

Actividad 3: La rueda de la fortuna

PROPÓSITO

Los estudiantes identifican el modelo que describe la relación entre las variables altura y tiempo de una cabina en una rueda de la fortuna en movimiento. A partir de ello, reconocen las restricciones dadas por el contexto y lo utilizan para predecir valores que puedan aportar a que comprendan mejor la situación descrita. Asimismo, identifican la relación entre la función seno y coseno a partir de la rueda de la fortuna.

Objetivos de Aprendizaje

OA 3. Construir modelos de situaciones o fenómenos de crecimiento, decrecimiento y periódicos que involucren funciones potencia de exponente entero y trigonométricas $\sin(x)$ y $\cos(x)$, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA e. Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

Actitudes

- Actuar responsablemente al gestionar el tiempo para llevar a cabo eficazmente los proyectos personales, académicos y laborales.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

LA RUEDA DE LA FORTUNA

Una de las ruedas de la fortuna más grandes del mundo se encuentra en la ciudad de Las Vegas, en Estados Unidos. Su altura máxima desde el suelo es de 167,6 m y su diámetro es de 158,5 m. Las 28 cápsulas que posee albergan a cerca de 40 personas cada una, con múltiples actividades en ellas. Una cápsula tarda 30 minutos en dar una vuelta completa y quienes la han visitado comentan que adentro el movimiento es casi imperceptible.

Otra particularidad es que, una vez que comienza a girar, no se detiene en todo un día, ni siquiera para abordarla. Para conocer la altura de cualquier cápsula en un tiempo determinado, se puede contar con un modelo matemático, exacto y confiable, que describe segundo a segundo la trayectoria de dicha cápsula.

- A partir del esquema simplificado de la rueda de la fortuna (Figura 1), completa la tabla con la altura de la cápsula A en distintos momentos de tiempo, teniendo presente que el recorrido de la cápsula A comienza en el punto más cercano a la tierra.

- a. Observa que se ha marcado algunos ángulos en radianes, úsalos como referente para medir el tiempo en esos puntos.
- b. También puedes usar el applet de GeoGebra y ver una animación de la rueda de la fortuna en movimiento.

Tabla 1: Relación entre altura y tiempo de la cápsula A.

Ángulo en una vuelta	0 rad	$\frac{\pi}{4} \text{ rad}$	$\frac{\pi}{2} \text{ rad}$	$\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$	$\pi \text{ rad}$	$\frac{5\pi}{4} \text{ rad}$	$\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$	$\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$	$2\pi \text{ rad}$
Tiempo en una vuelta	0 min		7,5 min				22,5 min		
Altura de la cápsula A en una vuelta	0 m		79,25 m		158,5 m				

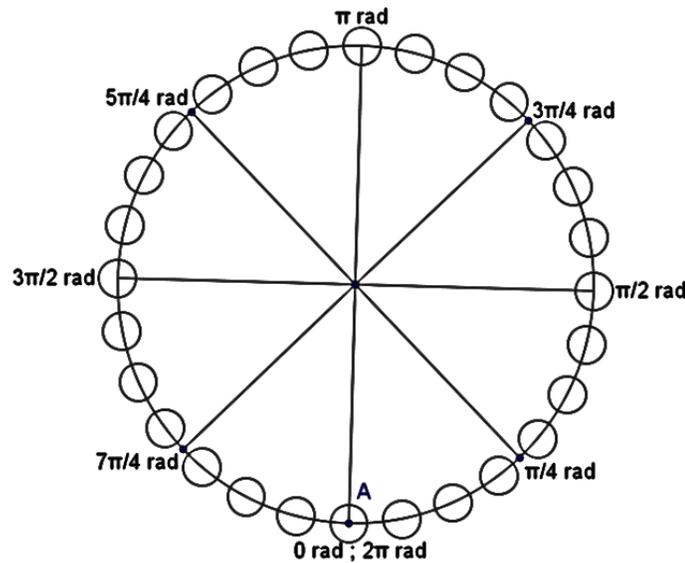


Fig. 1: Imagen simplificada de la rueda de la fortuna con 28 cápsulas, destacando la cápsula A.

2. A partir de la tabla, ¿cuál es la relación entre las variables altura de la cápsula A (h_A) y tiempo (t)? ¿Cómo la describirías? Da algunos ejemplos.
3. En el plano cartesiano, marca los puntos que relacionan las variables h_A y t .
 - a. ¿Qué variable irá en cada eje?
 - b. ¿Qué criterio usarás?
 - c. Describe la forma del gráfico que observas.
 - d. ¿Crees que se pueda completar con una línea continua?
 - e. ¿Qué interpretación tendrían esos puntos en el contexto de la rueda de la fortuna?
4. Usando el deslizador Densidad, completa la gráfica:
 - a. ¿Qué forma tiene?

