

Actividad 3: Elaborar una hipótesis y comprobar o rechazar en diferentes contextos

PROPÓSITO

Se espera que los estudiantes comprendan cómo hacer inferencias; para ello, elaboran pruebas de hipótesis que permitan “aceptar o rechazar” cierta información, considerando cierto nivel de confianza y un error de probabilidad. A diferencia de la estimación de la media poblacional por medio de intervalos de confianza en torno a la media muestral, aquí se establece intervalos de confianza en torno a la media poblacional, para probar si la media muestral está o no contenida en los intervalos de confianza y aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.

Objetivos de Aprendizaje

OA 4. Argumentar inferencias acerca de parámetros (media y varianza) o características de una población, a partir de datos de una muestra aleatoria, bajo el supuesto de normalidad y aplicando procedimientos con base en intervalos de confianza o pruebas de hipótesis.

OA b. Resolver problemas que impliquen variar algunos parámetros en el modelo utilizado y observar cómo eso influye en los resultados obtenidos.

OA c. Tomar decisiones fundamentadas en evidencia estadística y/o en la evaluación de resultados obtenidos a partir de un modelo probabilístico.

OA i. Buscar, seleccionar, manejar y producir información matemática/cuantitativa confiable a través de la web.

Actitudes

- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.
- Pensar con conciencia, reconociendo que los errores ofrecen oportunidades para el aprendizaje.

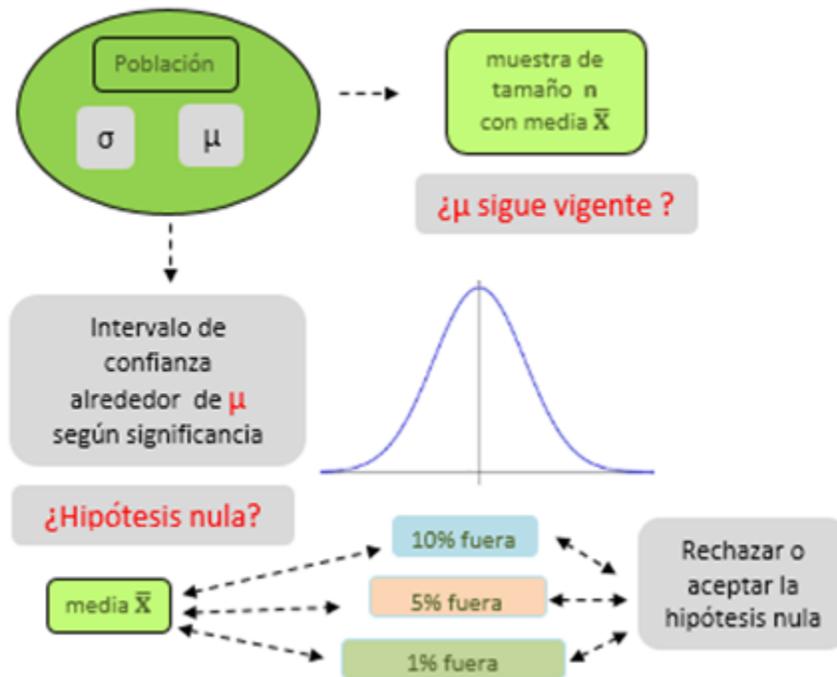
Duración: 12 horas pedagógicas

DESARROLLO

Se sugiere que trabajen colaborativamente en las siguientes actividades.

¿QUÉ ENTENDEMOS POR PRUEBAS DE HIPÓTESIS?

1. Observen el siguiente esquema, que muestra en forma sintética cómo trabaja la estadística inferencial, a partir de muestras que se toma de una población determinada y de hacer pruebas de hipótesis.



A diferencia de la estimación por medio de intervalos de confianza para la media poblacional, aquí se utiliza intervalos de confianza en torno a la media muestral, para probar si la media muestral está o no en el intervalo, según cierto nivel de confianza y error de probabilidad.

