

## Actividad 4: Elaborar y comprobar o rechazar una hipótesis

### PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes comprendan algo más sobre pruebas de hipótesis; por ejemplo: en relación con la existencia de errores. En estadística inferencial, se considera principalmente dos tipos de errores: Tipo I, rechazar incorrectamente la hipótesis nula (aunque sea verdadera) y Tipo II, aceptar erróneamente la hipótesis nula (aunque sea falsa). Ambos tienen consecuencias en la vida diaria y en todas las investigaciones científicas. Así, en el ámbito escolar, los jóvenes pueden aproximarse a la manera de trabajar científicamente.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 4.** Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis.

**OA b.** Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

**OA c.** Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

**OA i.** Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

### Actitudes

- Trabajar colaborativamente en la generación, desarrollo y gestión de proyectos y la resolución de problemas, integrando las diferentes ideas y puntos de vista.
- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.

**Duración:** 12 horas pedagógicas

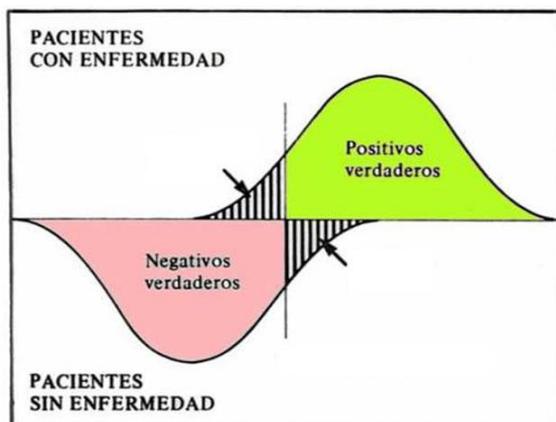
## DESARROLLO

### DESCUBRIENDO LOS TIPOS DE ERRORES EN ESTADÍSTICA INFERENCIAL

1. Tipo de errores en pruebas de hipótesis relacionados con la hipótesis nula.

Hipótesis nula está	Realidad	
	La hipótesis nula es verdadera	La hipótesis nula es falsa
Rechazada		
Aceptada		

- Averigua en qué caso se debe rechazar la hipótesis nula.
  - Llena cada uno de los espacios grises con una de las siguientes afirmaciones: “decisión correcta”, “error tipo 1” y “error tipo 2”. ¿Qué significa “error tipo 1” y “error tipo 2”?
  - ¿En qué caso, el error corresponde a la probabilidad de error en la hipótesis nula?
2. ¿Falsos positivos? ¿falsos negativos? En el ámbito de la salud, se utilizan los términos “falsos positivos” y “falsos negativos”. En un test médico, se asigna el resultado “positivo” a la diagnosis de ser portador de una enfermedad y en el caso contrario, se asigna el resultado “negativo”. La imagen muestra los cuatro casos de los resultados posibles.



Conexión interdisciplinaria:  
Ciencias para la Ciudadanía  
OA d, e, 3° y 4° medio

- Rotula las zonas achuradas en negro con uno de los términos “falsos positivos” o “falsos negativos”.
- Se considera como hipótesis nula “la persona no tiene la enfermedad”. ¿Cuál es la hipótesis alternativa?
- ¿Con qué tipo de error (“tipo 1” o “tipo 2”) se puede identificar el resultado “falso positivo”? Argumenta la respuesta.
- Manteniendo la hipótesis nula, el test de diagnóstico conlleva un error del “tipo 2”; ¿con qué resultado (“falso positivo” o “falso negativo”) se puede relacionar este error?
- Considerando un test de diagnóstico para detectar si una persona es portadora de un virus altamente contagioso con un cuadro severo de enfermedad, ¿cuál de los errores “tipo 1” o “tipo 2” provocará más consecuencias negativas para la comunidad? Argumenta la respuesta.

- f. Si un test de diagnóstico de ser portador de un virus tiene una precisión de 99,9% de detectar el virus, ¿cuántas de diez mil personas podrían obtener un diagnóstico “falso positivo”?
3. Cómo influye el tamaño  $n$  de una muestra de una población normalmente distribuida, en el rechazo o la aceptación de la hipótesis nula.