- b. ¿Cómo se relaciona con el movimiento oscilatorio de la cápsula de la rueda de la fortuna? Puedes usar el applet para apoyar tu respuesta.

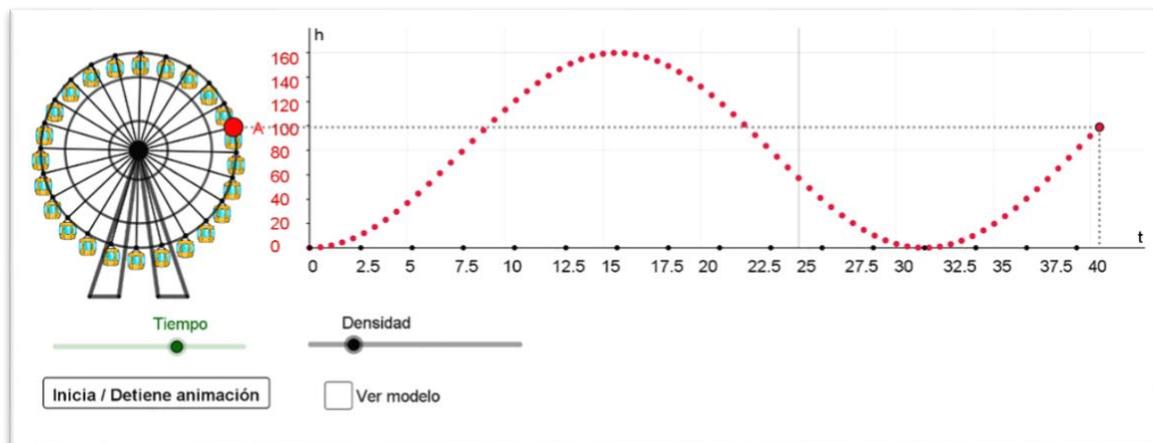


Fig. 2: Applet GeoGebra de Modelo Rueda de la fortuna

5. ¿Qué significa que la gráfica pase por el punto $(63,75; 39,625)$? ¿Cuántas vueltas completas ha dado la cápsula A?
6. ¿En qué tiempos llega la cápsula A a su máxima altura en 2 vueltas completas? ¿En qué tiempos pasa por la mínima altura posible?
7. Según el contexto de la rueda de la fortuna, considera:
 - a. ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable hA ?
 - b. ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable t ?

PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN

1. En la Figura 3, observen cuáles son los parámetros que se puede analizar de una función trigonométrica.
 - a. Para su modelo anterior, marquen la línea base de la función graficada.
 - b. Determinen el valor de la amplitud (A), el desplazamiento vertical (C), el periodo (T) y el desplazamiento de fase (α).
 - c. Determinen también la frecuencia angular, considerando que $w = \frac{2\pi}{T}$.
 - d. Expresen algebraicamente la función seno, que describe la relación entre las variables hA y t , según el contexto de la rueda de la fortuna.

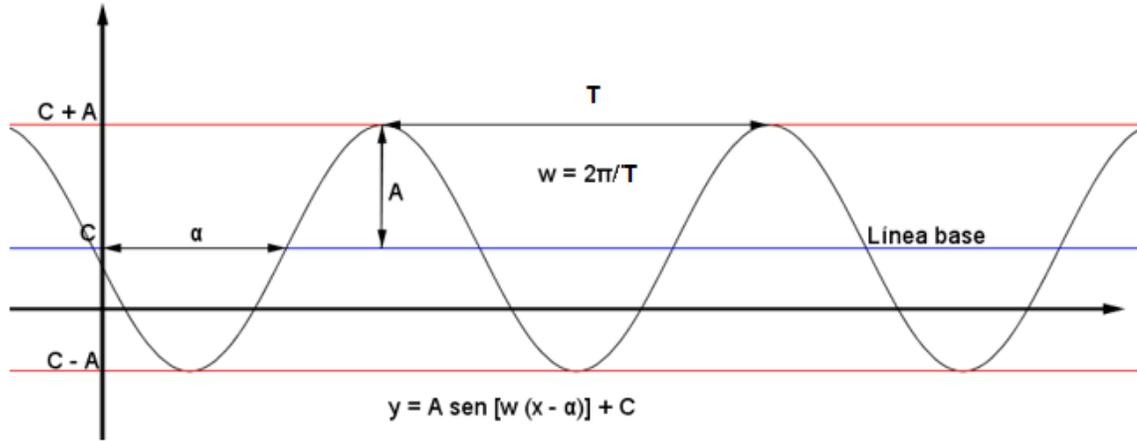


Fig. 3: Forma general de la función seno.

