

## Actividad 1: Costos operacionales e ingresos con rectas

### PROPÓSITO

Los estudiantes exploran situaciones que se puede modelar mediante ecuaciones de la recta de ingreso y costo, en un solo gráfico, atendiendo a la noción de punto de equilibrio en el ámbito de pérdidas o ganancias, tanto en forma manual como utilizando herramientas digitales.

### Objetivos de Aprendizaje

**OA 4.** Resolver problemas acerca de rectas y circunferencias en el plano, mediante su representación analítica, de forma manuscrita y con uso de herramientas tecnológicas.

**OA d.** Argumentar, utilizando lenguaje simbólico y diferentes representaciones, para justificar la veracidad o falsedad de una conjetura, y evaluar el alcance y los límites de los argumentos utilizados.

### Actitudes

- Aprovechar las herramientas disponibles para aprender y resolver problemas.

**Duración:** 6 horas pedagógicas

### DESARROLLO

#### LA MAQUINA RETROEXCAVADORA

Es usual que la maquinaria para la construcción (retroexcavadoras, cargadores, motoniveladoras, entre otras) se arriende por montos diarios, semanales o mensuales. Quien ofrece el servicio tiene costos operacionales por los gastos de mantención de la máquina. Además, la maquinaria se deprecia a medida que pasan los años y eso se puede analizar. La siguiente tabla muestra costos horario y margen de contribución por hora de arriendo de una retroexcavadora:

Tabla 1: Precio de arriendo de retroexcavadora<sup>7</sup>.

(+) Arriendo/hora	UF 0,6878		\$16 002
Operación	Rend lt/hr	Precio	
(-) Combustibles sin IVA	3	\$564	\$1 692
(-) Aceites y lubricantes	0,040	\$3 780	\$151
(-) Torque e hidráulica	0,092	\$5 040	\$461
	Desg/hr	Precio	

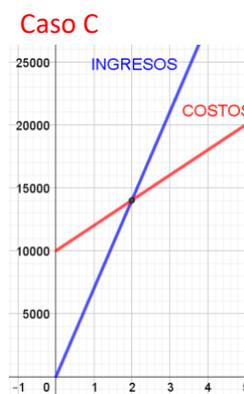


<sup>7</sup><https://www.curriculumnacional.cl/link/http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/132849/Plan-de-negocio-de-una-empresa-de-arriendo-de-maquinaria-para-.pdf?sequence=1>

(-) Neumáticos	0,00025	\$1 890 000	\$473
(-) Repuestos/hr			\$320
(=) Costo operación			\$3 097
Margen/hora	UF 0,555		\$12 905

- Según la información del contexto para una retroexcavadora, si  $x$  corresponde al número de horas:
  - ¿Cuál es la ecuación de la recta que permite determinar los costos operacionales de la retroexcavadora según la cantidad de horas que se use?
  - ¿Pertenece el punto  $(0,0)$  a la recta según el contexto descrito?
  - Grafica la situación anterior en el plano cartesiano.
  - ¿En qué cuadrante del plano se grafica la recta? ¿Por qué?
  - ¿Cómo es la pendiente de la recta en este caso? ¿Por qué debe ser así?
- Según la información del contexto para una retroexcavadora, si  $x$  corresponde al número de horas, ¿cuál es la ecuación que permite determinar los ingresos por arrendarla según la cantidad de horas que se use?
  - Grafica la situación anterior en el plano cartesiano.
  - ¿En qué cuadrante del plano se grafica la recta? ¿Por qué?
  - ¿Cómo es la pendiente de la recta en este caso? ¿Por qué es así?
- Las máquinas se van desvalorizando por el uso al pasar el tiempo. Una máquina nueva que costó aproximadamente \$19 980 000, al pasar los años ya no vale lo mismo. Imagina que la maquinaria en cuestión se desvaloriza \$400 000 cada año desde su valor original nuevo.
  - ¿Cuál sería la ecuación que permite obtener la depreciación?
  - Grafica esa situación en el plano cartesiano.
  - ¿En qué cuadrante del plano se grafica la recta? ¿Por qué?
  - ¿Cómo es la pendiente de la recta en este caso? ¿Por qué debe ser así?
  - ¿Cómo se interpreta el coeficiente de posición en este caso?
- Vuelve al punto 1) y 2) y grafica ambas ecuaciones con alguna herramienta digital.
  - ¿Qué sucede con las rectas? ¿Cómo se despliegan en el gráfico? Describe.
  - Si la retroexcavadora se arrienda por 6 horas, ¿cuánto dinero se recibe? ¿Cuál es la ganancia efectiva considerando los costos?
  - Si se necesita obtener una ganancia efectiva de \$156 923, ¿por cuántas horas debería arrendarse la máquina?
  - ¿Tienen algún punto en común? ¿Cómo se puede interpretar esto?
  - ¿Cómo se puede interpretar la situación en términos de pérdidas o ganancias?
  - ¿Se puede hablar de un punto de equilibrio en este caso?

