Aprendizaje, tópicos, necesidades o problemas que se pueda abordar interdisciplinariamente con dos o más asignaturas.

- Si el proyecto involucra a dos o más asignaturas, los profesores deben planificarlo juntos y solicitar un tiempo adecuado para ello a su jefe técnico o al director.
- Una vez hecha esta planificación e iniciado el año escolar, se debe explicar a los estudiantes en qué consiste esta metodología, exponerles los tópicos que se identificó en las Bases Curriculares y pedirles que, a partir de ello, propongan problemas o preguntas que se puede resolver o responder mediante un proyecto.
- El Aprendizaje Basado en Proyectos requiere de un trabajo grupal y colaborativo. Cada integrante del grupo debe asumir un rol específico, el cual puede ir rotando durante la ejecución del proyecto.

¿Cómo se organiza y ejecuta el proyecto?

Para organizar el proyecto, se presenta una ficha con diferentes componentes que ayudarán a ejecutarlo. A continuación, se explica cada uno de esos componentes.

Resumen del proyecto

Síntesis del tema general, el propósito y el resultado esperado del proyecto.

Nombre del proyecto

Se recomienda incluir un subtítulo que evidencie el tema o el contenido que se trabaja en el proyecto.

Problema central

En esta sección, se expone un párrafo de la pregunta o problema que se quiere resolver por medio del proyecto. Se recomienda explicar cuál es el tema que se va a resolver y por qué el proyecto puede hacerlo o desarrollar reflexiones profundas en los alumnos.

Propósito

Se explica el objetivo general y específico del proyecto.

Objetivos de Aprendizaje de Habilidades y Conocimientos

En esta sección, se explica cuáles son los Objetivos de Aprendizaje de la asignatura que se desarrollará en el proyecto. Se espera que sean interdisciplinarios, por lo que se recomienda incorporar los OA de las otras asignaturas involucradas.

Tipo de Proyecto Interdisciplinario

Es importante aclarar qué aspectos de las distintas disciplinas se aplicará en el proyecto. Esta sección busca que el docente exponga y explique tales relaciones de manera que sea más fácil guiar el trabajo interdisciplinario. Para esto, conviene que se coordine con los profesores de las otras áreas disciplinares.

Producto

Todo proyecto debe tener como resultado un producto; es decir, algún objeto, aparato, informe, estudio, ensayo, disertación oral, escrita, visual, audiovisual o multivisual para que los estudiantes divulguen el trabajo realizado.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

Es importante que el docente resalte que esta metodología pretende que los alumnos desarrollen habilidades y actitudes del siglo XXI, que son transversales a todas las áreas del currículum. Esto permite que profesores y alumnos sean conscientes de que ellas van más allá de los conocimientos y habilidades disciplinares.

Recursos

Se tiene que describir los componentes, insumos de trabajo, bibliografía o elementos fundamentales para el proyecto.

Etapas

Hay que planificar el proyecto según fases de trabajo, considerando el tiempo destinado al mismo en la planificación anual.

Cronograma semanal

Es importante planificar el avance del proyecto clase a clase; en una sola se puede desarrollar más de una etapa, o una etapa puede durar más de una clase. Lo importante es que la planificación sea clara y ordenada para que profesor y alumnos trabajen de la manera más regular posible, considerando los avances u obstáculos que puedan encontrar en el desarrollo del proyecto.

Evaluación formativa y sumativa

En esta sección, el docente tiene que especificar con qué criterios se evaluará el proyecto y qué instrumentos se aplicará, tanto en la dimensión formativa como en la sumativa. Es importante recordar que la retroalimentación es un componente esencial del proyecto, por lo que profesor debe señalar cómo llevará a cabo dicho proceso.

Difusión final

Dependiendo del objetivo del proyecto, se sugiere que cuando lo terminen, los alumnos dediquen algún tiempo para difundirlo a la comunidad escolar.

Proyecto STEM: Selección natural

Entendiendo la evolución a través del juego

Resumen del Proyecto

El proyecto busca que los estudiantes sean capaces de corregir preconcepciones erróneas sobre la selección natural y la teoría de la evolución, como visiones teleológicas, creacionistas, ideas acerca del desarrollo “progresivo” del ser humano, y pensar que la cooperación y el altruismo no se pueden por el mecanismo de selección natural. Para corregir los preconcepciones erradas, se diseñan actividades concretas tipo juego que les permitan cambiar sus preconcepciones de la biología evolucionaria para comenzar a dar explicaciones más científicas.

Primero, jugarán un juego de Selección Natural de un rasgo físico, el color, y luego otro de un rasgo conductual, la cooperación. Representarán los resultados de los juegos con gráficos y estadísticas que les permitirán aplicar habilidades transversales de ciencias y matemática. Finalmente, presentarán los resultados a la comunidad.

Nombre del Proyecto

SELECCIÓN NATURAL

Entendiendo la evolución a través del juego

Problema central

¿En qué consiste realmente la selección natural dentro del proceso de la evolución de las especies?

La evolución es un tema central en Biología; aunque ha ido ganando preponderancia en la enseñanza, todavía prevalecen muchas concepciones erradas y la enseñanza no logra solucionar esa deficiencia.

Los sesgos esencialistas pueden distorsionar juicios sobre una amplia gama de fenómenos evolutivos, como los conceptos de variación, herencia, adaptación, domesticación, especialización y extinción. Los estudiantes, ya antes de entrar a la escuela, vienen con preconcepciones teleológicas y vitalistas, que los inducen a concebir una evolución lamarkeana, y les dificulta comprender los mecanismos ciegos de la selección natural.

Propósito

Se pretende que los alumnos cambien sus preconcepciones de biología sobre evolución para comenzar a dar explicaciones más científicas, usando selección natural en lugar de explicaciones teleológicas y creacionistas.

Se espera que, por medio de este proyecto, comprendan y expliquen el mecanismo de selección natural, en el entendido de que es un sistema ciego y que el azar es central en su funcionamiento. También se busca que comprendan el rol de la herencia de rasgos (tanto físicos como conductuales), grafiquen patrones y desarrollen el pensamiento poblacional. Esto se evidencia con la construcción de explicaciones científicas que empleen correctamente el concepto de evolución.

Objetivos de Aprendizaje de Habilidades**CIENCIAS****OA Habilidades**

OA a. Formular preguntas y problemas sobre tópicos científicos de interés, a partir de la observación de fenómenos y/o la exploración de diversas fuentes.

OA d. Analizar las relaciones entre las partes de un sistema en fenómenos y problemas de interés, a partir de tablas, gráficos, diagramas y modelos.

OA e. Construir, usar y comunicar argumentos científicos.

OA f. Desarrollar y usar modelos basados en evidencia, para predecir y explicar mecanismos y fenómenos naturales.

MATEMÁTICA**OA Conocimiento y comprensión**

OA 3. Modelar fenómenos o situaciones cotidianas del ámbito científico y del ámbito social, que requieran el cálculo de probabilidades y la aplicación de las distribuciones binomial y normal.

OA Habilidades

OA e. Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

BIOLOGÍA DE LOS ECOSISTEMAS**OA Conocimiento y comprensión**

OA 1. Explicar el estado de la biodiversidad actual a partir de teorías y evidencias científicas sobre el origen de la vida, la evolución y la intervención humana.

Preguntas

- ¿Cómo funciona la selección natural?
- ¿Cómo podemos observar y explicar la teoría evolutiva de Darwin sin observar a los animales directamente?
- ¿Se puede utilizar la estadística para comprender la selección natural?
- ¿Hay factores colaborativos en la evolución de las especies, o la supervivencia y adaptación se dan sólo por factores individuales?

Tipo de Proyecto Interdisciplinario STEM

- Matemática
- Biología

Producto

Análisis estadístico del resultado de los juegos acerca de la selección natural tanto del rasgo color como el de cooperación.

Reporte audiovisual sobre los resultados estadísticos de los juegos y su relación con el concepto de selección natural.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

Pensamiento crítico
Trabajo colaborativo
Comunicación

Recursos**SELECCIÓN NATURAL**

- Un pliego de papel color tierra de 3 x 1,5m
- Fichas de color blanco y color tierra de 5 x 5 cm (100 de cada color)
- Bolsas para guardar las fichas que indiquen: Generación I, II y III; si fueron capturadas o no.
- Hojas para confeccionar cuadros estadísticos y gráficos.

Cómic de explicación en <http://www.conectastem.cl/conecta/Comics/seleccion-natural/>

COOPERACIÓN

- 2 contenedores plásticos de 0,5 x 1.0 m, adaptados con una red y una ventana en la tapa.
- Adornos de Navidad tipo guiraldas esféricas de distintos tamaños.
- Ganchos elaborados con alambres de dos tipos: gancho simple y gancho doble, de unos 4 cm.
- Bolsas para guardar ganchos y adornos que indiquen Generación I, II y III para organismos muertos y sobrevivientes.

Cómic de explicación en <http://www.conectastem.cl/conecta/Comics/coopera/>

Etapas

- Fase 1: Comprensión del problema: ¿en qué consiste la selección natural? Conversar con los estudiantes sobre la evolución, explicando cómo el factor del azar influye en ella.
- Fase 2: Juego de selección natural
- Fase 3: Análisis estadístico de selección natural
- Fase 4: Comprensión del problema: la evolución, ¿es producto únicamente de la capacidad individual, o la cooperación y la organización con otros puede facilitar la sobrevivencia?
- Fase 5: Juego de cooperación
- Fase 6: Análisis estadístico de cooperación
- Fase 7: Presentación de resultados a la comunidad

Cronograma semanal

Primera clase (Fases 1, 2 y 3)

- Plantear el problema.
- Guiar a los estudiantes mediante preguntas y actividades de descubrimiento para construir conocimiento respecto de la selección natural, preguntándoles acerca de sus preconcepciones y explicando cómo el azar influye en la selección evolutiva.

Ejemplo: Extracto de la serie Cosmos (2017), capítulo 2. <https://www.youtube.com/watch?v=JlkXsG4Jfwg>

- Aplicar el juego de la selección natural.
- Elaborar informe y gráficos estadísticos.

Segunda clase (Fases 4, 5 y 6)

- Plantear el problema.
- Guiar a los estudiantes mediante preguntas y actividades de descubrimiento para construir conocimiento acerca de la cooperación entre los individuos de una especie.

Ejemplo: Revisar documental “Nuestro Planeta” (2019)

- Aplicar juego de la cooperación.
- Elaborar informe y gráficos estadísticos

Tercera clase (Fase 7)

- Presentar resultados aprendidos a la comunidad.
- Se propone analizar el problema del criadero de gallinas ponedoras de huevos y las dos opciones de selección artificial (gallina que pone más huevos de cada caja se reproduce, todas las gallinas de la jaula que pone más huevos se reproducen); que los estudiantes predigan cuál opción es mejor y, luego de conocer los resultados, intenten explicarlos.

Evaluación formativa

Retroalimentación de cada fase del proceso.

Evaluación sumativa

Informe de gráficos y estadísticas

Difusión final

Demostración de las conclusiones frente a la comunidad.

Bibliografía

Araya, R., Bahamondes, M., Contador, G., Dartnell, P. y Aylwin, M. (2013) “Enseñanza de la selección natural con juego masivo por internet”, en *Congreso de Pedagogía 2013*, La Habana, Cuba.

“Comic Coopera”, Conecta Stem, <http://www.conectastem.cl/conecta/Comics/coopera/>

“Comic Selección Natural”, Conecta Stem <http://www.conectastem.cl/conecta/Comics/seleccion-natural/>

Muir, W.M. (1995). Group selection for Adaptation to Multiple-Hen Cages: Selection Program and Direct Responses. En *Poultry Sciences* 75(4), p. 447-458

Proyecto STEM: Mejoremos el tránsito

Haciéndolo más seguro, eficiente e inteligente

Resumen del Proyecto

Este proyecto interdisciplinar presenta a los estudiantes un problema real que afecta a todas las personas que habitamos ciudades y necesitamos trasladarnos (ya como peatones o en vehículos) por calles, autopistas y carreteras: el transporte vial. Este problema tiene diferentes consecuencias; por ejemplo:

- Hay miles de muertes todos los años, solo en Chile, como consecuencia de accidentes de tránsito, muchas personas que quedan mutiladas y muchas familias que tienen que padecer dramáticos sufrimientos. Todo ello tiene, además, consecuencias económicas importantes para las personas involucradas y para el país.
- En algunos momentos, la congestión vial genera una gran pérdida de tiempo para las personas, un considerable aumento de las emisiones contaminantes del aire, además de contaminación acústica y un gasto enorme de combustible, con el correspondiente aporte al calentamiento global, lo cual también significa enormes gastos para la gente y para el país.
- Supone complejos problemas para el estacionamiento de vehículos y bicicletas, especialmente en centros comerciales, escuelas, hospitales y lugares de trabajo.
- Cada año hay miles de robos de vehículos, portonazos, asaltos, etc. Las vías públicas son peligrosas, porque constituyen un medio propicio para la delincuencia.

La idea es que los alumnos, basados en sus conocimientos de física y de las tecnologías que se derivan de ella (sensores, radares, cámaras de video, sistemas de posicionamiento global, etc.), diseñen soluciones plausibles para reducir los problemas que ocasiona un transporte vial deficiente, anticuado y poco inteligente.

Nombre del Proyecto

**Mejoremos el tránsito
Haciéndolo más seguro, eficiente e inteligente**

Problema central

Diseñar un sistema vial para la ciudad en que vivimos, que incorpore medidas de seguridad y control del flujo de vehículos (por ejemplo: semáforos inteligentes, control de velocidad según condiciones del tiempo, desvíos dependiendo de la congestión, etc.), y esté controlado por una central que coordine la información satelital de cada vehículo, con apoyo de drones. Asimismo, definir los dispositivos y accesorios (sensores, radares, GPS, etc.) con que deberían contar todos los vehículos motorizados.

Propósito

Se pretende que los estudiantes utilicen los conocimientos y habilidades propias de la Física, la Matemática y de la Formación Ciudadana para dar solución a una situación real, definiendo las estrategias más efectivas para controlar el flujo vehicular, prever accidentes, evitar las congestiones y reducir la contaminación, etc., y respetando las libertades y los derechos de las personas.