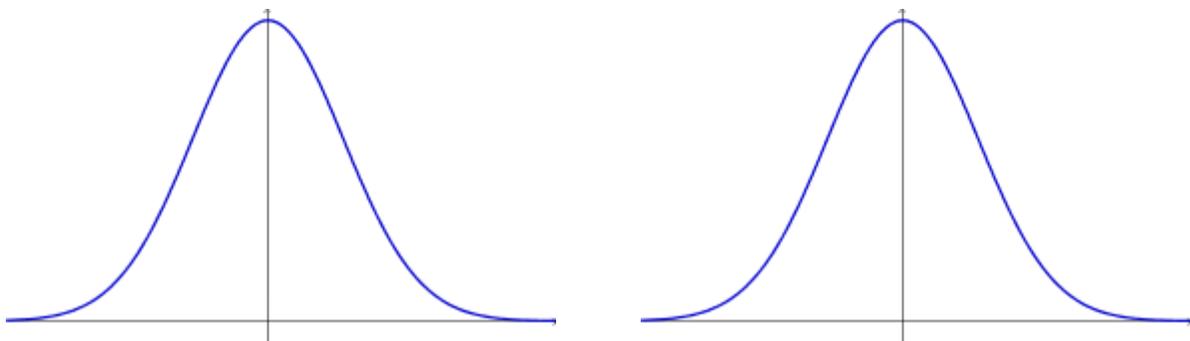
De un manzano grande se puede recolectar anualmente 200kg de manzanas, con una desviación estándar de 30kg. En una plantación, se quiere averiguar si el cambio del microclima en el valle ha variado el rendimiento de los manzanos. Se considera el rendimiento de manzanos bajo el supuesto de una distribución normal y se prueba con un error de probabilidad de 5%.



- a. De una muestra de 25 manzanos, se calcula un promedio de  $\bar{X} = 190kg$ . Prueba la hipótesis nula para aceptar o rechazar la influencia del cambio del clima.
- b. De otra muestra de 50 manzanos, resulta el mismo promedio de  $\bar{X} = 190kg$ . Prueba la hipótesis nula para aceptar o rechazar la influencia del cambio del clima.
- c. Compara las dos pruebas y comenta la influencia del tamaño  $n$  de la muestra en la hipótesis nula.

#### ¿“Significatividad” o “significatividad alta”?

1. La siguiente imagen muestra el gráfico de dos distribuciones normales de la misma población. Para una prueba de hipótesis nula, se considera un error de probabilidad de 5% en el primer caso y en el segundo, un error de probabilidad de 1%.



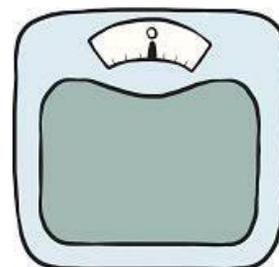
- a. Rotula en ambos gráficos el valor esperado  $\mu$ .
- b. Marca aproximadamente, en el eje horizontal del primer gráfico, el espacio del rechazo de la hipótesis nula con un error de probabilidad de 5%. ¿A qué tipo de error “tipo 1” o “tipo 2” corresponde frente a la hipótesis nula?
- c. Marca aproximadamente en el eje horizontal del primer gráfico, el espacio de la aceptación de la hipótesis nula con un error de probabilidad de 1%.

- d. Si el resultado de una muestra cae en el espacio de rechazo de una hipótesis nula, se utiliza las expresiones “desviación significativa” o “desviación altamente significativa”. ¿Cuál de los casos se evalúa con “desviación significativa” o “desviación altamente significativa”? Argumenta la respuesta.

### SALUD, ELECCIONES DE CANDIDATOS Y MECÁNICA

1. De un documento del Ministerio de Salud de Chile<sup>13</sup> se puede extraer aproximadamente la información de la masa media de niñas de 10 años de todo Chile, y se concluye que es de  $32\text{kg}$  con una desviación estándar de  $5\text{kg}$ . Para contrastar esta información con la realidad regional, se conjetura que la masa media de niñas sería menor. De cuatro cursos entre 4° y 5° básico y un total de 64 niñas, resulta una masa media de  $30,5\text{kg}$ .

Bajo el supuesto de normalidad, se arma la hipótesis de que la masa media de las niñas en la región está representada con los datos de la población. Se arma la hipótesis nula, con un 5% de error de probabilidad, de que la masa media coincide con el nivel nacional.