- a. Acorde con lo anterior, completen la siguiente tabla:

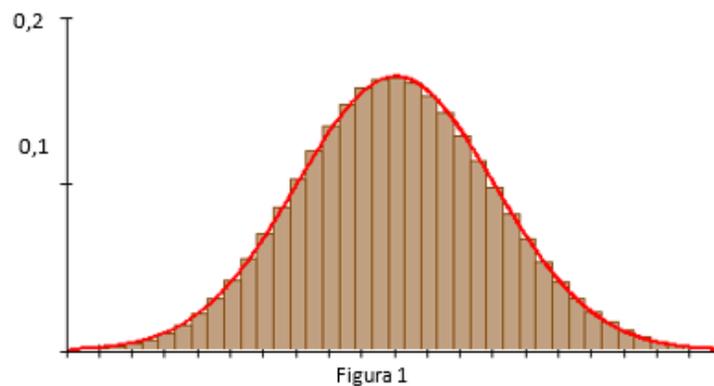
$1 - \alpha$	α	Error de probabilidad	$z_{\alpha/2}$	Intervalo de confianza para \bar{X}
0,90	0,1			
0,95	0,05	5%	1,960	$\left[\mu - 1,960 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \mu + 1,960 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$
0,99	0,01			

- b. En sus propias palabras, ¿qué es un intervalo de confianza para la “media muestral” a partir de la media y desviación poblacional, según un nivel de confianza y error de probabilidad? Expliquen.
- c. ¿En qué influye el nivel de confianza y error de probabilidad a la hora de fijar un intervalo para media muestral? Argumenten.

- d. ¿En qué consiste la “hipótesis nula” y cómo se acepta o rechaza? Argumenten.
2. Consideren la siguiente situación: La lluvia caída en una región tenía una media poblacional anual de las últimas décadas de $\mu = 120 \frac{ml}{m^2}$, con una desviación estándar de $\sigma = 15 \frac{ml}{m^2}$. En mediciones anuales recientes de 9 años seguidos, se registra un nuevo promedio de $109 \frac{ml}{m^2}$. Para ver si se podría hablar de un cambio significativo de la lluvia caída a partir de esas mediciones, se hace una prueba de hipótesis.
- Elaboren una prueba de hipótesis con un error de probabilidad de 5%, acerca de un cambio “significativo” de la lluvia caída. Construyan un intervalo de confianza adecuado y establezcan si aceptan o rechazan la hipótesis nula.
 - Contrasten ahora con una prueba de hipótesis con un error de probabilidad de 1% acerca de un cambio “altamente significativo”. Construyan un intervalo de confianza adecuado y establezcan si aceptan o rechazan la hipótesis nula.

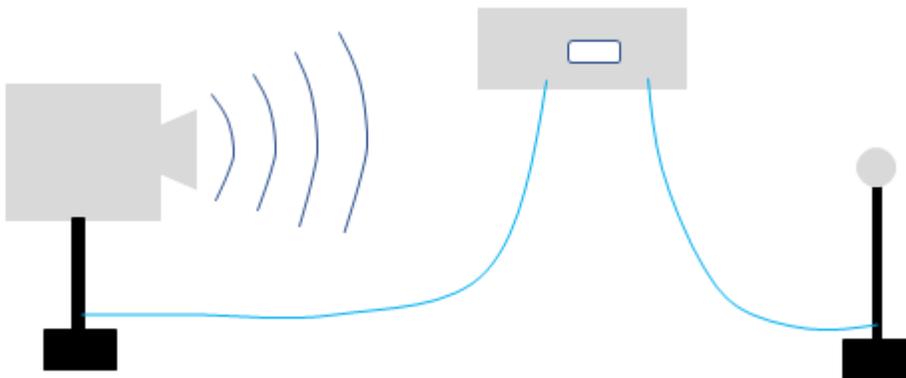
PRUEBAS DE HIPÓTESIS EN CONTEXTOS DE LA VIDA DIARIA Y CIENCIAS NATURALES

1. El gráfico muestra el histograma de una distribución binomial aproximada por una campana de Gauss.



- ¿Por qué se puede aproximar una “situación binomial” por el supuesto de normalidad, en muestras grandes?
- Una prueba de hipótesis bilateral considera una probabilidad de error de $\alpha = 0,05$ para el rechazo de la hipótesis nula H_0 . En el eje horizontal de imagen, marquen aproximadamente el margen del rechazo de la hipótesis nula.
- Una prueba de hipótesis unilateral izquierda considera una probabilidad de error de $\alpha = 0,08$ para rechazar la hipótesis nula H_0 . Marquen aproximadamente, en el eje horizontal de la imagen, el margen del rechazo de la hipótesis nula.
- Una prueba de hipótesis unilateral derecha considera una probabilidad de error de $\alpha = 0,06$ para el rechazo de la hipótesis nula H_0 . Marquen aproximadamente, en el eje horizontal de la imagen, el margen del rechazo de la hipótesis nula.