Objetivos de Aprendizaje	Preguntas
<p>FÍSICA</p> <p>OA Conocimiento y comprensión</p> <p>OA 6 Valorar la importancia de la integración de los conocimientos de la física con otras ciencias para el análisis y la propuesta de soluciones a problemas actuales, considerando las implicancias éticas, sociales y ambientales.</p> <p>MATEMÁTICA</p> <p>OA Conocimientos y comprensión</p> <p>OA 3, 3° Medio: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos de situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.</p> <p>OA 4, Límites, derivadas e Integrales: Resolver problemas que involucren crecimiento o decrecimiento, concavidad, puntos máximos, mínimos o de inflexión de una función, a partir del cálculo de la primera y segunda derivada, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales.</p> <p>OA Habilidades</p> <p>OA a Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.</p> <p>OA c Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué dicen las estadísticas respecto de los accidentes de tránsito en Chile? • ¿Cuáles son los momentos y situaciones en que se produce mayor número de accidentes de tránsito? • ¿Cuáles son las principales causas de los accidentes de tránsito en Chile? • ¿Cómo nos puede ayudar la física a comprender el comportamiento del flujo de vehículos? • ¿Por qué hay tantos choques entre vehículos y atropellos a ciclistas y peatones, si con la tecnología que existe, no debieran producirse? • ¿Cuáles son los principales factores que inciden en que haya accidentes viales? • ¿Qué medidas de seguridad debes adoptar como peatón o como ciclista? • ¿Cómo se podrá evitar los grandes tacos que se producen en algunos lugares en ciertos horarios? • ¿En qué medida eliminar la congestión vehicular puede contribuir a ahorrar energía, reducir la contaminación, ahorrar tiempo y aumentar el bienestar de las personas? • ¿Qué leyes del tránsito habría que dictar y cómo fiscalizarlas, respetando el derecho de las personas? • ¿Cómo será el tránsito en el futuro si el parque vehicular (automóviles, motos, bicicletas, etc.) continúa creciendo como lo hace hoy?

probabilístico.

OA e Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema y tomar decisiones fundamentadas.

HISTORIA, GEOGRAFÍA Y CIENCIAS SOCIALES

OA 5 Evaluar, a partir de la investigación, el estado del medioambiente en Chile y América Latina, incluyendo efectos de distintas actividades humanas y acciones emprendidas por los Estados de la región para avanzar en sustentabilidad.

EDUCACIÓN CIUDADANA

OA Conocimiento y comprensión

OA 3 Analizar el impacto de diversos modelos de desarrollo y las políticas económicas en la vida cotidiana y en el cambio climático, en función de la sustentabilidad y del aseguramiento de una vida digna y justa para todos y todas con condiciones para el desarrollo personal y colectivo.

OA Habilidades

OA 7 Proponer formas de organización del territorio y del espacio público que promuevan la acción colectiva, la interculturalidad, la inclusión de la diversidad y el mejoramiento de la vida comunitaria.

OA 8 Tomar decisiones fundadas en principios éticos, valores y virtudes públicas en las prácticas ciudadanas, resguardando la dignidad del otro y la vida en democracia.

Tipo de Proyecto Interdisciplinario STEM

- Física
- Matemática
- Formación ciudadana
- Tecnología

Productos

Elaborar modelos de:

- 1) Calles, autopistas y carreteras con señalización electrónica para peatones, ciclistas y choferes de vehículos motorizados. Puede consistir en una maqueta real o una simulación computacional.
- 2) Vehículos motorizados con sistemas anti-accidentes. Puede ser simplemente descriptivo, aunque debe basarse en tecnologías existentes.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

Pensamiento crítico
Pensamiento creativo
Trabajo colaborativo

Recursos

1. Para un modelo concreto, conviene que los estudiantes construyan una maqueta como la de la imagen adjunta –idealmente con materiales reciclados– para modelar el tránsito en calles, carreteras, autopistas, etc., que incluya semáforos, alumbrado público, sensores, señalización, etc.



2. Para un modelo abstracto, se recomienda que hagan una simulación computacional. Tiene que representar principalmente el movimiento de vehículos motorizados en calles, autopistas y carreteras; las señalizaciones y lo que ocurre cuando la densidad de vehículos es muy alta o cuando hay cuellos de botella en los caminos por barreras de peajes o accidentes en la ruta, entre muchas otras situaciones.
3. Un modelo ideal de un vehículo motorizado, preferentemente eléctrico, que cuente con tecnología antichoque; por ejemplo: que ajuste automáticamente su velocidad de acuerdo con las condiciones del pavimento, de visibilidad y condiciones climáticas, así como la distancia a otros vehículos ya en movimiento o en reposo; que se detenga automáticamente al detectar una persona en el camino; que reconozca las condiciones física del chofer (por ejemplo, estado de ebriedad) y que no comience a funcionar si la persona no está en condiciones de manejar; que cuente con sistemas antirrobo; que esté conectado a una base de control de tránsito que avise cambio de ruta para evitar las congestiones; etc.

Etapas

- Fase 1: Comprensión del problema. Ayudar a los estudiantes por medio de preguntas y actividades destinadas a descubrir que:
 - los accidentes de tránsito se pueden reducir considerablemente:
 - por medio de campañas destinadas a que los conductores tomen conciencia de sus responsabilidades cuando manejan un vehículo
 - si se incrementa la fiscalización en los límites de velocidad, en la condición de los choferes (ingesta de alcohol y otras drogas), el estado del vehículo, etc.
 - si los vehículos cuentan con tecnología moderna que los haga reducir su velocidad y/o detenerse si se acerca a otro vehículo o persona
 - las congestiones de vehículos que se producen en ciertos lugares y horarios pueden disminuir considerablemente:
 - con semáforos adecuadamente controlados, con la debida información a los choferes y con desvíos programados y calles y avenidas reversibles, etc.
 - si se incentiva el uso del transporte público, de las bicicletas y otros medios livianos, frente al automóvil
 - las soluciones a los problemas del tránsito pueden significar:
 - un gran ahorro de energía y recursos para el país y las personas
 - un incremento significativo en la calidad de vida de mucha gente
- Fase 2: Diagnóstico y estadísticas del problema del tránsito vehicular en Chile. Los jóvenes investigan sobre el estado actual de la situación en nuestro país y las soluciones dadas en otros países. Para ello, pueden analizar los contenidos de páginas web como las siguientes:
<https://www.conaset.cl/programa/observatorio-datos-estadistica/>
<https://blogs.worldbank.org/es/voices/congestion-vehicular-contaminacion-accidentes-de-transito-podria-la-tecnolog-poner-fin-a-los-problemas>
<https://www.latercera.com/nacional/noticia/radiografia-los-accidentes-transito-chile-dias-donde-hora-ocurre-la-mayoria-los-siniestros/422921/>
<https://www.emol.com/noticias/Autos/2017/04/28/856132/Las-principales-causas-de-accidentes-en-Chile.html>
https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/27813/6/S0301049_es.pdf
- Fase 3: Para estudiar el problema del tránsito mediante modelos matemáticos, considerar páginas web como las siguientes:
<https://medium.com/@TomasDeCamino/la-matem%C3%A1tica-de-las-congestiones-de-tr%C3%A1fico-29681db8dbc0>
<https://www.emol.com/noticias/Autos/2016/09/06/820739/Disenan-sistema-que-predice-accidentes-de-transito.html>
- Fase 4: En esta fase, los alumnos se informan sobre la normativa legal que regula la conducta de distintos tipos de choferes y peatones. Estudian, por ejemplo, la “ley Emilia”.
- Fase 5: Construyen el modelo (maqueta real o simulación virtual), explicando cómo resuelve el problema de tránsito. Emplean conceptos matemáticos como intensidad de tránsito y densidad

vehicular, entre otros.

- Fase 6: Elaboran las conclusiones de su investigación.
- Fase 7: Presentan las conclusiones al curso.

Cronograma semanal

Semana 1 (Fase 1)

- Plantear el problema.
- Guiar a los estudiantes por medio de preguntas y actividades sobre las ventajas de resolver el problema del tránsito en muchos lugares y ocasiones.
- Constituir los equipos de trabajo y distribuir las tareas para cada integrante.

Semana 2 (Fases 2 y 3)

- Investigación sobre estadísticas de accidentes de tránsito y las leyes del tránsito.

Semana 3 (Fases 4 y 5)

- Construcción de alguno de los modelos propuestos y análisis de su funcionamiento.

Semana 4 (Fases 6 y 7)

- Redacción de conclusiones en un informe escrito en algún medio electrónico.
- Presentación de conclusiones al curso con algún medio electrónico.

Evaluación formativa

Resolución de casos para análisis de modelos.

Evaluación sumativa

Exposición del proyecto.

Difusión final

Exposición de las conclusiones frente a la comunidad y a través de redes sociales.

Bibliografía

<https://spain.minilandeducational.com/school/metodologia-stem-en-el-aula>

Criterios de evaluación

Tanto para las habilidades del siglo XXI de Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico y Trabajo colaborativo, como para el Diseño de proyecto y la Presentación del trabajo, referirse a las rúbricas correspondientes en el Anexo.

Proyecto STEM: Bacterias para degradar el plástico de los océanos

Resumen del Proyecto

El proyecto *Bacterias para degradar el plástico de los océanos* toma como punto de partida el origen y la permanencia del plástico en los océanos, el problema medioambiental y de salud que supone y la propuesta de una solución que implique el uso de bacterias para su eliminación.

Para ello, los estudiantes contextualizan el problema por medio de una investigación en diversas fuentes, determinando sus causas y consecuencias. A partir de esa información, modelan la creación, mediante ingeniería genética, de bacterias que sean capaces de degradar plástico, identificando las variables involucradas, como tipos de plásticos y los procesos físico-químicos que permitan su degradación, especies de bacterias que puedan ser manipuladas genéticamente y los procesos biológicos involucrados en su creación, formas de liberación en el ambiente en zonas críticas del planeta, considerando el comportamiento de la masas de agua y corrientes marinas que optimicen la acción de las bacterias en la eliminación del plástico contaminante.

Los proyectos que desarrollen los alumnos se presentan para su evaluación y luego se difunden en la comunidad escolar y/o en ferias científicas.

Nombre del Proyecto

Bacterias para degradar el plástico de los océanos

Problema central

¿De qué manera podemos contribuir a la eliminación del plástico presente en los océanos mediante el uso de bacterias?

El uso del plástico en nuestra sociedad está ampliamente aceptado, lo cual ha generado desde mediados del siglo pasado un aumento de la contaminación, propiciado en parte por el plástico desechable (de un solo uso): así se producen 400 millones de toneladas de plástico en el mundo, pero solo un 9% de los desperdicios se recicla. Se estima que los océanos reciben entre 4,8 y 12,7 millones de toneladas de plástico anuales, por lo que en 30 años aproximadamente el plástico flotante en los mares de la Tierra pesará más que todos los peces que nadan en ellos, afectando también los ecosistemas terrestres y el aire y representando, además, un potencial problema en la salud de las personas.

El uso con fines biotecnológicos de bacterias para la descontaminación de aguas ofrece una posibilidad concreta para eliminar el plástico de los océanos. Las bacterias son altamente diversas y se ha encontrado ya una especie capaz de digerir y asimilar plástico, por lo que es necesario avanzar en la investigación para permitir su uso a gran escala, considerando las variables involucradas en su liberación, permanencia y productividad en el medio ambiente.

Propósito

El propósito es que los alumnos utilicen los conocimientos y habilidades propias de las ciencias, la

geografía y la matemática para dar solución a un problema medioambiental, investigando su origen y consecuencias, para luego modelar el uso de bacterias que permitan la degradación de plástico en los océanos, considerando las principales variables involucradas en su creación, liberación y permanencia en el ambiente.

Objetivos de Aprendizaje	Preguntas
<p>BIOLOGÍA DE LOS ECOSISTEMAS OA Conocimiento y comprensión OA 5 Valorar la importancia de la integración de los conocimientos de la biología con otras ciencias para el análisis y la propuesta de soluciones a problemas actuales presentes en sistemas naturales, considerando las implicancias éticas, sociales y ambientales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es el origen y el destino del plástico producido en el mundo? • ¿Por qué es un problema la presencia de plásticos en los ecosistemas, en especial en los océanos?
<p>BIOLOGÍA CELULAR Y MOLECULAR OA Conocimiento y comprensión OA 7 Analizar aplicaciones biotecnológicas en diversas áreas, como tratamientos para el cáncer, preservación y uso de células madre, y producción de organismos transgénicos, entre otros, y evaluar sus implicancias éticas, sociales y legales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Por qué las bacterias pueden ser útiles para eliminar el plástico presente en los océanos? • ¿Cómo se puede crear o mejorar bacterias que degraden el plástico presente en los océanos?
<p>CIENCIAS DE LA SALUD OA Conocimiento y comprensión OA 4 Investigar y comunicar la relación entre la calidad del aire, las aguas y los suelos con la salud humana, así como los mecanismos biológicos subyacentes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo podemos modelar el uso de bacterias para descontaminar ambientes marinos?
<p>FÍSICA OA Conocimiento y comprensión OA 5 Investigar y aplicar conocimientos de la física (como mecánica de fluidos, electromagnetismo y termodinámica) para la comprensión de fenómenos y procesos que ocurren en sistemas naturales, como los océanos, el interior de la Tierra, la atmósfera, las aguas dulces y los suelos. OA6 Valorar la importancia de la integración de los conocimientos de la física con otras ciencias para el análisis y la propuesta de soluciones a problemas actuales, considerando las implicancias éticas, sociales y ambientales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuáles son las posibles variables a tener en cuenta para la liberación y permanencia de bacterias degradadoras de plástico en los ambientes marinos? • ¿Qué ventajas y limitaciones puede presentar un modelo?
<p>QUÍMICA OA Conocimiento y comprensión OA 1 Evaluar el desarrollo del conocimiento científico y tecnológico en nanoquímica y química de polímeros, considerando sus aplicaciones y consecuencias en ámbitos como el ambiental, médico, agrícola e industrial.</p>	

OA 7 Valorar la importancia de la integración de los conocimientos de la química con otras ciencias para el análisis y la propuesta de soluciones a problemas actuales, considerando las implicancias éticas, sociales y ambientales.

GEOGRAFÍA, TERRITORIO Y DESAFÍOS SOCIOAMBIENTALES

OA Conocimiento y comprensión

OA 6 Recoger, sistematizar y comunicar información sobre procesos y dinámicas espaciales mediante el uso de estrategias y metodologías propias de la geografía, como interpretación y análisis de cartografía, georreferenciación y uso de imágenes, estadísticas e información geográfica, trabajo de campo, entrevistas, encuestas, mapeos participativos y escalas de percepción, entre otros.

MATEMÁTICA

OA Conocimiento y comprensión

OA 3 Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA Habilidades

OA a Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA c Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA e Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

CIENCIAS

OA Habilidades

OA a Formular preguntas y problemas sobre tópicos científicos de interés, a partir de la observación de fenómenos y/o la exploración de diversas fuentes.

OA c Describir patrones, tendencias y relaciones entre datos, información y variables.

OA f Desarrollar y usar modelos basados en evidencias para predecir y explicar mecanismos y fenómenos naturales.

OA i Analizar críticamente implicancias sociales, económicas, éticas y ambientales de problemas relacionados con controversias públicas que involucran ciencia y tecnología.