- ¿Cuál sería la estrategia para verificar la conjetura? Argumenta tu respuesta.
  - Comparando el resultado de la muestra con el intervalo de confianza para la media poblacional ( $\mu = 32\text{kg}$ ) de  $[30,78\text{kg}, 33,23\text{kg}]$ , ¿qué conclusión se obtiene? Argumenta tu respuesta.
  - Para construir una hipótesis alternativa, se arma un intervalo de confianza bajo el supuesto de que, entre 100 niñas, resulte  $\bar{X} = 30,5\text{kg}$ . Determinando correctamente el intervalo de confianza para la media poblacional ( $\mu = 32\text{kg}$ ) de  $[30,39\text{kg}, 33,61\text{kg}]$  y se rechaza la hipótesis nula. Argumenta este procedimiento con la prueba de hipótesis.
2. El candidato a diputado de un distrito electoral encarga una encuesta para averiguar si obtiene mayoría absoluta en las próximas elecciones. Se elige al azar a 354 personas y 178 de ellas señalan votar por él.
- ¿Cómo se interpreta la “mayoría absoluta” en porcentaje?
  - El candidato piensa que puede sobrepasar el porcentaje de mayoría absoluta. ¿Cómo se debería formular la hipótesis nula y la hipótesis alternativa? Argumenta tu respuesta.
  - ¿Qué factor  $k$  en  $k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  para la probabilidad de error de 5% se debe aplicar para el intervalo de confianza? Argumenta tu respuesta.
  - Con los resultados de la encuesta, rechaza o acepta la hipótesis nula. Argumenta tu decisión.
  - El candidato tiene como meta mínima superar el resultado de las últimas elecciones, en las cuales obtuvo 48,5% de los votos. Elabora con la estrategia anterior una prueba de hipótesis para esta meta.



<sup>13</sup> <https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.bibliotecaminal.cl/wp/wp-content/uploads/2018/03/2018.03.16-Patrones-de-crecimiento-para-la-evaluaci%C3%B3n-nutricional-de-ni%C3%B1os-y-adolescentes-2018.pdf>

3. Una empresa de producción de automóviles indica que el rendimiento del motor por un litro de petróleo de un modelo es de  $12,5 \text{ km}$  en recorridos fuera del tránsito urbano. De larga experiencia, se sabe que la variable aleatoria  $X$ , que describe el rendimiento del motor, está normalmente distribuida con una desviación estándar de  $\sigma = 1,5 \text{ km}$ .



En la revista de un club de automóvil se duda de este dato y se conjetura un rendimiento menor. Se analiza 100 autos y su resultado indica un rendimiento medio de  $\bar{X} = 12,2 \text{ km}$ .

- En una prueba de hipótesis unilateral de un error de probabilidad de 0,05 (considerando el mismo factor  $k$  de la actividad 2c.), ¿cuál sería la hipótesis nula y cuál la hipótesis alternativa? Argumenta.
- Acepta o rechaza la hipótesis nula a partir de los datos de la muestra.

### ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- En la primera parte, es importante que los alumnos sepan clasificar los tipos de error gráficamente en la tabla.
- Con la metáfora “ser portador” de un virus, se puede entender mejor los errores “tipo 1” y “tipo 2”, identificándolos como “positivo falsos” y “negativos falsos”.
- Se recomienda poner énfasis en que los jóvenes elaboren la hipótesis nula a partir de resultados experimentales o muestrales.
- En el primer punto de “Salud, elecciones de candidatos y mecánica”, las respuestas no requieren cálculo alguno. El énfasis está en la argumentación y la comunicación.
- En el punto 1c, respecto de la “masa media de niñas”, el resultado muestral conduce a rechazar la hipótesis nula. El relato del procedimiento de aumentar el número de niñas investigadas lleva matemáticamente a una reducción del rango de aceptación, lo que implica aceptar la hipótesis nula. La idea es que los estudiantes cuestionen el aumento posterior del número “ $n$ ” en la prueba de hipótesis, porque ese procedimiento vulneraría los principios científicos de investigación.
- En la situación del “candidato a diputado”, la prueba de hipótesis se realiza unilateralmente para afirmar la mayoría absoluta que significa resultados sobre 50%, que corresponde a  $p > 0,50$ . La hipótesis nula es  $p \leq 0,50$ . Para tener un error de 5% en el lado derecho, el intervalo de confianza, que es simétrico, debe tener la confiabilidad 90% que implica el factor  $k = 1,645$  según la tabla presentada.
- En la última situación, se sospecha que el rendimiento del motor sea menor y, por esta razón, también se realiza la prueba de hipótesis en forma unilateral con un 5% de error. Los alumnos deben elaborar la hipótesis nula “ $\mu = 12,5 \text{ l}$ ” y testearla frente a la hipótesis alternativa “ $\mu < 12,5 \text{ l}$ ”.

8. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
- Resuelven problemas en los que deben plantear una prueba de hipótesis y establecen los argumentos para aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.
  - Argumentan acerca del error de probabilidad asociado en una prueba de hipótesis, según el nivel de confianza establecido para los intervalos.
  - Argumentan acerca de los errores Tipo I y Tipo II en una prueba de hipótesis.

## RECURSOS Y SITIOS WEB

*Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores*

- Errores Tipo I y II  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/basics/type-i-and-type-ii-error/>
- Errores Tipo I  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://explorable.com/es/error-de-tipo-i>