2. ¿En cuáles de las siguientes situaciones se debe aplicar una prueba de hipótesis bilateral, unilateral izquierda o derecha, respectivamente? Argumenten su respuesta.
 - a. Cada pote de margarina contiene por lo menos 252 g.
 - b. El servicio técnico de computadoras cobra en promedio 2 horas de trabajo.
 - c. En las reservas de vuelos, hay una sobredemanda de 10%.
 - d. El lanzamiento de un dado muestra que es un dado honesto.
 - e. El pronóstico del tiempo ha mejorado.
3. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) y cuáles falsas (F)? Argumenten sus respuestas.
 - a. Si se asume la hipótesis nula, debería ser verdadera. Si no fuera así, no se podría determinar su intervalo de aceptación.
 - b. La probabilidad de rechazar una hipótesis nula, aunque sea verdadera, se llama probabilidad de error.
 - c. Si aumenta el nivel de significancia (máxima probabilidad de error), aumenta también el intervalo de aceptación de la hipótesis nula.
 - d. La probabilidad del error indica el valor de la probabilidad con la cual se rechaza la hipótesis nula.
 - e. Si se repite dos veces la misma prueba de hipótesis, tal vez se deba decidir de manera diferente.
4. Prueba de hipótesis con variable aleatoria X normalmente distribuida.



En un experimento escolar, el emisor y el receptor del sonido se posicionan a una distancia de $3,40m$ para determinar la velocidad del sonido en el aire. Debido a su naturaleza de propagación, los tiempos t que necesita el sonido para recorrer la distancia deberían tener medidas con el valor esperado de $\mu = 0,0100s$ y una desviación estándar de $\sigma = 0,0010s$. 16 parejas de alumnos registraron sus resultados de las mediciones ya promediados del tiempo t , y los representaron en la siguiente tabla:

grupo	1	2	3	4	5	6	7	8
t en s	0,0094	0,0110	0,0087	0,0092	0,0091	0,0101	0,0081	0,0100

grupo	9	10	11	12	13	14	15	16
t en s	0,0088	0,0093	0,0102	0,0087	0,0091	0,0094	0,0102	0,0085

- Mirando las tablas con los resultados, conjeturen acerca de la tendencia de los tiempos que oscilan alrededor del valor esperado $\mu = 0,0100s$.
 - Elaboren el intervalo de confianza para la hipótesis nula, contrastando el resultado experimental \bar{X} (tiempos medidos) del grupo experimental de los 16 alumnos, con el valor esperado μ , admitiendo un nivel de error de probabilidad de 5%.
 - Determinen la media \bar{X} de las 16 mediciones que resultan del experimento.
 - Según la media \bar{X} calculada, acepten o rechacen la hipótesis nula.
 - Conjeturen acerca de la calidad del reloj digital utilizado en los experimentos.
5. La capacidad de la carga eléctrica de un modelo de batería está etiquetada con $120Ah$. Una empresa automotriz recibe reclamos de clientes que dicen que la carga eléctrica de ese modelo es menor. Se hizo una investigación al interior de la automotriz, testeando al azar $n = 25$ baterías con una media $\bar{X} = 118,8Ah$. La desviación estándar de la capacidad de este modelo es de $\mu = 2,5Ah$.
- Prueben la siguiente hipótesis con un nivel de error de probabilidad de 5%: "El valor esperado μ de la carga eléctrica sigue en $120Ah$ ".
 - ¿Por qué las pruebas de hipótesis dan sentido a la elaboración de intervalos de confianza?



PRUEBAS DE HIPÓTESIS EN EL CONTEXTO DE EXPERIMENTOS ALEATORIOS Y DE CIENCIAS SOCIALES

- Se lanza un dado 150 veces, y en 60 lanzamientos resulta un número par. La variable aleatoria binomial X representa la cantidad de resultados del evento "número par".
 - ¿Por qué se puede aproximar la variable X mediante una distribución normal? Argumenten su respuesta.
 - Determinen el valor esperado μ y la desviación estándar σ para un dado perfectamente equilibrado.