Tipo de Proyecto Interdisciplinario STEM

- Ciencias
- Matemática
- Geografía

Producto

Elaborar un modelo integrado y contextualizado que describa la creación de bacterias degradadoras de plástico en ambientes marinos, su liberación en zonas geográficas relevantes y su permanencia en dichos ambientes, basado en el conocimiento actual (biotecnológico, científico, geográfico y matemático).

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

- Pensamiento creativo
- Pensamiento crítico
- Trabajo colaborativo
- Solución de problemas

Recursos

Para la fase de comprensión del problema, es necesario el acceso a fuentes de información, fundamentalmente a través de internet.

En la fase de creación del modelo de bacteria, puede ser adecuado que los estudiantes construyan una maqueta, idealmente con materiales reciclados, donde se describa el proceso y las características de la bacteria. Otra opción es la elaboración de imágenes y animaciones computacionales.

Para las fases de creación de los modelos, es conveniente que usen una simulación computacional, que debe simular principalmente el crecimiento bacteriano y la tasa de liberación necesaria para su mantención en el ambiente, la sobrevivencia de las bacterias bajo influencias ambientales como salinidad y temperatura del agua, como también la dinámica de flujo del agua en los puntos geográficos clave donde es crítica la contaminación por plástico, teniendo en cuenta al menos las corrientes marinas que puedan afectar la permanencia de las bacterias en el ambiente acuático.

Etapas

- Fase 1: Comprensión del problema. Ayudar a los estudiantes por medio de preguntas y actividades a indagar sobre:
 - Origen del problema: ¿por qué los océanos se están llenando de plástico?
 - Tipos de plástico, su uso y degradación
 - Uso biotecnológico de bacterias para la descontaminación ambiental
- Fase 2: Elaboración de un modelo de bacteria que permita la degradación de plástico en los ambientes marinos.
- Fase 3: Elaborar un modelo que describe las condiciones geográficas para liberar la bacteria creada en los océanos y aplicar modelos matemáticos que describen el crecimiento y la permanencia de ella en el ambiente.
- Fase 4: Integración y puesta a prueba de los modelos. Elaboración de las conclusiones del

trabajo y proyección para su desarrollo a futuro.

- Fase 5: Presentación de resultados a la comunidad escolar y/o ferias científicas, de acuerdo a la disponibilidad y el contexto.

Cronograma semanal

Semana 1 (Fase 1)

- Indagar la información para la comprensión del problema.
- Guiar a los estudiantes con preguntas para realizar la problematización, mediante una investigación que tenga en cuenta las causas y consecuencias del uso y la liberación de plástico en ambientes marinos, las posibles variables involucradas y la utilización de bacterias para la descontaminación ambiental.
- Determinar la ejecución del trabajo: establecer roles y tareas para cada integrante.

Semana 2-3 (Fase 2)

- Elaborar un modelo de bacteria creada biotecnológicamente para degradar plástico.

Semana 4: (Fase 3)

- Elaborar un modelo que representa la dinámica de crecimiento y mantención de la población bacteriana en el ambiente marino, así como los factores geográficos que la afectan.

Semana 5-6: (Fase 4)

- Integración de los modelos elaborados y puesta a prueba.
- Redacción de conclusiones y proyecciones del trabajo realizado.
- Elaboración de la presentación del proyecto.

Semana 7: (Fase 5)

- Socialización del proyecto a la comunidad escolar y otras instancias, según disponibilidad y contexto.

Evaluación formativa

Rubrica para pensamiento crítico.

Evaluación sumativa

Puesta a prueba del modelo integrado y exposición del proyecto (rúbricas para el diseño de proyectos y la presentación).

Difusión final

Exposición del trabajo realizado a la comunidad escolar.

Bibliografía**Contextualización del problema del plástico en los océanos**

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.dw.com/es/onu-s%C3%B3lo-9-por-ciento-del-pl%C3%A1stico-usado-en-el-mundo-se-recicla/a-44077167>

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.elmundo.es/papel/historias/2019/03/05/5c7d4ad9fc6c83665c8b45db.html>

https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.nationalgeographic.com.es/naturaleza/grandes-reportajes/ahogados-mar-plastico_12712/4

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://news.un.org/es/story/2019/03/1452961>

Bacterias y degradación de plástico

<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.argenbio.org/index.php?action=novedades¬e=202>

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.elmundo.es/ciencia/2016/03/10/56e1c141e2704e7a6a8b4629.html>

https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/actualidad/crean-enzima-mutante-que-se-come-plastico_12616

Islas de plástico

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.infobae.com/2016/05/08/1809677-el-septimo-continente-la-misteriosa-isla-plastico-que-flota-el-pacifico/>

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://blogthinkbig.com/el-rostro-de-nuestros-desperdicios>

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.lavanguardia.com/natural/20160609/402387225954/isla-basura-pacifico.html>

Criterios de evaluación

Tanto para las habilidades del siglo XXI de Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico y Trabajo colaborativo, como para el Diseño de proyecto y la Presentación del trabajo, referirse a las rúbricas correspondientes en el Anexo.

Proyecto STEM: Construcción de casa bioclimática

Resumen del Proyecto

El proyecto interdisciplinar **Construcción de casa bioclimática** surge de la necesidad que tiene la población de diseñar y construir viviendas que sean más amigables con el medio ambiente, desde el punto de vista de aprovechar los recursos naturales, ahorrando en consumo de energía y disminuyendo el impacto medioambiental.

Aunque parezca una tendencia nueva y sofisticada, no es así, ya que los pueblos de la antigüedad, en todo el mundo, nos revelan que la arquitectura de aquel entonces buscaba permanentemente la eficiencia de los recursos naturales para permitir que los habitantes de un hogar tuvieran una mejor calidad de vida.

Con estos antecedentes, se busca que los estudiantes profundicen en soluciones en el diseño de modelos de construcción de viviendas eco-amigables, desde una perspectiva matemática, científica, artística y tecnológica, considerando los aspectos de la arquitectura sostenible.

Nombre del Proyecto

Construcción de casa bioclimática

Problema central

¿Qué aspectos debemos considerar para el diseño y la construcción de una casa bioclimática?

Hoy, las nuevas tendencias en arquitectura apuntan hacia lo autosuficiente y autosustentable. Cuidar el medio ambiente es una de las mayores preocupaciones de la época moderna y el lugar donde vivimos es fundamental para empezar a hacer algo relacionado con la ecología. Las casas ecológicas o bioclimáticas están de moda, por ser soluciones arquitectónicas al problema del consumo energético en las construcciones.

El objetivo de este proyecto es que los alumnos diseñen y construyan una vivienda que se caracterice por contar con un confort eco-amigable que genere bienestar a sus habitantes y minimice al máximo la huella de carbono y todo tipo de impactos ambientales. Además, tienen que buscar la combinación ideal de materiales, tanto naturales como procesados, fuentes de energía verdes, convencionales y recursos hídricos, para conseguir un ahorro energético y económico que tenga el mínimo impacto en el medio ambiente.

Propósito

Se pretende que utilicen los conocimientos y las habilidades propias de las ciencias, la matemática y las artes visuales para diseñar casas o edificios que cumplan con los patrones que rigen la arquitectura bioclimática actual, aprovechando los recursos naturales disponibles, como sol, lluvia, viento, vegetación, para que así se ahorre en consumo de energía y disminuyamos el impacto medioambiental, viviendo de una forma más sostenible.

Objetivos de Aprendizaje	Preguntas
<p>BIOLOGÍA DE LOS ECOSISTEMAS OA Conocimiento y comprensión OA 3 Explicar los efectos del cambio climático sobre la biodiversidad, la productividad biológica y la resiliencia de los ecosistemas, así como sus consecuencias sobre los recursos naturales, las personas y el desarrollo sostenible. OA 4 Investigar y comunicar cómo la sociedad, mediante la ciencia y la tecnología, puede prevenir, mitigar o reparar los efectos del cambio climático sobre los componentes y procesos biológicos de los sistemas naturales. OA 5 Valorar la importancia de la integración de los conocimientos de la biología con otras ciencias para el análisis y la propuesta de soluciones a problemas actuales presentes en sistemas naturales, considerando las implicancias éticas, sociales y ambientales.</p> <p>CIENCIAS OA Habilidades OA c Describir patrones, tendencias y relaciones entre datos, información y variables. OA f Desarrollar y usar modelos basados en evidencias para predecir y explicar mecanismos y fenómenos naturales. OA g Diseñar proyectos para encontrar soluciones a problemas, usando la imaginación y la creatividad.</p> <p>MATEMÁTICA OA Conocimiento y comprensión OA3 Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos de situaciones de crecimiento y decrecimiento que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.</p> <p>OA Habilidades OA a Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios. OA c Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico. OA e Construir modelos, realizando conexiones entre</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Se relacionan mis hábitos de consumo con el calentamiento global? • ¿Cómo afectan las acciones humanas a la sostenibilidad de los ecosistemas? • ¿Cómo podemos revertir el cambio climático? • ¿Cómo contribuyen la ciencia y la tecnología a prevenir, mitigar o reparar los efectos del cambio climático? • ¿Cómo influye el conocimiento en biología en el bienestar de las personas? • ¿Cómo ayudan la ciencia y la tecnología a resolver problemas que afectan tu sistema natural local? • ¿Cómo se relacionan la tecnología, la ética y los problemas ambientales?

variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema y tomar decisiones fundamentadas.

ARTES VISUALES

OA Conocimiento y comprensión

OA 2 Crear obras y proyectos de ilustración, audiovisuales y multimediales para expresar sensaciones, emociones e ideas, tomando riesgos creativos al seleccionar temas, materiales, soportes y procedimientos.

Tipo de Proyecto Interdisciplinario STEM

- Matemática
- Ciencias
- Tecnología
- Artes Visuales

Producto

Construir un modelo de casa bioclimática o eco-amigable que considere todos los aspectos relacionados con la arquitectura sostenible.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

- Creatividad e innovación
- Pensamiento crítico
- Comunicación
- Trabajo colaborativo
- Responsabilidad personal y social

Recursos

1. Para el modelo abstracto: los estudiantes podrían trabajar directamente con planos o diseños gráficos. Si es pertinente, diseñan un modelo de carácter virtual; es decir, emplean una simulación computacional como la que usan los profesionales relacionados con el área.
2. Para el modelo concreto: al construir una maqueta de su casa bioclimática, deberán trabajar con diversos materiales que se emplea normalmente para elaborar esos modelos o usar materiales reciclados para cumplir con los principales requisitos de la arquitectura sostenible.

Etapas

- Fase 1: Identificación del problema: Ayudar a los estudiantes, por medio de preguntas, a descubrir:
 - ¿Cómo puedo utilizar los recursos naturales para el funcionamiento de la casa bioclimática?
 - ¿Qué se debe considerar para lograr eficiencia y ahorro energético al interior de esa casa?

- ¿Cómo puedo construir un edificio o casa con 0% de emisiones al medio ambiente?
- ¿Qué materiales se emplea para construir una casa bioclimática?
- ¿Cómo reciclo los desechos de la casa bioclimática?
- Fase 2: Diseño de casa.
- Fase 3: Construcción de casa.
- Fase 4: Elaboración de conclusiones.
- Fase 5: Presentación del proyecto.

Cronograma semanal

Semana 1 (Fase 1)

- Identificación del problema.
- Guiar a los estudiantes mediante preguntas para que adquieran conocimientos orientados a diseñar y construir una casa eco-amigable.
- Establecer equipos de trabajo, con roles y tareas para cada integrante.

Semana 2 (Fase 2)

- Diseño de la casa bioclimática.

Semana 3 (Fase 3)

- Construcción de la casa.

Semana 4 (Fases 4 y 5)

- Redacción de conclusiones en un informe escrito.
- Presentación de proyectos.

Evaluación formativa

Elaboran una bitácora –que completarán según progrese cada una de las etapas respectivas– y diseñan la casa bioclimática en planos o programas computacionales.

Evaluación sumativa

Exposición del proyecto, incluyendo el diseño y la maqueta de la casa bioclimática.

Difusión final

El resultado final de los proyectos se presentará a la comunidad educativa por medio de una feria científica, donde cada grupo participante efectuará su respectiva exposición.

Bibliografía

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.ecologiaverde.com/10-claves-para-disenar-una-casa-bioclimatica-361.html>

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.sostenibilidad.com/construccion-y-urbanismo/arquitectura-bioclimatica-casas-que-ahorran/>

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.homify.cl/habitaciones/casas-ecologicas>

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.infiniski.cl/>

Criterios de evaluación

Tanto para las habilidades del siglo XXI de Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico y Trabajo colaborativo, como para el Diseño de proyecto y la Presentación del trabajo, referirse a las rúbricas correspondientes en el Anexo.

Proyecto STEM: ¡Todos contra el fuego!

El control de los incendios forestales

Resumen del Proyecto

El proyecto *¡Todos contra el fuego!* toma como punto de partida los daños ambientales, sociales y económicos que causan los incendios forestales en nuestro país año tras año, y que llegan a un promedio de 52.000 hectáreas quemadas en cada período, según los datos organizados por Conaf entre 1964 y 2018.

Con estos antecedentes, se busca que los estudiantes profundicen en soluciones para controlar la propagación de los incendios forestales en nuestro país, abordando el problema y la solución desde una perspectiva matemática y científica

<p>Nombre del Proyecto</p> <p style="text-align: center;">¡TODOS CONTRA EL FUEGO! El control de los incendios forestales</p>	
<p>Problema central</p> <p>¿Cuáles son las estrategias de control más efectivas de los incendios forestales, acorde a los patrones de propagación del fuego?</p> <p>Las condiciones ambientales que se dan especialmente en las estaciones de primavera y verano en nuestro país, como la carencia de lluvias y las altas temperaturas, aumentan las posibilidades de que se produzca un incendio forestal.</p> <p>Aunque las campañas de las autoridades se concentran en las acciones de prevención, es también un desafío para los organismos especializados, definir las mejores estrategias para controlar la propagación del fuego.</p> <p>De las buenas decisiones depende que disminuya el impacto negativo de estos fenómenos. Por lo tanto, uno de los objetivos de este proyecto es crear conciencia y convocar para la búsqueda de soluciones.</p>	
<p>Propósito</p> <p>Se pretende que los alumnos utilicen los conocimientos y las habilidades propias de la matemática y de las ciencias para dar solución a una situación real, definiendo las estrategias más efectivas para controlar un incendio forestal, por medio de la construcción de modelos que permitan determinar los patrones de propagación del fuego.</p>	
<p>Objetivos de Aprendizaje</p> <p>BIOLOGÍA</p> <p>OA 3 Conocimiento y comprensión</p>	<p>Preguntas</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Por qué los incendios forestales son hoy un problema mayor?