5. Considera ahora una nueva situación en la que se agrega algunos gastos operacionales fijos de \$6 000. Además, por una estrategia de mercado, el dueño decide bajar el costo de arriendo a \$5 000 la hora. Grafica la nueva situación con alguna herramienta digital.
- ¿Qué sucede con las rectas ahora? ¿Cómo se despliegan en el gráfico?
  - Si la retroexcavadora se arrienda por 6 horas, ¿cuánto dinero se recibe? ¿Cuál es la ganancia efectiva, considerando los costos?
  - Si se necesita obtener una ganancia efectiva de \$32 060, ¿por cuántas horas debería arrendarse la máquina?
  - ¿Tienen las rectas algún punto en común? ¿Cómo se puede interpretar esto?
  - ¿Cuál es el punto de equilibrio?
  - ¿Cómo se puede interpretar la situación en términos de pérdidas o ganancias?
  - Si comparas esta situación de arriendo con la primera (punto 1), ¿qué ventajas o desventajas se puede observar? ¿Cuál es una mejor estrategia?
6. En el contexto de arriendo de una maquinaria, ¿cómo se interpreta lo que sucede en cada uno de los siguientes gráficos (horas versus dinero) presentados?



### ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- Es importante que comprendan que se puede modelar los costos operacionales (punto 1) con una recta que pasa por los puntos  $(0, 0)$  y  $(1, 3\ 097)$ . Así, la pendiente es el valor 3 097 y, dado que es positiva, implica una orientación con ángulo menor a  $90^\circ$  respecto del eje X. En este caso, la recta  $y_c = 3\ 097x$  pasa por el origen.
- Aunque se da énfasis a la ecuación de la recta como objeto matemático, es relevante preguntarse por cuáles valores de  $x$  son pertinentes; los alumnos deben inferir que, de acuerdo con el contexto, no tiene sentido hablar de horas “negativas”.
- Se puede agregar otras preguntas para obtener los costos de la operación según diferentes horas de arriendo de la retroexcavadora. Así se refuerza la comprensión de la situación propuesta.

4. En la actividad relacionada con la retroexcavadora, se propone que busquen la ecuación de la recta para los ingresos de la operación acorde al número de horas de arriendo de la misma. Aquí la recta pasa por los puntos  $(0, 0)$  y  $(1, 16\ 002)$  y la pendiente ahora es 16 002, también positiva, pero con una inclinación mayor que la recta de los costos. En este caso, la recta  $y_i = 16\ 002x$  pasa por el origen.
5. Luego, se propone una situación algo diferente: el concepto de devaluación del precio de una retroexcavadora. Por ello, la recta que representa la situación tiene pendiente negativa y corta el eje Y en el valor correspondiente al precio original de la máquina cuando se compra. En este caso, la recta es  $y = -400\ 000x + 19\ 980\ 000$ .
6. Proponga que usen herramientas digitales para graficar las ecuaciones de los costos operacionales y de los ingresos por concepto de arriendo. Lo primero que se puede observar es que la ecuación de los costos va por “debajo” de la ecuación de los ingresos, lo que es un buen indicador de que el negocio debería funcionar; es lo que produce la ganancia o margen de la operación.
7. Una pregunta clave es que comparen situaciones y vean cuál es más conveniente. Se propone que los jóvenes discutan al respecto, ya que en el primer modelo se produce ganancia desde el principio, pero en el segundo modelo existe un costo relacionado con ahorro como resguardo en caso de que la máquina sufra un desperfecto; no obstante, el arriendo por hora es considerablemente menor.
8. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
  - Explican las respuestas relacionadas con problemas sobre rectas y circunferencias.
  - Describen situaciones mediante ecuaciones analíticas de rectas o circunferencias.
  - Elaboran ecuaciones de rectas a partir de la pendiente y las coordenadas de un punto dado.

## RECURSOS Y SITIOS WEB

*Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:*

- Punto de equilibrio  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.slideshare.net/licmata/punto-de-equilibrio-2-ecuaciones-2-incgnitas>
- Crecimiento lineal y ecuación de la recta  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-graphing-lines-and-slope/alg-basics-writing-slope-intercept/v/graphs-using-slope-intercept-form>
- Ecuaciones lineales y punto de equilibrio  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.youtube.com/watch?v=zWr64MoJri0>
- Crecimiento lineal y ecuación de la recta  
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-graphing-lines-and-slope/alg-basics-writing-slope-intercept/v/graphs-using-slope-intercept-form>