- c. Prueben la hipótesis “El dado está perfectamente equilibrado”, con un error de probabilidad de 5%.
2. En la revista científica Lifesciences se publicó un artículo sobre el aumento de la estatura media de mujeres y hombres de diferentes países en el mundo, a lo largo de 100 años. (<https://elifesciences.org/articles/13410>). El cuadro adjunto representa los resultados para las chilenas y los chilenos.



- Formen grupos según las siguientes hipótesis.
- I. Se rechaza algunas de las hipótesis con un 5% de error de probabilidad.
- Elaboren una tabla con la estatura de 25 hombres, cuya media \bar{X} rechace la hipótesis de estatura media de hombres de 171cm y diga que la estatura media podría ser mayor. La variable X sigue una distribución normal con una desviación estándar de 8cm.
 - Elaboren una tabla con la estatura de 16 mujeres, cuya media \bar{X} rechace la hipótesis de estatura media de 159cm y diga que la estatura media podría ser menor. La variable X sigue una distribución normal, con una desviación estándar de 6cm.
- II. Se acepta algunas de las hipótesis con un 5% de error de probabilidad.
- Elaboren una tabla de 16 hombres cuya media \bar{X} acepte la hipótesis de estatura media de hombres de 171cm. La variable X sigue una distribución normal, con una desviación estándar de 8cm.
 - Elaboren una tabla con la estatura de 25 mujeres, cuya media \bar{X} acepte la hipótesis de estatura media de 159cm. La variable X sigue una distribución normal, con una desviación estándar de 6cm.
- III. Se acepta o se rechaza algunas de las hipótesis con un 5% de error de probabilidad.
- Elaboren una tabla con la estatura de 25 hombres, cuya media \bar{X} acepte la hipótesis de estatura media de hombres de 160cm. La variable X sigue una distribución normal, con una desviación estándar de 6cm.
 - Elaboren una tabla con la estatura de 16 mujeres cuya media \bar{X} rechace la hipótesis de estatura media de 147cm. La variable X sigue una distribución normal con una desviación estándar de 5cm.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- Una parte importante de la estadística inferencial se refiere a pruebas de hipótesis mediante las cuales se quiere verificar o rechazar si ha cambiado o no el valor esperado “ μ ” de una población, distribuida con una variable aleatoria normal. Se toma una muestra del tamaño “ n ”, se determina la media muestral \bar{X} y se construye un intervalo de confianza alrededor del valor esperado de la población $[\mu - k \cdot \frac{\sigma}{n}; \mu + k \cdot \frac{\sigma}{n}]$. Si la media muestral \bar{X} está dentro del intervalo de confianza, se acepta la hipótesis nula “no hay cambio”. En el otro caso, se rechaza la hipótesis nula “no hay cambio”.

2. Se sugiere enfatizar con los estudiantes que muchas situaciones estadísticas que involucran una prueba de hipótesis requieren una variable aleatoria binomial; sin embargo, si se considera muestras de tamaño grande, se puede aproximar la variable binomial por una variable normal estandarizada, como se vio en la Unidad 3.
3. Para apoyar la comprensión, es importante que los alumnos sepan representar gráficamente los problemas de una prueba de hipótesis. Se sugiere que ellos mismos elaboren la estrategia de aceptar o rechazar una hipótesis nula.
4. En el segundo punto de la sección “Experimentos Aleatorios y de Ciencias Sociales”, se recomienda representar los resultados de los diferentes grupos, contrastando las diversas estrategias y fomentando la argumentación.
5. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Identifican los elementos principales de una prueba de hipótesis y los argumentos para aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.
 - Resuelven problemas en los que deben plantear una prueba de hipótesis y establecen los argumentos para aceptar o rechazar la “hipótesis nula”.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores

- Pruebas de hipótesis
https://www.curriculumnacional.cl/link/http://frrq.cvg.utn.edu.ar/pluginfile.php/3617/mod_resource/content/0/TRANSPARENCIAS/Prueba_Hipotesis-_PPT-2013.pdf
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.monografias.com/trabajos17/pruebas-de-hipotesis/pruebas-de-hipotesis.shtml>