Explicar los efectos del cambio climático sobre la biodiversidad, la productividad biológica y la resiliencia de los ecosistemas, así como sus consecuencias sobre los recursos naturales, las personas y el desarrollo sostenible.

FÍSICA

OA Conocimientos y comprensión

OA 5 Investigar y aplicar conocimientos de la física (como mecánica de fluidos, electromagnetismo y termodinámica) para la comprensión de fenómenos y procesos que ocurren en sistemas naturales, tales como los océanos, el interior de la Tierra, la atmósfera, las aguas dulces y los suelos.

OA 6 Valorar la importancia de la integración de los conocimientos de la física con otras ciencias para el análisis y la propuesta de soluciones a problemas actuales, considerando las implicancias éticas, sociales y ambientales.

QUÍMICA

OA 7 Valorar la importancia de la integración de los conocimientos de la química con otras ciencias para el análisis y la propuesta de soluciones a problemas actuales, considerando las implicancias éticas, sociales y ambientales.

MATEMÁTICA

OA Conocimientos y comprensión

OA 3, 3° Medio: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos de situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA 4, Límites, derivadas e Integrales: Resolver problemas que involucren crecimiento o decrecimiento, concavidad, puntos máximos, mínimos o de inflexión de una función, a partir del cálculo de la primera y segunda derivada, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas

- ¿Cómo nos ayuda la ciencia a comprender el comportamiento del fuego en los incendios forestales?
- ¿Por qué podemos afirmar que aún no logramos extinguir los incendios con efectividad?
- ¿Hay patrones en la propagación del fuego en los incendios?
- ¿Cuáles son las posibles variables de control para manejar un incendio?
- ¿Cómo podemos modelar situaciones de incendios forestales?
- ¿Qué ventajas y limitaciones puede presentar un modelo?

digitales.

OA Habilidades

OA a Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA c Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA e Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

CIENCIAS

OA Habilidades

OA c Describir patrones, tendencias y relaciones entre datos, información y variables.

OA f Desarrollar y usar modelos basados en evidencias para predecir y explicar mecanismos y fenómenos naturales.

Tipo de Proyecto Interdisciplinario STEM

- Matemática
- Ciencias
- Tecnología

Producto

Un modelo de propagación del fuego para identificar patrones que permitan definir las mejores estrategias de control del fuego.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

Pensamiento crítico

Pensamiento creativo

Trabajo colaborativo

Recursos

1. Para modelo concreto: maqueta armable y ajustable que permita modelar terrenos e incendios, construida en material no combustible (aluminio).
2. Para modelo abstracto (icónico o gráfico): tablero de cartón con cuadrículas que representa

el terreno. Tarjetas celestes o amarillas para representar los drones que vierten agua y realizan quemas, tarjetas rojas para las zonas incendiándose y tarjetas negras para las zonas ya quemadas.

Para revisar estas alternativas, consulte las páginas 13 y 14 del libro que se encuentra en: <http://www.conectastem.cl/conecta/Libro/samples/Libros/>

Etapas

- Fase 1: Comprensión del problema. Ayudar a los estudiantes, mediante preguntas y actividades, a descubrir que:
 - Hay patrones en la propagación de incendios.
 - Hay mecanismos que generan propagación.
 - Hay variables de control.
- Fase 2: Construcción de modelo.
- Fase 3: Testeo del modelo por medio de resolución de casos (página 23 del libro que se encuentra en: <http://www.conectastem.cl/conecta/Libro/samples/Libros/>)
- Fase 4: Conclusiones.
- Fase 5: Presentación de las conclusiones al curso.

Cronograma semanal

Semana 1 (Fase 1)

- Plantear el problema.
- Guiar a los estudiantes con preguntas y actividades de descubrimiento, para que construyan conocimiento sobre los patrones y mecanismos de propagación del fuego, y las posibles variables de control.
- Determinar equipos de trabajo: establecer roles y tareas para cada integrante.

Semana 2 (Fases 2 y 3)

- Construcción del modelo y testeo por medio de casos dados.

Semana 3: (Fases 4 y 5)

- Redacción de conclusiones en informe escrito.
- Presentación de conclusiones al curso.

Evaluación formativa

Resolución de casos para testeo de modelos.

Evaluación sumativa

Exposición del proyecto.

Resolución de problemas: ejercicios para transitar de un modelo concreto a uno abstracto.

Difusión final

Demostración de las conclusiones frente a la comunidad.

Bibliografía

“Clase pública STEM Incendios Forestales. Conectando STEM”. Vol. 1. Roberto Araya. Proyecto Fondef CIAE. En: <http://www.conectastem.cl/conecta/Libro/samples/Libros/>

Para información general acerca de los incendios forestales y educación medioambiental:
<http://www.conaf.cl/incendios-forestales/combate-de-incendios-forestales/metodos-de-combate-de-incendios-forestales/>

http://www.conaf.cl/wp-content/files_mf/1550863101Introduccin.pdf

Criterios de evaluación

Tanto para las habilidades del siglo XXI de Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico y Trabajo colaborativo, como para el Diseño de proyecto y la Presentación del trabajo, referirse a las rúbricas correspondientes en el Anexo.

Proyecto STEM: Pulmones verdes al rescate

Aportando a un país más verde

Resumen del Proyecto

El proyecto *Pulmones verdes al rescate* es un trabajo basado en la necesidad de educar según la concepción de la Educación para el Desarrollo Sostenible (EDS), que empodera a las personas para que cambien su manera de pensar y trabajen hacia un futuro sostenible.

Otro aspecto a considerar es que Unesco ha declarado explícitamente que hay un creciente reconocimiento internacional de la EDS como elemento integral de la educación de calidad y facilitadora clave del desarrollo sostenible. Los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) adoptados por la comunidad mundial para los próximos 15 años incluyen la EDS. La meta 4.7 del ODS 4 sobre la educación aborda la EDS y los enfoques relacionados, como la Educación para la Ciudadanía Global.

En Chile se ha impulsado diversos programas que fomentan la forestación, el cultivo de plantas y el autocultivo de frutas y verduras (como el programa nacional de arborización, <http://www.conaf.cl/nuestros-bosques/arborizacion/> entre otras iniciativas); ello obedece a la necesidad de generar espacios verdes efectivos y propiciar una cultura de sostenibilidad frente al consumo y la demanda de recursos.

Con estos antecedentes, se busca que los jóvenes profundicen y apliquen sus saberes, habilidades y actitudes en medidas factibles para promover espacios verdes –de acuerdo a sus propios contextos socioculturales y geográficos–, empleando fundamentos científicos y tecnológicos de control y apuntando hacia el ingenio y soluciones sostenibles (soluciones ingenieriles).

Nombre del Proyecto

**Pulmones verdes al rescate
Aportando a un país más verde**

Problema central

¿Cómo promover e implementar iniciativas sostenibles y controladas de fomento de espacios verdes para el consumo y la sostenibilidad ambiental?

La avanzada urbanización de las distintas zonas de Chile, la falta de tiempo efectivo en una sociedad de consumo rápido y el creciente problema de desertificación han disminuido sostenidamente las zonas de encuentro verde, la realización de huertos y el fomento del acuocultivo de productos y su cuidado. Por lo tanto, hay que proponer iniciativas para impulsar este tipo de iniciativas en ámbitos locales, junto con una educación sostenible y de cuidado del medio ambiente.

Actualmente hay diversas iniciativas privadas y públicas para este fin; sin embargo, se requiere educar la conciencia verde de la comunidad escolar, como plataforma educativa de una comunidad completa.

Se puede implementar pulmones verdes con ayuda de la tecnología –de acuerdo al contexto local–, a partir de una promoción comprometida y adecuando e ingeniando soluciones de control apropiadas al espacio físico, luego de un diagnóstico de recursos.

La meta de este proyecto es diseñar sistemas verdes (árboles, plantas, cultivos de diversos tipos, entre otros) adaptados al contexto de cada comunidad y empleando medios de control tecnológicos que ellos mismos diseñen.

Propósito

Se espera que los estudiantes empleen sus actitudes, conocimientos y habilidades para concebir diseños asociados a ciencia y tecnología para la educación sostenible: ello implica implementar y promover diseños tecnológicos para implementar recursos vegetacionales de Chile, de acuerdo a las variables propias de su contexto (clima, geografía y disposición de espacio, entre otras).

Objetivos de Aprendizaje

QUÍMICA

OA Conocimiento y comprensión

OA 4 Explicar efectos del cambio climático sobre los ciclos biogeoquímicos y los equilibrios químicos que ocurren en los océanos, la atmósfera, las aguas dulces y los suelos, así como sus consecuencias sobre el bienestar de las personas y el desarrollo sostenible.

OA 6 Evaluar la contribución de la química y sus aplicaciones tecnológicas en el entendimiento, la prevención y mitigación de efectos derivados del cambio climático y la restauración de los sistemas naturales afectados.

CIENCIAS

OA Habilidades

OA c Describir patrones, tendencias y relaciones entre datos, información y variables.

OA f Desarrollar y usar modelos basados en evidencias para predecir y explicar mecanismos y fenómenos naturales.

Preguntas

- ¿Cómo contribuir a mitigar el cambio climático mediante el fomento de recursos vegetacionales en Chile?
- ¿Cómo se relacionan los recursos vegetacionales con el ambiente?
- ¿Cómo decidir qué especies vegetales recuperar o emplear para un uso sostenible?
- ¿Cuáles son las posibles variables de control para manejar el recurso que se quiere promover, por medio de dispositivos tecnológicos de control?
- ¿Cómo podemos controlar las variables usadas para optimizar el proceso?
- ¿Qué ventajas y limitaciones puede presentar este proyecto?

EDUCACIÓN TECNOLÓGICA**OA Conocimiento y comprensión**

OA 3 Evaluar las propuestas de soluciones que apunten a resolver necesidades de reducción de efectos perjudiciales relacionados con el uso de recursos energéticos y materiales, considerando aspectos o dilemas éticos, legales, económicos, ambientales y sociales.

MATEMÁTICA**OA Conocimiento y comprensión**

OA 3, 3° Medio: Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos de situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA 4, Límites, derivadas e Integrales: Resolver problemas que involucren crecimiento o decrecimiento, concavidad, puntos máximos, mínimos o de inflexión de una función, a partir del cálculo de la primera y segunda derivada, en forma manuscrita y utilizando herramientas tecnológicas digitales.

OA Habilidades

OA a Construir y evaluar estrategias de manera colaborativa al resolver problemas no rutinarios.

OA e Construir modelos, realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema y tomar decisiones fundamentadas.

Tipo de Proyecto Interdisciplinario STEM

- Matemática
- Ciencias
- Tecnología

Producto

Diseñar dispositivos tecnológicos para implementar recursos vegetacionales de Chile en contextos locales, analizando cómo establecer estrategias sostenibles.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

Pensamiento crítico

Pensamiento creativo

Trabajo colaborativo

Recursos

1. Para diseños concretos: se sugiere que usen elementos que puedan reutilizarse (como neumáticos viejos, botellas plásticas) y otros materiales de acuerdo a su respectivo diseño, como madera, clavos u otros para construir maceteros, huertas u otros de acuerdo al análisis de contexto del recurso vegetal a promover.
2. Para el modelo abstracto (diseño de plantillas de control): plantillas de control de variables, usando programas en ambientes digitales, como plantillas Excel, para controlar variables como crecimiento, cantidad de agua usada, valores de pH, entre otros.
3. Otros dispositivos: en virtud del control de variables anexas –como pH, calidad del suelo, granulometría u otros–, pueden necesitar dispositivos extra en el montaje tecnológico y la construcción del dispositivo para conservar el recurso vegetal. (Por ejemplo: si son lechugas o similares y se desea controlar el goteo de agua, cabe incluir un sensor o cuentagotas).

Etapas

- Fase 1: Comprensión del problema. Ayudar a los estudiantes con preguntas y actividades, a indagar sobre:
 - Tipos de recursos vegetacionales a trabajar; es decir, seleccionar las plantas, árboles u otros a trabajar en virtud de las variables clima, cuidados y factibilidad.
 - Estudio de factibilidad espacial; supone reconocer el espacio con el cual se puede trabajar, incluso si es dentro o fuera de la escuela, dependiendo del contexto.
 - Recursos materiales disponibles, mapeando los materiales apropiados para el dispositivo, ya sea invernadero, huerta o cultivo hidropónico, entre otros.
 - Determinar las variables de optimización, fijando los recursos que se monitoreará para la sostenibilidad del proyecto (pH, suelos, minerales, entre otros).
- Fase 2: Construcción de los dispositivos: luego de decidir qué tipo de recurso pretenden fomentar, fabrican su dispositivo, usando modelos tipo plano para el diseño concreto.
- Fase 3: Muestreo inicial de variables y control de los dispositivos; es decir, revisar cómo se

controlará las variables y si se requiere de otros dispositivos tecnológicos como sensores para este fin, de manera que luego puedan graficar y controlar la efectividad del diseño por medio de planillas.

- Fase 4: Informe de impacto, que incluirá los avances, logros y limitaciones del diseño planteado y ver cómo se podría masificar.
- Fase 5: Presentación de resultados, usando ambientes tecnológicos para mostrar el proceso y los resultados obtenidos a fin de compartirlos con la comunidad escolar y otros, de acuerdo a la disposición y el contexto.

Cronograma semanal

Semana 1 (Fase 1)

- Conseguir la información necesaria para comenzar las plantaciones, y determinar qué recursos vegetales trabajarán.
- Guiar a los estudiantes con preguntas y actividades de descubrimiento, para que analicen la factibilidad de variables como clima, recursos hídricos, espacios a utilizar, recursos materiales con los que se cuenta.
- Determinar la ejecución del trabajo: establecer roles y tareas para cada integrante.

Semana 2 (Fase 2)

- Construir el modelo y elaborar planos para establecer un catastro inicial de recursos disponibles y recursos por obtener.

Semanas 3-4: (Fase 3)

- Determinar el tipo de sensores o dispositivos de control, y construirlos.

Semana 5-7: (Fase 4)

- Muestreo inicial de datos para elaborar el informe.

Semana 8: (Fase 5)

- Compartir los resultados a través de diversos entornos y redes.

Evaluación Formativa

Desarrollo de rúbricas para trabajo colaborativo y diseño de proyectos.

Evaluación Sumativa

Exposición del proyecto.

Difusión Final

Socializar los avances, limitaciones y proyecciones del trabajo por medio de entornos tecnológicos y sociales, y exponer los resultados.