2. En el applet, elijan la opción Mostrar modelo algebraico y compárenlo con la representación algebraica que obtuvieron.
3. ¿Cómo se relaciona la forma algebraica con la forma gráfica de la función que modela la relación entre hA y t ?
4. Observen las dos representaciones del modelo que describe la relación entre hA y t :
 - a. ¿Cuál de ellas les parece más adecuada para describir cómo varía la altura cuando avanza el tiempo?
 - b. ¿Cuál de ellas usarían para encontrar la altura de la cápsula A cuando han pasado 150 minutos desde que comenzó a funcionar la rueda?

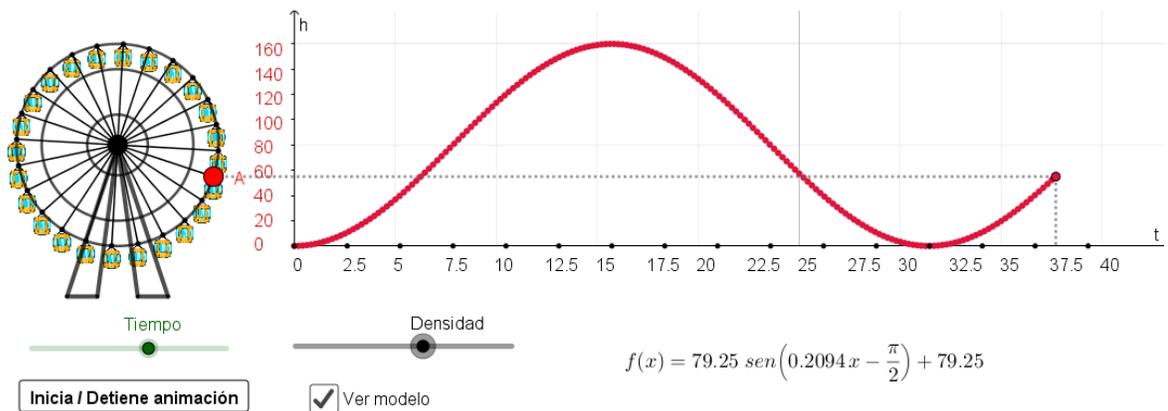


Fig. 4: Applet GeoGebra de modelo rueda de la fortuna, representación gráfica y algebraica.

5. Completen la tabla con los valores que corresponden a la altura y el tiempo de la cápsula B. Consideren que el tiempo comienza a avanzar estando la cápsula B en altura, como muestra la Figura 5.

Tabla 2: Relación entre altura y tiempo de la cápsula B.

Tiempo en una vuelta	0 min	3,75 min	7,5 min	11,25 min	15 min	18,75 min	22,5 min	26,25 min	30 min
Altura de la cápsula B en una vuelta	158,5 m				0 m				

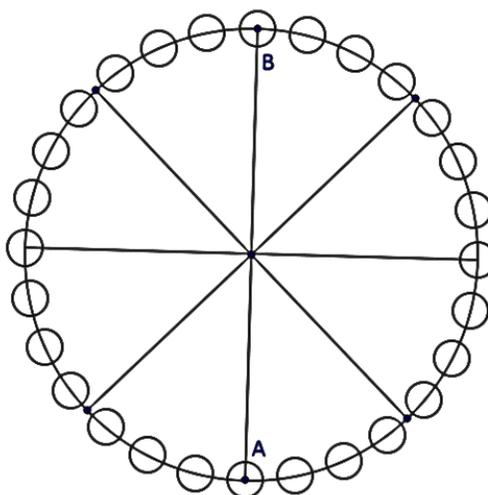


Fig. 5: Imagen simplificada de la rueda de la fortuna con 28 cápsulas, destacando las cápsulas A y B.

6. Grafiquen en el plano cartesiano anterior, la relación entre la altura de la cápsula B (hB) y el tiempo transcurrido (t) en dar algunas vueltas. Desde la gráfica determinen:
- La línea base de la función graficada.
 - El valor de la amplitud (A), el desplazamiento vertical (C), el periodo (P) y el desplazamiento de fase (α).
 - La frecuencia angular.
 - Expresen algebraicamente la función seno que describe la relación entre las variables hB y t , según el contexto de la rueda de la fortuna.