Bibliografía

Tutorial para sembrar:

<https://www.youtube.com/watch?v=61uSqNHBBhs>

Sistema web de bajo costo para monitorear y controlar un invernadero agrícola: *Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería*, vol. 25 N° 4, 2017, pp. 599-618:

<https://scielo.conicyt.cl/pdf/ingeniare/v25n4/0718-3305-ingeniare-25-04-00599.pdf>

Referencias para realizar huertos escolares: <https://huertoescolar2.blogspot.com/2008/09/inicio-huerto-escolar.html>

Criterios de evaluación

Tanto para las habilidades del siglo XXI de Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico y Trabajo colaborativo, como para el Diseño de proyecto y la Presentación del trabajo, referirse a las rúbricas correspondientes en el Anexo.

Proyecto: Alimentación saludable en mi colegio

Resumen del Proyecto

Este proyecto considera el desafío que enfrentamos como país en cuanto a tener una alimentación más saludable y cambiar la dirección de los índices de obesidad, especialmente en los niños y niñas.

Los estudiantes podrán reflexionar y comprender los efectos de una alimentación *no* saludable, para crear un plan que considere variables clave para mejorarla, usando evidencia estadística.

Además, podrán conectarse interdisciplinariamente con el uso de tecnologías y habilidades de diseño para difundir la propuesta que elaboren y los correspondientes resultados.

Nombre del Proyecto <p style="text-align: center;">ALIMENTACIÓN SALUDABLE EN MI COLEGIO</p>	
Problema central Radica en el aumento de los índices de obesidad en nuestro país y la necesidad de crear conciencia para mejorar los hábitos alimenticios de la población y cuidar la salud.	
Propósito Se pretende que los alumnos apliquen conocimientos de estadística, biología y alimentación para elaborar un plan de alimentación saludable, y que difundan acciones para el cuidado de la salud.	
Objetivos de Aprendizaje MATEMÁTICA OA de Conocimiento y comprensión OA2. Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales. OA de Habilidad OAC. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico. OAD. Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados. CIENCIAS DE LA SALUD Módulo Bienestar y Salud OA de Conocimiento y comprensión OA1. Analizar, sobre la base de la investigación, factores biológicos, ambientales y sociales que influyen en la salud	Preguntas ¿Cómo me permite el análisis de datos tomar buenas decisiones respecto de una alimentación saludable? ¿Cómo nos ayuda la estadística para crear un plan de alimentación saludable? ¿Qué variables hay que considerar para crear ese plan? ¿Cómo comunicar los resultados del análisis estadístico para sensibilizar a la comunidad? ¿Cómo me permite la alimentación saludable tener una mejor calidad de vida? ¿Cómo sensibilizar a la comunidad para

humana (como la nutrición, el consumo de alimentos transgénicos, la actividad física, el estrés, el consumo de alcohol y drogas, y la exposición a rayos UV, plaguicidas, patógenos y elementos contaminantes, entre otros).	que sean agentes activos en la ejecución de un plan de alimentación saludable?
--	--

Tipo de Proyecto Interdisciplinario

- Matemática
- Ciencias de la Salud, Módulo Bienestar y Salud

Producto

- Plan de alimentación que permita el cuidado de la salud.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

- Pensamiento creativo e innovación
- Pensamiento crítico
- Trabajo colaborativo

Recursos y descripción de actividades

- Bibliografía
- TIC

Etapas

- Fase 1: Análisis del problema e investigación de las variables:
 - Ley de etiquetado de alimentos, vigente en Chile desde 2016 (Minsal, 2016).
 - Restricciones en otros países.
 - Efectos del consumo inadecuado de azúcar.
- Fase 2: Investigación y análisis estadístico sobre datos nutricionales:
 - Especifican los alimentos de consumo frecuente.
 - Averiguan el promedio de azúcar por cada 100 g de los alimentos de consumo frecuente.
 - Determinan la desviación estándar e interpretan dichos valores.
 - Efectúan una comparación grupal de los promedios e interpretan las distintas desviaciones estándar obtenidas.
 - Establecen un promedio de todos los datos y evalúan el uso de la desviación estándar.
- Fase 3: Aplicación y evaluación del plan piloto:
 - De acuerdo a los datos obtenidos, definen y aplican un plan piloto de alimentación saludable.
 - Recogen los resultados tras efectuar el plan piloto.
- Fase 4: Elaboración del plan final:
 - Reelaboran la propuesta del plan de alimentación saludable en función de los resultados obtenidos en el piloto.
 - Fundamentan sus decisiones.
- Fase 5: Difusión de los resultados del proyecto:
 - Definen cómo difundir los resultados del proyecto.

Cronograma semanal

Semana 1: Análisis del problema e investigación (Fase 1)

Semana 2: Investigación y determinación de datos estadísticos. (Fase 2)

Semana 3: Aplicación y evaluación plan piloto; elaboración de plan final (Fases 3 y 4)

Semana 4: Difusión (Fase 5)

Evaluación formativa

Los estudiantes elaboran un informe de avance con los principales resultados de la investigación, las listas de datos recolectadas en cada hogar y los cálculos realizados para los promedios y las desviaciones estándar.

Evaluación sumativa

Cada grupo entrega su plan de alimentación saludable final y el material de difusión para comunicarlo a los integrantes de la comunidad educativa. Pueden elaborar videos breves, afiches, folletos etc.

Difusión final

Dan a conocer el plan de alimentación saludable en el colegio y exponen los principales resultados a la comunidad (directivos, docentes y estudiantes) por medio de material informativo (videos breves, afiches, folletos etc.); incluyen asimismo una muestra de alimentación saludable.

Bibliografía

- Minsal (201). Nueva ley de etiquetado de alimentos. Ministerio de Salud. Disponible en <https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.minsal.cl/ley-de-alimentos-nuevo-etiquetado-de-alimentos/>
- Minsal. Políticas públicas en alimentación y nutrición. En: <https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.minsal.cl/politicas-publicas-en-alimentacion-y-nutricion/>

Proyecto TP: Optimizando espacios culturales

Resumen del Proyecto

El foco del proyecto radica en mejorar las condiciones en las que el público escolar ve un espectáculo teatral en su establecimiento, para mantener su atención y motivación. Ello requiere optimizar los espacios culturales.

Los estudiantes partirán del supuesto de un recinto de forma semicircular (anfiteatro) para definir el mejor diseño –aplicando conocimientos de la geometría euclidiana– y construir un modelo que puedan aplicar posteriormente en una función de títeres en un jardín infantil.

Nombre del Proyecto <p style="text-align: center;">OPTIMIZANDO ESPACIOS CULTURALES</p>	
Problema central ¿Cómo logramos que todos los niños tengan una buena visión de los espectáculos en los espacios con que cuentan los establecimientos educacionales?	
Propósito Se pretende que los alumnos apliquen sus conocimientos de geometría para buscar la mejor distribución que se le pueda dar a los asientos en un anfiteatro, a fin de optimizar las condiciones visuales del público infantil.	
Objetivos de Aprendizaje MATEMÁTICA OA4. Resolver problemas de geometría euclidiana que involucran relaciones métricas entre ángulos, arcos, cuerdas y secantes en la circunferencia, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas. FORMACIÓN TÉCNICO-PROFESIONAL OAA. Comunicarse oralmente y por escrito con claridad, utilizando registros de habla y de escritura pertinentes a la situación laboral y a la relación con los interlocutores. OAH. Manejar tecnologías de la información y comunicación para obtener y procesar información pertinente al trabajo, así como para comunicar resultados, instrucciones e ideas. ATENCIÓN DE PÁRVULOS OA2. Preparar, utilizar y almacenar material didáctico y	Preguntas ¿Por qué es importante acceder a eventos culturales desde la educación parvularia? ¿Cómo se puede optimizar los espacios escolares para traer eventos culturales a los establecimientos? ¿Qué aspectos fundamentales permiten que todo el público pueda disfrutar de una función desde sus asientos? ¿Cómo podemos mejorar la visión del público en un espectáculo teatral? ¿Cómo podemos implementar un anfiteatro en la escuela para que todos los asistentes tengan una buena visión?

de ambientación educativa para el apoyo a las actividades con los párvulos, aplicando criterios pedagógicos, estéticos y de equidad en materia de género, etnia y cultura.

¿Cómo ayudan los conocimientos de geometría a responder la pregunta anterior?

OA9. Atender a niños y niñas menores de seis años en las horas de descanso y de recreación, generando alternativas de uso del tiempo libre y propiciando el descanso de cada uno, de acuerdo a las edades de cada niño y niña.

Tipo de Proyecto Interdisciplinario

- Matemática
- Atención de párvulos

Producto

- Un modelo de anfiteatro con la mejor ubicación de los asientos para optimizar la visión de los asistentes.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

- Pensamiento creativo e innovación
- Pensamiento crítico
- Trabajo colaborativo

Recursos

Bibliografía
TIC
Software GeoGebra

Etapas

- Fase 1: Recolectar información:
 - Acerca de los elementos clave para obtener una buena visión en un anfiteatro.
 - Respecto de las opciones de disposición de los asientos en un anfiteatro.
- Fase 2: Aplicar conocimientos de geometría:
 - Utilizan aplicaciones como GeoGebra para explorar y diseñar espacios, a partir de los conceptos de circunferencia y ángulos.
- Fase 3: Elaborar la propuesta y ponerla en común:
 - Comparan sus resultados de manera colaborativa.
 - Definen la mejor distribución para los espectadores.
 - Construyen un modelo.
 - Realizan una puesta en común para mejorar sus propias propuestas.
- Fase 4: Transferir el modelo:
 - Presentan una obra de teatro en un jardín infantil.

Cronograma semanal

- Semana 1: Recolectar información (Fase 1)
- Semana 2: Aplicar conocimientos de geometría (Fase 2)
- Semana 3: Construir y poner en común (Fase 3)
- Semana 4: Transferir información del modelo (Fase 4)

Evaluación Formativa

Presentan un informe con las conclusiones obtenidas luego de aplicar los conocimientos de geometría, que servirá de base para tomar las decisiones respecto del modelo a construir.

Evaluación Sumativa

Presentan el modelo del anfiteatro con la mejor distribución de asientos para mejorar la visión de los espectadores.

Difusión Final

Los estudiantes presentan sus modelos y posteriormente lo transfieren en una actividad concreta con un jardín infantil.

Bibliografía

Cómo diseñar los asientos de un teatro: 21 layouts detallados. En:
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.plataformaarquitectura.cl/cl/799896/como-diseñar-los-asientos-de-un-teatro-21-layouts-detallados>

Criterios de evaluación

Tanto para las habilidades del siglo XXI de Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico y Trabajo colaborativo, como para el Diseño de proyecto y la Presentación del trabajo, referirse a las rúbricas correspondientes en el Anexo 2.

Proyecto TP: Mejorando la eficiencia energética

En nuestro liceo para potenciar la sustentabilidad ambiental

Resumen del Proyecto

Este proyecto se enmarca dentro de la preocupación central que hoy tiene en nuestro país el logro de una política de eficiencia energética, mediante la implementación de políticas públicas y la promoción de un cambio cultural.

El proyecto permite que los estudiantes diseñen un plan de mejoramiento de las instalaciones eléctricas del liceo para obtener un uso más eficiente de la energía, con base en argumentos propios de sustentabilidad ambiental matemática para la toma de estas decisiones. Para ello, reflexionarán respecto de las variables y los factores propios de circuitos eléctricos, generando nuevos conocimientos que relacionan la matemática con la especialidad de su formación.

Nombre del Proyecto

MEJORANDO LA EFICIENCIA ENERGÉTICA DE NUESTRO LICEO PARA POTENCIAR LA SUSTENTABILIDAD AMBIENTAL

Problema central

Las instalaciones eléctricas de nuestro liceo, ¿permiten un uso eficiente de la energía, evitando el sobreconsumo y sobrecarga?

Propósito

Este proyecto tiene como propósito que los alumnos elaboren un plan de eficiencia energética para su liceo, basado en la sustentabilidad ambiental, para comprender la normativa vigente respecto del consumo eléctrico y el recargo asociado por mal factor de potencia.

Objetivos de Aprendizaje

MATEMÁTICA

OA de Conocimiento y Comprensión

OA1. Resolver problemas de adición, sustracción, multiplicación y división de números complejos C , en forma pictórica, simbólica y con uso de herramientas tecnológicas.

CIENCIAS PARA LA CIUDADANÍA

Módulo Seguridad: Prevención y Autocuidado

OA 2. Diseñar, evaluar y mejorar soluciones que permitan reducir las amenazas existentes

Preguntas

¿Cómo optimizar el uso de la energía eléctrica?

¿Por qué las medidas de eficiencia energética constituyen hoy una preocupación mundial?

¿Cuál es el impacto del sobreconsumo eléctrico en la sustentabilidad ambiental?

¿De qué manera los principios matemáticos pueden ayudar en la resolución de problemas relacionados con electricidad y sustentabilidad?

en el hogar y en el mundo del trabajo (en sistemas eléctricos y de calefacción, y exposición a radiaciones, entre otros) para disminuir posibles riesgos en el bienestar de las personas y el cuidado del ambiente

FORMACIÓN TÉCNICO-PROFESIONAL

OAC. Realizar las tareas de manera prolija, cumpliendo plazos establecidos y estándares de calidad, y buscando alternativas y soluciones cuando se presentan problemas pertinentes a las funciones desempeñadas.

OAH. Manejar tecnologías de la información y comunicación para obtener y procesar información pertinente al trabajo, así como para comunicar resultados, instrucciones e ideas.

OA ELECTRICIDAD

OA1. Leer y utilizar especificaciones técnicas, planos, diagramas y proyectos de instalación eléctricos.

OA5. Cubicar materiales e insumos para instalaciones eléctricas de baja tensión, de acuerdo a los planos y a las especificaciones técnicas y aplicando los principios matemáticos que corresponda.

¿Cómo podemos mejorar la eficiencia energética de nuestra comunidad educativa?

¿Cómo me permiten los conocimientos técnicos proponer con claridad un plan de mejora de eficiencia energética?

Tipo de Proyecto Interdisciplinario

- Matemática
- Ciencias para la Ciudadanía
- Especialidad de Electricidad

Producto

- Presentación de un plan de ahorro de energía que permita mejorar el uso de la electricidad en su liceo.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

- Pensamiento creativo e innovación
- Pensamiento crítico
- Trabajo colaborativo

Recursos

- Bibliografía
- TIC
- Insumos eléctricos

Etapas

- Fase 1: Identificación del problema:
 - Reflexión a partir de las preguntas esenciales.
- Fase 2: Investigación empírica:
 - Mediciones a circuitos eléctricos con corriente continua y alterna aplicando Ley de Ohm y de Kirchhoff.
 - Aplican el concepto de fasor (en forma polar).
 - Grafican voltaje en GeoGebra.
- Fase 3: Profundización acerca de circuitos eléctricos:
 - Determinan la oposición que presenta cada componente del circuito en función del voltaje y la corriente en cada una de ellas.
 - Comparan un circuito que incluye solo resistencias puras y otro en el que se incorpora capacitores o una bobina.
 - Indagan la potencia eléctrica en circuitos alternos sinodales.
 - Analizan los circuitos eléctricos para determinar la potencia individual y la potencia total de cada circuito.
 - Determinan la potencia compleja, la potencia aparente, la potencia promedio (activa) y la potencia reactiva en circuitos eléctricos.
- Fase 4: Análisis de la situación energética del establecimiento:
 - Recorren el establecimiento y analizan las instalaciones en aspectos observables, como las luminarias, los dispositivos que permanecen constantemente conectados a la red eléctrica u otros elementos con los que cuenta el liceo, como bomba de agua, maquinaria de talleres, entre otros.
 - Determinan qué porcentaje de sobrecarga se aplicaría a su circuito RLC (resistencia, bobina y capacitor) a diario y mensualmente.
 - Analizan boletas de consumo eléctrico domiciliarias, de un local comercial y del establecimiento educacional mismo, y determinan energía activa y reactiva, y potencia activa y reactiva.
 - Calculan los eventuales porcentajes de sobrecarga y el costo monetario que ello implica.
- Fase 5: Elaboración de un plan de mejora:
 - Elaboran un plan de mejora acorde a los resultados obtenidos.
 - Cotizan los materiales necesarios para ese plan.
- Fase 6: Difusión de la propuesta:
 - Presentan su propuesta al equipo de gestión para su consideración.

Cronograma semanal

- Semana 1: Identificación del problema, investigación empírica y profundización (Fases 1, 2 y 3)
- Semana 2: Análisis de la situación energética del establecimiento (Fase 4)
- Semana 3: Elaboración y difusión del Plan de Mejora (Fase 5 y 6)

Evaluación formativa

Los estudiantes presentan un informe de avance en el que exponen sus hallazgos (conclusiones) y señalan los conceptos matemáticos en los cuales apoyan sus trabajos.

Evaluación sumativa

Los alumnos, de forma colaborativa, redactan un informe con un Plan de Mejora al sistema energético del establecimiento con los costos y beneficios asociados, y lo entregan a las autoridades del liceo para que lo evalúen.

Difusión final

Los estudiantes presentan a las autoridades sus proyectos de plan de eficiencia energética para el establecimiento.

También pueden participar en ferias científicas, haciendo una muestra de los gráficos y explicando a la comunidad educativa lo relevante que es usar números complejos en la especialidad de electricidad y la aplicación que tienen en el consumo eléctrico de un domicilio o de un establecimiento escolar.

Además, pueden grabar videos (cápsulas) en que expliquen una boleta de consumo eléctrico, el sobreconsumo, métodos para facturar el sobreconsumo y formas de reducir o eliminar el sobreconsumo de las boletas domiciliarias.

Criterios de evaluación

Tanto para la evaluación del Pensamiento creativo e innovación, Pensamiento crítico y Trabajo colaborativo, como para el Diseño de proyecto y la Presentación del trabajo, referirse a las rúbricas en el anexo correspondiente.

Bibliografía

- Wikiversidad. (2019). *Ley de Ohm*. Disponible en https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikiversity.org/wiki/Ley_de_Ohm
- Wikiversidad. (2019). *Ley de corriente de Kirchhoff*. Disponible en: https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.wikiversity.org/wiki/Ley_de_Corriente_de_Kirchhoff

Proyecto TP: Cuidando nuestra audición

Resumen del Proyecto

El proyecto permite que los estudiantes planifiquen actividades para que la comunidad educativa tome conciencia de los posibles daños debidos a la contaminación acústica y conozca las medidas que debe implementarse para prevenir y conservar una buena calidad de vida y salud.

Para comenzar, buscarán información relacionada con el sonido: cómo se mide y cómo afecta la calidad de audición futura. Luego contrastarán sus ideas previas respecto del sonido con la evidencia analizada. Después evaluarán un modelo matemático que puede aplicarse para conjeturar y realizar cálculos de diferentes situaciones de ruido, a fin de proponer actividades piloto para verificar y argumentar las conjeturas planteadas.

Nombre del Proyecto	
CUIDANDO NUESTRA AUDICIÓN	
Problema central	
¿Por qué escuchar la música con volumen muy alto daña nuestra audición? ¿En qué medida somos conscientes de los niveles de ruido que hay en nuestro liceo?	
Propósito	
Este proyecto permitirá que los estudiantes reflexionen sobre el daño que puede ocasionar, en el mediano y largo plazo, el estar expuestos a ruidos por sobre los niveles recomendados, y cómo se puede prevenir esta situación.	
MATEMÁTICA	Preguntas
OA Conocimiento y comprensión	
OA3. Aplicar modelos matemáticos que describen fenómenos o situaciones de crecimiento y decrecimiento, que involucran las funciones exponencial y logarítmica, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas, y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de la información en ambientes digitales y redes sociales.	¿Cómo podemos saber qué ruidos afectan a nuestra audición?
	¿Cómo podemos advertir niveles auditivos que superan la capacidad auditiva humana?
	¿Qué conocimientos matemáticos nos permiten abordar el problema de niveles auditivos dañinos?
FORMACIÓN TÉCNICO-PROFESIONAL	
OAH. Manejar tecnologías de la información y comunicación para obtener y procesar información pertinente al trabajo, así como para comunicar resultados, instrucciones e ideas.	¿Cuál es el nivel de ruido que existe en las distintas dependencias del liceo?
OAK. Prevenir situaciones de riesgo y enfermedades ocupacionales, evaluando las	¿Qué medidas podemos tomar para prevenir y velar por el autocuidado de nuestra capacidad auditiva?

condiciones del entorno del trabajo y utilizando los elementos de protección personal según la normativa correspondiente.

ENFERMERÍA

OA2. Medir, controlar y registrar parámetros de salud de los pacientes, como peso, talla, temperatura, signos vitales y presión arterial, aplicando instrumentos de medición apropiados.

OA 6. Registrar información en forma digital y manual, relativa al control de salud de las personas bajo su cuidado, y relativa a procedimientos administrativos de ingreso, permanencia y egreso de establecimientos de salud o estadía, resguardando la privacidad de las personas.

Tipo de Proyecto Interdisciplinario

- Matemática
- Enfermería

Producto

- La creación de una video-cápsula difundida a través de redes sociales para sensibilizar y reconocer los niveles de ruido a los cuales estamos expuestos en el liceo y en la vida diaria.

Habilidades y actitudes para el siglo XXI

- Pensamiento creativo e innovación
- Pensamiento creativo
- Trabajo colaborativo

Recursos

PC y herramientas tecnológicas (softwares y Apps)

Etapas

- Fase 1: Identificar el problema:
 - Reflexionar en torno a las preguntas esenciales.
- Fase 2: Obtener información:
 - El ruido y su medición.
 - Evidencia nacional sobre problemas auditivos.
 - Problemas auditivos y el autocuidado al respecto.
 - Efecto del ruido en nuestro oído.
 - Conceptos clave en relación con el sonido.
- Fase 3: Verificar el modelo:
 - Aplicar un modelo logarítmico para calcular decibeles.
 - Usar apps para simular sonómetros.

- Medir decibeles y registrar resultados en el establecimiento.
- Fase 4: Elaborar un informe y hacer una video-cápsula sobre:
 - Daños que provoca el ruido.
 - Medidas a tomar para prevenirlos.
- Fase 5: Difundir la video-cápsula:
 - En redes sociales y página web.

Cronograma semanal

- Semana 1: Identificar el problema (Fase 1)
- Semana 2: Obtener información y verificar el modelo (Fases 2 y 3)
- Semana 3: Elaborar el informe y hacer la video-cápsula (Fase 4)
- Semana 4: Difundir la video-cápsula (Fase 5)

Evaluación formativa

Los estudiantes elaboran un informe breve en que proponen actividades para la muestra con los principales resultados de la investigación. Se entrega retroalimentación por medio de la coevaluación.

Evaluación sumativa

En grupos, presentan la video-cápsula a los integrantes de la comunidad educativa y exponen un afiche sobre la investigación realizada, con aspectos formales respecto del proyecto.

Difusión final

Elaboran un informe y exponen los principales resultados del proyecto a la comunidad educativa (directivos, docentes y estudiantes). Elaboran una video-cápsula y un afiche para exponer los resultados obtenidos.

Bibliografía

Edición del ruido

<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.medicionderuido.cl>

OMS “Escuchar sin riesgos”

https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.who.int/pbd/deafness/activities/MLS_Brochure_Spanish_lowres_for_web.pdf

Action on hearing loss

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.actiononhearingloss.org.uk/you-can-help/campaigns-and-influencing/campaigns-by-country/dont-lose-the-music/>

Cómo hacer un cortometraje

<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.participamelies.com/wp-content/uploads/2016/03/como-hacer-cortometraje-participa-melies.pdf>

Bibliografía

- Bermejo, M. (1991). *Geometría descriptiva aplicada*. México: Alfaomega.
- Bertoline, G., Wiebe, E., Miller, C. y Mohler, J. (1999). *Dibujo en ingeniería y comunicación gráfica*. México: McGraw Hill.
- Fadel, Ch., Bialik, M., y Trilling, B. (2016). *Educación en cuatro dimensiones: las competencias que los estudiantes necesitan para su realización*. Santiago: Graphika.
- Fraleigh, J. (1997). *Cálculo con geometría analítica*. México: Fondo Editorial Interamericano.
- Griffin, P. (2014). *Assessment for Teaching*. Melbourne: Cambridge University Press.
- Hawk, M.C. (1991). *Geometría descriptiva*. México: McGraw Hill.
- Herrera, B. y Montero López, F. (2002). *Geometría analítica, descriptiva y proyectiva para arquitectos y diseñadores*. México: Pearson Educación.
- Holliday-Darr, K. (2000). *Geometría descriptiva*. México: Thomson International
- Larmer, J., Mergendoller, J. y Boss, S. (2015). *Setting the standard for project based learning: A proven approach to rigorous classroom instruction*. Alexandria, VA.: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Larson, R. y Hostetler, R. (1995). *Cálculo y geometría analítica*. Bogotá: McGraw-Hill.
- Lehmann, C. H. (1964). *Álgebra*. México: Limusa.
- Leighton, W. B. (1987). *Geometría descriptiva*. Barcelona: Reverté.
- Leithold, L. (1998). *El cálculo con geometría analítica*. (7ª edición). México: Harla.
- Moss, C. & Brookhart, S. (2009). *Advancing formative assessment in every classroom: a guide for instructional leaders*. Alexandria, VA.: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Purcell, E.J. y Varberg, D. (1993). *Cálculo con geometría analítica*. México: Prentice Hall Hispanoamericana.
- Rosenmann, R. (1981). *Geometría descriptiva diédrica: con aplicación a geología*. Santiago: Instituto de Investigaciones Geológicas.
- Simmons, G. (2002). *Cálculo y geometría analítica*. (2ª edición). Bogotá: Mc Graw-Hill.
- Stein, S. y Barcellos, A. (1995). *Cálculo y geometría analítica*. Bogotá: Mc Graw-Hill.
- Stewart, J. (1999). *Cálculo: trascendentes tempranas*. México: Thomson International.
- Stewart, J. (2006). *Cálculo: conceptos y contextos*. México: Thomson International.

Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2012). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo*. Santa Fe, México: Cengage Learning.

Swokowski, E. (1987). *Introducción al cálculo con geometría analítica*. México: Iberoamericana.

Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. En Gauvain & Cole (Eds.), *Readings on the Development of Children*. Ney York: Scientific American Books, pp.34 – 40.

Wiggins, G. & McTighe, J. (2005). *Understanding by design*. Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development.

RÚBRICA PARA EL TRABAJO COLABORATIVO

El proyecto tiene uno o más de los siguientes problemas en cada área

El proyecto incluye algunas características del proyecto efectivo, pero presenta algunas debilidades

El proyecto tiene las siguientes fortalezas

Desempeño individual	Bajo el estándar	Acercándose al estándar	Cumple el estándar
<p>1</p> <p>Se hace responsable de sí mismo</p>	<ul style="list-style-type: none"> No demuestra preparación, información y disposición para trabajar en equipo. No usa las herramientas tecnológicas acordadas con el equipo para comunicar y gestionar las tareas de proyecto. No hace la mayoría de las tareas del proyecto o no las completa a tiempo. 	<ul style="list-style-type: none"> En general demuestra preparación, información y disposición para trabajar con el equipo. Usa las herramientas tecnológicas acordadas con el equipo para comunicar y gestionar las tareas del proyecto, pero de manera consistente. Realiza algunas tareas pero necesita que se le recuerde al respecto. Completa la mayoría de las tareas a tiempo. A veces usa retroalimentación de los otros para mejorar su trabajo. 	<ul style="list-style-type: none"> Demuestra preparación, información y disposición para trabajar; estando bien informado acerca del tema del proyecto y cita y usa la evidencia para investigar y reflexionar acerca de ideas con el equipo. Usa sistemáticamente las herramientas tecnológicas acordadas con el equipo para comunicar y gestionar las tareas del proyecto. Realiza las tareas sin que se le tenga que recordar al respecto. Completa la totalidad de las tareas a tiempo. Usa la retroalimentación de los otros para mejorar su trabajo.
<p>2</p> <p>Ayuda al equipo</p>	<ul style="list-style-type: none"> No ayuda al equipo a resolver problemas; puede generar problemas. No hace preguntas de sondeo ni expresa ideas o elabora en respuesta a preguntas y discusiones. No da retroalimentación útil a los otros. No ofrece ayudar a los otros si estos lo necesitan. 	<ul style="list-style-type: none"> Coopera con el equipo, pero puede no ser activo en la ayuda para solucionar problemas. A veces expresa sus ideas claramente, hace preguntas de sondeo y elabora en respuesta a preguntas y discusiones. Da retroalimentación a otros, pero esto no es siempre útil. A veces ofrece ayudar a los otros si estos lo necesitan. 	<ul style="list-style-type: none"> Ayuda al equipo a resolver problemas y manejar los conflictos. Ayuda a la generación de discusiones efectivas al expresar sus ideas claramente, hacer preguntas de sondeo, asegurarse que todos sean escuchados y al responder de manera reflexiva ante nueva información y perspectivas. Da retroalimentación efectiva (específica, factible y apoyadora) a los otros para que puedan mejorar su trabajo. Ofrece ayuda a los otros si es que los necesitan.
<p>3</p> <p>Respeto a otros</p>	<ul style="list-style-type: none"> Es irrespetuoso o poco amable con sus compañeros de equipo (puede interrumpir, ignorar las ideas de los otros o herir sentimientos) No reconoce o respeta otras posturas. 	<ul style="list-style-type: none"> En general, es educado y amable con sus compañeros de equipo. En general, reconoce y respeta las posturas de los otros y al estar en desacuerdo, lo expresa de forma diplomática. 	<ul style="list-style-type: none"> Es educado y amable con sus compañeros de equipo. Reconoce y respeta las posturas de los otros y al estar en desacuerdo, lo expresa de forma diplomática.