7. Grafiquen ahora una función de la forma $h'B(t) = A \cos(\omega t - \alpha) + C$.
- a. Tengan presente que, en este caso, se considera el desplazamiento de fase como en la Figura 6.

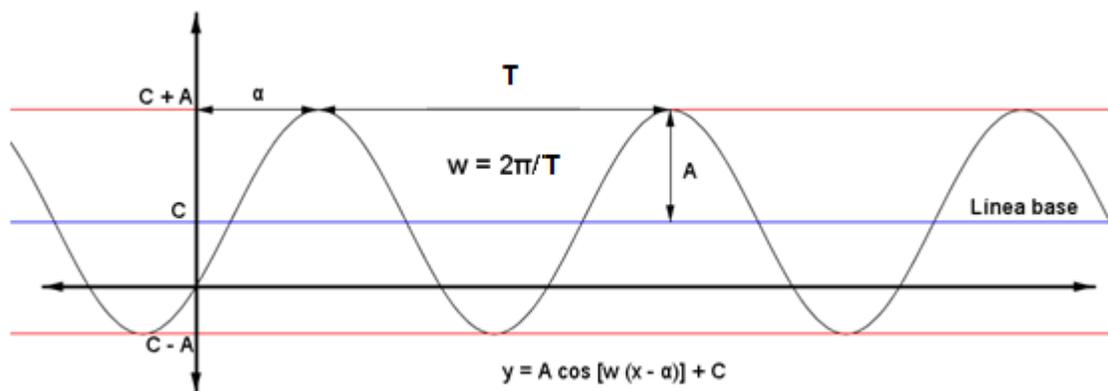


Fig. 6: Forma general de la función coseno.

8. Comparen las dos funciones hB y $h'B$, desde las gráficas y desde las representaciones algebraicas.
- a. ¿Cómo son las gráficas de ambas funciones? ¿Se puede afirmar que describen la misma situación?
- b. ¿Cómo son las expresiones algebraicas de ambas funciones? ¿En qué se diferencian?
- c. ¿Qué relación se puede establecer entre la función seno y la función coseno?
9. Escojan una de las representaciones obtenidas para la cápsula B y respondan:
- a. ¿Qué significa que la gráfica pase por el punto $(37,5; 79,25)$? ¿Cuántas vueltas completas ha dado la cápsula B? ¿En qué vuelta va?
- b. ¿En qué tiempos la cápsula B llega a su máxima altura en 2 vueltas completas? ¿En qué tiempos pasa por la mínima altura posible?
10. En las gráficas de la cápsula A y la cápsula B hay intersecciones. Expliquen qué significan estos puntos de intersección, según el contexto de la rueda de la fortuna.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

- El movimiento de las cápsulas de la rueda de la fortuna es periódico; por lo tanto, se lo puede modelar mediante una función trigonométrica. En primera instancia, se propone usar la función seno, pero en la segunda actividad se compara las funciones seno y coseno y se establece la relación entre ellas.
- Se sugiere modelar las situaciones en ambas actividades, iniciando por los datos en una tabla y luego graficando dichos datos como puntos en el plano cartesiano. A partir de ese primer acercamiento al modelo, se completa la forma gráfica y desde ahí se avanza hacia la representación algebraica.
- Al establecer los modelos algebraicos, se sugiere identificar el desplazamiento de fase –que varía entre la función seno y la función coseno– y la frecuencia angular. En este último parámetro se conjuga 2π y el tiempo en minutos. Se recomienda registrar en todo momento las unidades de medida, de modo que los jóvenes no pierdan de vista que el seno se calcula para un ángulo.

4. Se sugiere mediar el descubrimiento de la igualdad. Para esto, se puede calcular prestando atención solo al argumento del seno, de modo de establecer que $\frac{2\pi(x-22,5)}{30} = \frac{2\pi x}{30} + \frac{\pi}{2}$. Por otro lado, usando algunos ejemplos específicos, cabe notar la paridad de la función.
5. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Interpretan información, utilizando modelos que involucran funciones potencia y trigonométricas para deducir resultados.
 - Construyen modelos de situaciones que involucran funciones potencias y trigonométricas para inferir resultados en diferentes momentos.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- Ejemplo de una noria en funcionamiento
https://www.curriculumnacional.cl/link/http://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_4eso_funciones1-JS-LOMCE/noria.htm
- Información de la rueda de la fortuna usada para las actividades
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://elsouvenir.com/rueda-fortuna-las-vegas/>
- Calculadora gráfica
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.desmos.com/calculator>