RÚBRICA PARA EL PENSAMIENTO CRÍTICO

El proyecto tiene uno o más de los siguientes problemas en cada área

El proyecto incluye algunas características del proyecto efectivo, pero presenta algunas debilidades

El proyecto tiene las siguientes fortalezas

Oportunidad de pensamiento crítico en las fases del proyecto	Bajo el estándar	Acercándose al estándar	Cumple el estándar
<p>1</p> <p>Lanzamiento del proyecto.</p> <p>Analiza la pregunta clave e inicia la indagación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Solo ve los aspectos superficiales de la pregunta clave o solo un punto de vista de la misma. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica algunos aspectos centrales de la pregunta clave, pero puede no ver sus complejidades ni considerar variados puntos de vista. Realiza preguntas complementarias acerca del tema o acerca de lo que la audiencia o usuarios del producto quieren o necesitan, pero no indaga lo suficiente en ello. 	<ul style="list-style-type: none"> Demuestra comprensión acerca de los aspectos centrales de la pregunta clave, identificando en detalle lo que se necesita saber para responderla y considerando varios posibles puntos de vista para responderla. Realiza preguntas complementarias que permiten enfocar o ampliar la indagación, si es que se necesita. Hace preguntas complementarias para lograr la comprensión acerca de lo que la audiencia o usuarios del producto quieren o necesitan.
<p>2</p> <p>Construcción de conocimiento, comprensión y habilidades.</p> <p>Recopilar y evaluar información.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Es incapaz de integrar la información para responder la pregunta clave; recopila muy poca o demasiada información y esta es irrelevante o viene de muy pocas fuentes. Acepta la información sin cuestionar su validez ni evaluar su calidad. 	<ul style="list-style-type: none"> Intenta integrar la información para responder la pregunta clave; pero puede ser muy poca o demasiada información y/o viene de muy pocas fuentes o de algunas irrelevantes. Comprende que la calidad de la información debe ser considerada pero no aplica este criterio de manera rigurosa. 	<ul style="list-style-type: none"> Integra suficiente información relevante para responder la pregunta clave. Esta información proviene de múltiples y variadas fuentes. Evalúa de manera rigurosa la calidad de la información (considera su utilidad, precisión y credibilidad; distingue los hechos de las opiniones; reconoce el sesgo).

Oportunidad de pensamiento crítico en las fases del proyecto	Bajo el estándar	Acercándose al estándar	Cumple el estándar
<p style="text-align: center;">3</p> <p>Desarrollo y revisión de ideas y productos.</p> <p>Uso de evidencia y sus normas de evaluación.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Acepta argumentos para la obtención de posibles respuestas a la pregunta clave sin cuestionar si su razonamiento es válido. • Usa la evidencia sin considerar cuán sólida esta es. • Confía en "su instinto" para evaluar y revisar las ideas, prototipos de productos o soluciones a los problemas (no usa las normas de evaluación). 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce la importancia y necesidad de un razonamiento válido y evidencia sólida, pero no los evalúa de forma cuidadosa al formular respuestas a la pregunta clave. • Evalúa y revisa ideas, prototipos de producto, soluciones a los problemas, basándose en normas incompletas o inválidas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evalúa argumentos para la obtención de posibles respuestas a la pregunta clave considerando si es que el razonamiento es válido y la evidencia es relevante y suficiente. • Justifica la elección de los criterios usados para evaluar las ideas, prototipos de productos o soluciones a los problemas. • Revisa los borradores, diseños y soluciones inadecuadas y explica por qué no se ajustan a las normas.
<p style="text-align: center;">4</p> <p>Presentación de productos y la respuesta a la pregunta clave.</p> <p>Justifica sus elecciones, considera alternativas y sus implicancias.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Elige un medio para presentar sin considerar las ventajas y desventajas de usar otros medios para presentar un tema o idea en particular. • No es capaz de dar razones válidas o evidencia adecuada para defender elecciones con el fin de responder la pregunta central o crear productos. • No considera ni respuestas alternativas, ni distintos diseños del producto o diferentes puntos de vista para responder a la pregunta clave. • No es capaz de explicar el nuevo conocimiento ganado a través de la realización del proyecto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Considera las ventajas y desventajas de usar diferentes medios para presentar un tema o idea en particular, pero no de forma rigurosa. • Explica opciones tomadas al responder la Pregunta clave o la creación de productos, pero algunas razones no son válidas o carecen de evidencia que las apoye. • Entiende que puede haber alternativas de respuestas a la pregunta de manejo o diseños para productos, pero no los considera cuidadosamente. • Puede explicar algunas cosas aprendidas en el proyecto, pero no está del todo claro acerca de nuevos conceptos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evalúa las ventajas y desventajas de usar otros medios para presentar un tema o idea. • Justifica sus elecciones al responder la pregunta central o al crear productos dando razones válidas con evidencia que las respalde. • Reconoce las limitaciones de una sola respuesta a la pregunta central o al diseño del producto (cómo puede no ser completa, certera o perfecta) y considera perspectivas alternativas. • Puede explicar claramente los nuevos aprendizajes adquiridos en el proyecto y cómo estos pueden ser transferidos a otras situaciones o contextos.

RÚBRICA DE PENSAMIENTO CREATIVO E INNOVACIÓN

El proyecto tiene uno o más de los siguientes problemas en cada área

El proyecto incluye algunas características del proyecto efectivo, pero presenta algunas debilidades

El proyecto tiene las siguientes fortalezas

Oportunidad de creatividad e innovación en distintas fases del proyecto	Bajo el estándar	Acercándose al estándar	Cumple el estándar
<p>1</p> <p>Lanzamiento del proyecto.</p> <p>Definición del desafío creativo</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Puede solo "seguir instrucciones" sin comprender el propósito de la innovación o considerar las necesidades e intereses del público objetivo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende el propósito de la innovación, pero no considera a cabalidad las necesidades e intereses del público objetivo 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprende el propósito de la innovación (¿quién necesita esto? ¿por qué?) • Desarrolla perspicacia acerca de las necesidades e intereses del público objetivo.
<p>2</p> <p>Construcción de conocimiento, comprensión y habilidades.</p> <p>Identifica fuentes de información</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Usa solo fuentes de información usuales (página web, libro, artículo). • No ofrece nuevas ideas durante las discusiones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Encuentra una o dos fuentes de información que no son las usuales (página web, libro, artículo). • Ofrece nuevas ideas durante las discusiones, pero sus puntos de vista son poco variados. 	<ul style="list-style-type: none"> • Encuentra maneras o lugares inusuales para obtener nueva información (adultos expertos, miembros de la comunidad, empresas, organizaciones, literatura), además de las fuentes usuales (página web, libro, artículo). • Promueve puntos de vista divergentes y creativos durante las discusiones.
<p>3</p> <p>Desarrollo y revisión de ideas y productos.</p> <p>Generación y selección de ideas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Permanece dentro de los parámetros ya existentes; no usa técnicas para la generación de ideas para el desarrollo de nuevas ideas para la creación de productos. • Selecciona una idea sin evaluar su calidad. • No formula nuevas preguntas ni elabora la idea seleccionada. • No considera ni usa la retroalimentación y la crítica para revisar el producto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrolla algunas ideas originales para los productos, utilizando una o dos veces las técnicas de generación de ideas. • Evalúa las ideas antes de seleccionar una, pero no de manera rigurosa. • Formula una o dos preguntas nuevas, pero puede hacer solo pequeñas modificaciones a la idea seleccionada. • Demuestra algo de imaginación al dar forma a las ideas para la elaboración de un producto, pero permanece dentro de límites convencionales. • Considera y usa la retroalimentación y la crítica para revisar el producto, pero no busca esta retroalimentación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Usa técnicas para la generación de ideas para el desarrollo de nuevas ideas para la creación de productos. • Evalúa cuidadosamente la calidad de las ideas y selecciona la mejor para darle forma a un producto. • Formula preguntas nuevas y toma distintas perspectivas para elaborar y mejorar la idea seleccionada. • Usa el ingenio y la imaginación y se sale de los límites convencionales al dar forma a las ideas para la elaboración de un producto. • Busca y usa la retroalimentación y la crítica para revisar el producto y así cumplir de una mejor manera con las necesidades del público objetivo.

Oportunidad de creatividad e innovación en distintas fases del proyecto	Bajo el estándar	Acercándose al estándar	Cumple el estándar
<p>4</p> <p>Presentación de productos y respuestas a las preguntas centrales.</p> <p>Presentación del trabajo a los usuarios o público objetivo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Presenta ideas y productos de forma convencional (presentaciones ppt, cargadas de texto, recitación de notas, falta de elementos de interacción con la audiencia) 	<ul style="list-style-type: none"> • Añade algunos detalles que poseen atractivo visual a los medios utilizados en la presentación. • Intenta incluir elementos en la presentación que la harán más animada y atractiva. 	<ul style="list-style-type: none"> • Crea medios para una presentación atractiva visualmente, evitando las formas convencionales (presentaciones ppt cargadas de texto, recitación de notas, falta de elementos de interacción con la audiencia). • Incluye elementos en la presentación que son especialmente vivaces, llamativos o poderosos y acordes al público objetivo.
<p>5</p> <p>Originalidad</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Usa modelos, ideas o direccionamientos existentes; no es original o único. • Sigue reglas y convenciones; usa materiales e ideas de maneras típicas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tiene algunas ideas novedosas o considera mejoras, pero algunas de estas ideas son predecibles o convencionales. • Puede tentativamente tratar de desmarcarse de las reglas y convenciones, o encontrar nuevos usos para materiales e ideas comunes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Es novedoso, único y sorpresivo; muestra un toque personal. • Puede romper las reglas y convenciones de manera exitosa o usar materiales e ideas comunes de formas nuevas, inteligentes y sorpresivas.
<p>6</p> <p>Valor</p>	<ul style="list-style-type: none"> • No es útil o valioso para el público objetivo/usuario. • No funcionaría en el mundo real porque es poco práctico o inviable. 	<ul style="list-style-type: none"> • Es útil y valioso en cierta medida; puede no resolver ciertos aspectos del problema o ajustarse exactamente a la necesidad previamente identificada. • No queda claro si es que el producto sería práctico o viable. 	<ul style="list-style-type: none"> • El producto se percibe como útil y valioso, resuelve el problema ya definido o la necesidad previamente identificada. • Es práctico y viable.
<p>7</p> <p>Estilo</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Es seguro, común y corriente y, de hecho, es un estilo convencional. • Contiene tres o más elementos que no son coherentes entre sí, dificultando su comprensión. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tiene algunos toques interesantes, pero carece de un estilo distintivo. • Tiene uno o dos elementos que pueden ser excesivos o no coherentes entre sí. 	<ul style="list-style-type: none"> • Está bien diseñado, es llamativo, tiene un estilo distintivo pero adecuado al propósito. • Combina diferentes elementos logrando un todo coherente.

Nota: El término "producto" se usa en esta rúbrica como un término que abarca el resultado del proceso de innovación durante un Proyecto. Un producto puede ser un objeto construido, una propuesta, presentación, solución a un problema, servicio, sistema, obra artística o literaria, un invento, un evento, una mejoría a un producto existente, etc.

RÚBRICA DE DISEÑO DEL PROYECTO

El proyecto tiene uno o más de los siguientes problemas en cada área

El proyecto incluye algunas características del proyecto efectivo, pero presenta algunas debilidades

El proyecto tiene las siguientes fortalezas

	No presenta las características del Proyecto efectivo	Necesita más desarrollo	Incluye características del proyecto efectivo
<p>1</p> <p>Metas de aprendizaje del estudiante: conocimiento esencial, comprensión y habilidades para alcanzar el éxito</p>	<ul style="list-style-type: none"> Las metas de aprendizaje del estudiante no son claras ni específicas: el proyecto no está enfocado en los estándares. El proyecto no abarca, evalúa o demuestra el desarrollo de habilidades para el éxito. 	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto se enfoca en los estándares derivados del conocimiento y de la comprensión, pero puede referirse a muy pocas o demasiadas metas o metas sin mucha importancia. Las habilidades para el éxito están presentes, pero pueden ser demasiadas para ser enseñadas y evaluadas de manera adecuada. 	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto se enfoca en la enseñanza de habilidades y conocimiento importante enfocado en los estudiantes. Estos conocimientos se ajustan a los estándares y representan conocimientos centrales de las asignaturas. Las habilidades para el éxito se abordan de manera explícita para ser enseñadas y evaluadas, como los son el pensamiento creativo, la colaboración, la creatividad y la gestión del proyecto.
<p>2</p> <p>Problema o pregunta desafiante</p>	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto no se enfoca en un problema o pregunta central (es más parecido a una unidad con varias tareas); o el problema o pregunta es muy fácil de resolver o de responder para que la existencia del proyecto se justifique. El problema o pregunta inicial no gira en torno a una pregunta que sea esencial para el proyecto o presenta graves fallas como, por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> Tiene una sola y/o simple respuesta. No es motivante para los estudiantes (suena demasiado compleja o académica, como si viniera de un libro y, por ende, es atractiva solo para el profesor). 	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto se enfoca en un problema o pregunta central, pero el nivel de desafío puede ser inapropiado para los estudiantes a quienes va dirigido. La pregunta inicial para el proyecto se relaciona con el mismo, pero no captura su problema o pregunta central (puede ser más como una temática más amplia). La pregunta inicial cumple con algunos de los criterios presentes en la columna de "incluye las características" pero carece de otros. 	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto se enfoca en un problema o pregunta central con un desafío apropiado. El proyecto se enmarca en una pregunta inicial que es: <ul style="list-style-type: none"> >Abierta: hay más de una respuesta correcta. >Comprensible e inspiradora para los estudiantes. >Alineada con las metas de aprendizaje. Para responder esta pregunta los estudiantes deberán obtener las habilidades, conocimiento y comprensión adecuados.
<p>3</p> <p>Indagación constante</p>	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto es más bien una actividad de hacer o construir cosas que un proceso extendido de indagación. No existe un proceso para que los estudiantes generen preguntas que guíen la indagación. 	<ul style="list-style-type: none"> La indagación es limitada (puede ser breve y ocurrir solo una o dos veces en el proyecto; la búsqueda de información es la tarea principal; no existen preguntas realmente profundas). Los estudiantes generan preguntas, pero mientras algunas pueden ser cubiertas, otras no son usadas para guiar la indagación y, por ende, no afectan el camino que toma el proyecto. 	<ul style="list-style-type: none"> La indagación es sostenida a lo largo del tiempo y es rigurosa académicamente (los estudiantes hacen preguntas, buscan e interpretan datos, desarrollan y evalúan soluciones o construyen evidencia para obtener respuestas y generar nuevas preguntas). A lo largo del proyecto, la indagación está conducida por preguntas generadas por parte de los estudiantes que son fundamentales para el desarrollo del proyecto.

	No presenta las características del Proyecto efectivo	Necesita más desarrollo	Incluye características del proyecto efectivo
<p>4</p> <p>Autenticidad</p>	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto se asemeja a un trabajo en clases tradicional; carece de tareas, herramientas y contexto del mundo real. No genera un impacto real en el mundo ni habla de los intereses personales de los estudiantes. 	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto presenta algunas características auténticas, pero estas pueden ser limitadas o ser lejanas a las necesidades del contexto. 	<ul style="list-style-type: none"> El proyecto presenta un contexto auténtico y tareas y herramientas del mundo real; cumple estándares de calidad, genera un impacto en el mundo y habla sobre las preocupaciones, intereses o identidades personales de los estudiantes.
<p>5</p> <p>Voz y elección del estudiante</p>	<ul style="list-style-type: none"> No se les da oportunidad a los estudiantes para que expresen su voz y tomen decisiones que afecten el contenido o proceso del proyecto; el proyecto está dirigido por el docente. O bien, se espera que los estudiantes trabajen de manera demasiado independiente sin una guía adecuada por parte del docente y/o que trabajen de esta manera antes de que sean capaces de hacerlo. 	<ul style="list-style-type: none"> Se les dan pocas oportunidades a los estudiantes para que expresen su voz y tomen decisiones de mediana importancia (decidir cómo dividir tareas dentro del grupo o qué sitio web usar para investigar). Los estudiantes trabajan, en cierta medida de manera independiente del docente, pero podrían hacer más por sí solos. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes tienen oportunidades para expresar su voz y tomar decisiones acerca de los temas importantes (temas a investigar, preguntas, textos y recursos usados, gente con quien trabajar, productos a ser creados, uso del tiempo, organización de las tareas). Los estudiantes tienen oportunidades para tomar responsabilidades significativas y trabajar lo más independientemente del profesor como sea apropiado hacerlo, pero de manera guiada.
<p>6</p> <p>Reflexión</p>	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes y el docente no participan en conjunto de la reflexión acerca de qué y cómo los estudiantes aprenden acerca del diseño del proyecto y su gestión. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes y el docente participan en conjunto de algún tipo de reflexión acerca del proyecto y luego de la culminación del mismo, pero no de forma regular o en profundidad. 	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes y el docente participan en conjunto de una reflexión profunda y comprensiva tanto durante el proyecto como después de su culminación. Reflexionan también acerca de cómo aprenden los estudiantes, el diseño del proyecto y su gestión.
<p>7</p> <p>Crítica y revisión</p>	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes obtienen retroalimentación limitada o irregular acerca de sus productos y el trabajo en progreso y esta retroalimentación es solo por parte de él, no de los pares. No se requiere su utilización o los estudiantes no saben cómo utilizarla para revisar y mejorar su trabajo. 	<ul style="list-style-type: none"> Se provee a los estudiantes de oportunidades para dar y recibir retroalimentación acerca de la calidad de los productos y del trabajo en progreso, pero este espacio para la retroalimentación puede carecer de estructura o solo existir una vez. Los estudiantes leen o reciben oralmente la retroalimentación acerca de su trabajo, pero no la usan para revisar y mejorar su trabajo. 	<ul style="list-style-type: none"> Se provee regular y estructuradamente a los estudiantes de oportunidades para dar y recibir retroalimentación acerca de la calidad de los productos y del trabajo en progreso por parte de los pares, los docentes y de otros fuera de la clase, si la ocasión lo amerita. Los estudiantes usan la retroalimentación acerca de su trabajo para revisarlo y mejorarlo.
<p>8</p> <p>Producto</p>	<ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes no hacen de su producto algo público que se presente a una audiencia o que se ofrezca a la gente más allá de la clase. 	<ul style="list-style-type: none"> El trabajo de los estudiantes se hace público solo para los compañeros y el docente. Los estudiantes presentan productos pero no se les pide que expliquen cómo trabajaron ni qué aprendieron. 	<ul style="list-style-type: none"> El trabajo de los estudiantes se hace público al presentar, mostrar u ofrecerlo a la gente más allá de la clase. Se les pregunta a los estudiantes que expliquen las razones que justifican sus elecciones, su proceso de indagación, cómo trabajaron, qué aprendieron etc.

RÚBRICA DE PRESENTACIÓN DEL TRABAJO

El proyecto tiene uno o más de los siguientes problemas en cada área

El proyecto incluye algunas características del proyecto efectivo, pero presenta algunas debilidades

El proyecto tiene las siguientes fortalezas

	Bajo el estándar	Acercándose al estándar	Cumple el estándar
<p>1</p> <p>Explicación de las ideas e información</p>	<ul style="list-style-type: none"> • No presenta información, argumentos, ideas o hallazgos de forma concisa y lógica; el argumento no contiene evidencia que lo valide; la audiencia no puede seguir la línea de razonamiento. • La selección de información, desarrollo de ideas y el estilo son inapropiados para el propósito, tarea y audiencia (puede ser demasiada o muy poca información o un enfoque erróneo). • No se refiere a perspectivas o puntos de vista alternativos u opuestos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Presenta información, argumentos, hallazgos y evidencia de una manera que no siempre es clara, concisa y lógica; la línea de razonamiento es a veces difícil de seguir por parte de la audiencia. • Intenta seleccionar información, desarrollar ideas y usar un estilo apropiados para el propósito, tarea y audiencia, que no son por completo exitosos. • Intenta referirse a perspectivas alternativas u opuestas, pero no de forma completa o clara. 	<ul style="list-style-type: none"> • Presenta información, argumentos, hallazgos y evidencia en forma clara, concisa y lógica; la línea de razonamiento se puede seguir fácilmente por parte de la audiencia. • Selecciona información, desarrolla ideas y usa un estilo apropiado al propósito, la tarea y la audiencia. • Abarca perspectivas alternativas u opuestas de manera clara y acabada.
<p>2</p> <p>Organización</p>	<ul style="list-style-type: none"> • No cumple los requerimientos con respecto a lo que debe ser incluido en la presentación. • No incluye una introducción y/o conclusión. • Usa el tiempo de manera poco adecuada; la totalidad de la presentación o parte de ella es muy corta o muy larga. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cumple la mayoría de los requerimientos respecto de los requerimientos con respecto a lo que debe ser incluido en la presentación. • Una introducción y conclusión, pero no son claras ni interesantes. • Generalmente organiza bien el tiempo, pero puede usar demasiado o muy poco tiempo en un tema, material de apoyo o idea. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cumple todos los requerimientos con respecto a lo que debe ser incluido en la presentación. • Incluye una introducción y conclusión que son claras e interesantes. • Organiza bien el tiempo y no hay ninguna parte de la presentación que sea o muy larga o muy corta.
<p>3</p> <p>Mirada y lenguaje corporal</p>	<ul style="list-style-type: none"> • No mira a la audiencia, lee las notas o láminas. • No usa gestos o movimientos. • Carece de pose y confianza (mueve los dedos, se agacha, se ve nervioso). • Usa ropa inapropiada para la ocasión. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mantiene contacto visual con poca frecuencia. Lee las notas o diapositivas la mayor parte del tiempo. • Utiliza algunos gestos o movimientos que no parecen naturales. • Presenta una actitud que demuestra confianza y adecuación a la situación. Solo se observa un poco de inquietud y movimiento nervioso. • Intenta usar una presentación personal adecuada para la ocasión. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mantiene contacto visual con la audiencia la mayor parte del tiempo; solo en algunas ocasiones mira las notas o diapositivas. • Utiliza gestos y movimientos naturales. • Presenta una actitud que demuestra confianza y adecuación a la situación. • Posee una presentación personal acorde a la ocasión.

	Bajo el estándar	Acercándose al estándar	Cumple el estándar
<p>4</p> <p>Voz</p>	<ul style="list-style-type: none"> No pronuncia bien o habla demasiado bajo que dificulta la comprensión; frecuentemente usa muletillas (uhh, mmm, entonces, y, como, etc.) no adapta el discurso al contexto y la tarea. 	<ul style="list-style-type: none"> La mayor parte del tiempo habla de manera clara; utiliza una voz lo suficientemente fuerte para que la audiencia pueda escuchar la mayor parte del tiempo, pero puede hablar ocasionalmente de forma monótona. Usa muletillas. Intenta adaptar el discurso al contexto o tarea, pero no es consistente o no tiene éxito en su intento. 	<ul style="list-style-type: none"> Habla de manera clara y a un ritmo adecuado; ni muy rápido ni muy lento. Habla lo suficientemente fuerte para que todos puedan escuchar; cambia el tono y el ritmo para mantener el interés. Rara vez usa muletillas Adapta el discurso al contexto y la tarea. Domina el registro formal cuando su uso es necesario.
<p>5</p> <p>Elementos de ayuda para la presentación</p>	<ul style="list-style-type: none"> No usa elementos de audio, visuales o de medios. Usa solo uno o pocos elementos visuales, de audio o de medios pero estos no añaden valor a la presentación y pueden incluso distraer. 	<ul style="list-style-type: none"> Usa elementos de audio, visuales o de medios, pero estos pueden a veces distraer o no añadir valor a la presentación. 	<ul style="list-style-type: none"> Usa elementos de audio, visuales o de medios bien elaborados para fortalecer la comprensión de los hallazgos, el razonamiento y la evidencia y añadir interés. Incorpora de forma adecuada y natural a la presentación los elementos visuales, de audio o de medios.
<p>6</p> <p>Respuesta a las preguntas de la audiencia</p>	<ul style="list-style-type: none"> No responde a las preguntas por parte de la audiencia (se sale del tema o no comprende las preguntas y no busca explicación o clarificación de las mismas) 	<ul style="list-style-type: none"> Responde algunas preguntas de la audiencia, pero no siempre de forma clara o completa. 	<ul style="list-style-type: none"> Responde las preguntas de la audiencia en forma clara y completa. Busca clarificaciones a las preguntas, admite cuando no sabe o explica cómo encontrar la respuesta cuando es incapaz de dar una respuesta.
<p>7</p> <p>Participante en presentaciones de equipo</p>	<ul style="list-style-type: none"> No todos los miembros del grupo participan; solo uno o dos de ellos hablan. 	<ul style="list-style-type: none"> Todos los miembros del equipo participan, pero no en la misma proporción. 	<ul style="list-style-type: none"> Todos los miembros del equipo participan por aproximadamente el mismo período de tiempo. Todos los miembros del equipo son capaces de responder las preguntas sobre el tema como un todo y no solo acerca de su parte de la presentación.

Anexo B

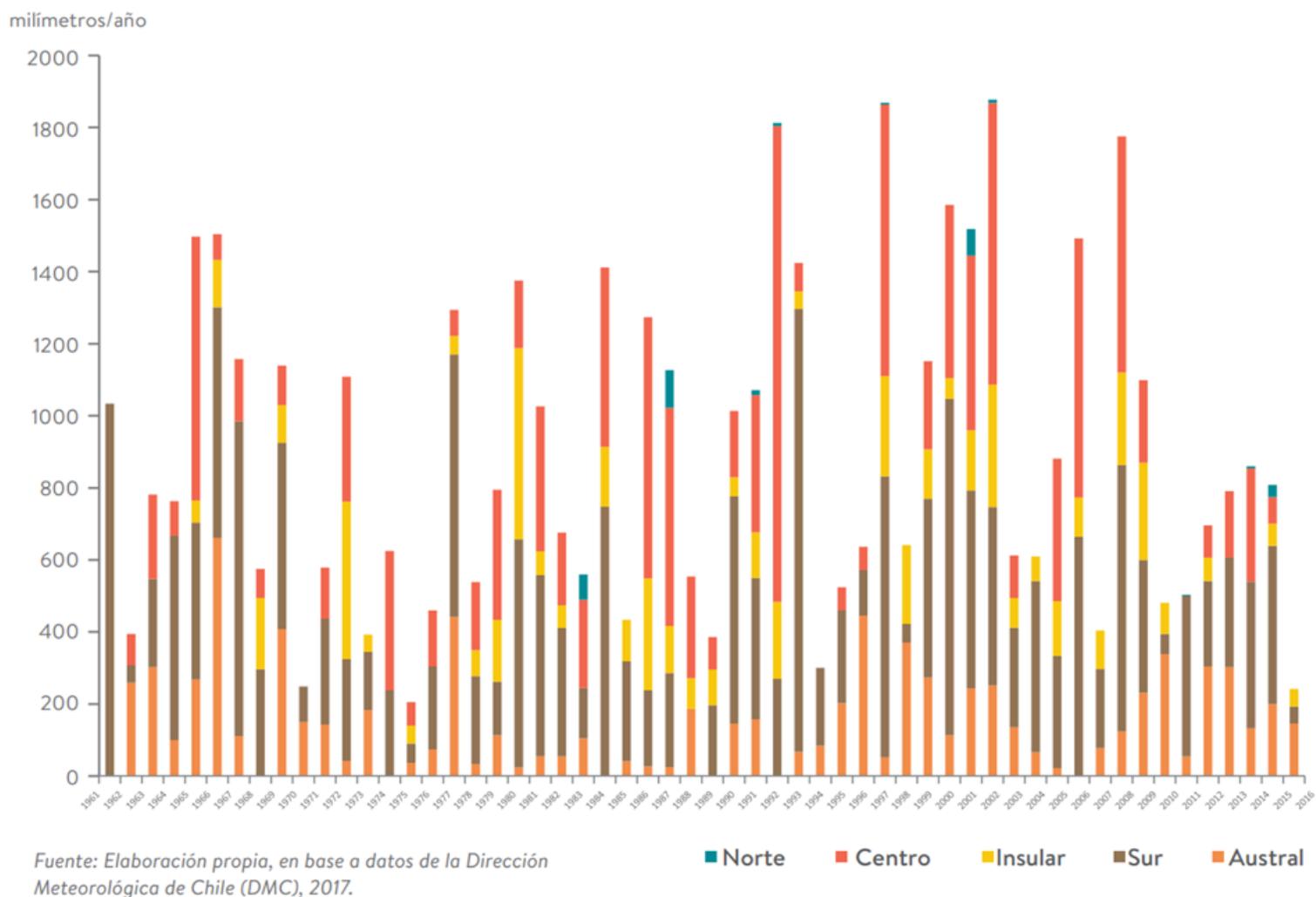


Gráfico: Índice de Sequía por zonas en Chile en el periodo 1972-2016. Fuente: Tercer Reporte del Estado del Medio Ambiente 2017, Ministerio del Medio Ambiente.