

Actividad 2: Funciones cúbicas para entender fenómenos de la naturaleza

PROPÓSITO

Se identifica dos contextos en los que la función cúbica es una herramienta modeladora que permite aproximar valores experimentales a una expresión –primero gráfica y luego algebraica– que entrega los elementos necesarios para predecir otros datos que no se obtuvieron mediante la experimentación. En ambos casos, se usa recursos digitales para ayudar a los alumnos a descubrir las funciones a fin de acceder a más datos.

Objetivos de Aprendizaje

OA 3. Construir modelos de situaciones o fenómenos de crecimiento, decrecimiento y periódicos que involucren funciones potencia de exponente entero y trigonométricas $\sin(x)$ y $\cos(x)$, de forma manuscrita, con uso de herramientas tecnológicas y promoviendo la búsqueda, selección, contrastación y verificación de información en ambientes digitales y redes sociales.

OA e. Construir modelos realizando conexiones entre variables para predecir posibles escenarios de solución a un problema, y tomar decisiones fundamentadas.

OA f. Evaluar modelos para estudiar un fenómeno, analizando críticamente las simplificaciones requeridas y considerando las limitaciones de aquellos.

Actitudes

- Actuar responsablemente al gestionar el tiempo para llevar a cabo eficazmente los proyectos personales, académicos y laborales.

Duración: 6 horas pedagógicas

DESARROLLO

CULTIVO DE PAPAS

- Lee con tus compañeros de grupo el siguiente texto: “En el territorio nacional hay alrededor de 221 variedades de papas. ¿Cuántas conoces o has probado? Su presencia en la mesa chilena es recurrente, dado que son bajas en grasas y son una fuente de energía natural por ser ricas en almidón. Además, contienen vitaminas B y C y minerales (calcio, potasio, magnesio, hierro), que resultan esenciales.

Conexión
interdisciplinaria:
**Ciencias para la
Ciudadanía**
OA c, 3° y 4° medio

Se las puede cultivar en gran parte del territorio, pero su producción se encuentra determinada por la interacción de múltiples factores, como el clima, el suelo y la disponibilidad de los nutrientes, entre otros factores. Dado que los nutrientes no necesariamente estarán disponibles ni en la

cantidad ni en el momento en que más lo requieren los cultivos, la fertilización se vuelve fundamental. El nutriente más deficiente siempre limitará la productividad. En ese contexto, un nutriente que en muchas ocasiones no se aplica es el calcio, o se aplica en dosis y momentos no óptimos para la papa.

Los alcances de la agroindustria en las mejoras de los cultivos son múltiples, en particular respecto de la papa. Una investigación hecha en invernadero permitió determinar las curvas de absorción de la cantidad de nutrientes acumulada en las hojas de la planta de papa, en cada fase de crecimiento. Se trasplantó las semillas *in vitro* a los 14 días, y cada 7 días se realizaba el análisis de absorción. Se usó 1 180 g/1 000 l de nitrato de calcio para preparar la solución que se aplicó a lo largo de la experimentación.

- Anota en tu cuaderno la información que te parece importante conocer sobre la papa.
 - Clasifica esta información en datos específicos que te pueden servir para resolver un problema en matemática y en datos que te pueden servir para la salud.
- En cuanto al proceso de absorción del calcio, se recolectó la información presente en la tabla, desde el periodo de trasplante hasta el día 70:

Tabla 1: Absorción de calcio por día en la hoja de la planta de papa

Días	14	21	28	35	42	49	56	63	70
Cantidad de calcio acumulado (mg/planta)	1,7012	7,7418	12,6102	25,5825	46,9345	79,9423	110,8819	183,0291	222,66

- En una planilla de cálculo, ingresa los datos anteriores y crea una tabla de dos columnas. La primera serán los días y la segunda, la cantidad de calcio acumulado.
 - Inserta un “Gráfico de dispersión solo con marcadores” y describe su forma de manera general.
 - Intenta relacionarla con alguna forma gráfica de otras funciones que ya conozcas, ¿a qué función crees que se aproxima más esta curva?
- Para poner a prueba tu conjetura, haz clic en “Agregar línea de tendencia” sobre los puntos del gráfico (con el botón derecho del mouse).
 - De las opciones listadas en la ventana emergente, elige la que tenga un dibujo más parecido a la forma del gráfico anterior, luego cierra la ventana.
 - ¿Mantienes tu conjetura?



Fig. 1: Opciones disponibles de línea de tendencia en una planilla de cálculo.

- Puedes probar con otras opciones hasta encontrar la mejor aproximación de la curva que pasa por los puntos de la tabla.

- d. ¿Por qué crees que la curva no pasa exactamente por cada uno de los puntos? ¿Influye esto en la curva que elegiste para representar adecuadamente la relación entre las variables del problema?
5. ¿Qué significado le atribuyes a los puntos que ahora han aparecido (sobre la curva) que no estaban inicialmente en la tabla? ¿Hay vacíos en la curva?
6. La mejor aproximación es la línea de tendencia potencial; sin embargo, no queda claro a qué función potencia se refiere.
 - a. Haz clic sobre la curva (con el botón derecho del mouse) y elige la opción “Formato de línea de tendencia”.
 - b. Casi al pie de la ventana aparece la opción “Presentar ecuación en el gráfico”. Márcala y cierra la ventana. ¿Qué función apareció?

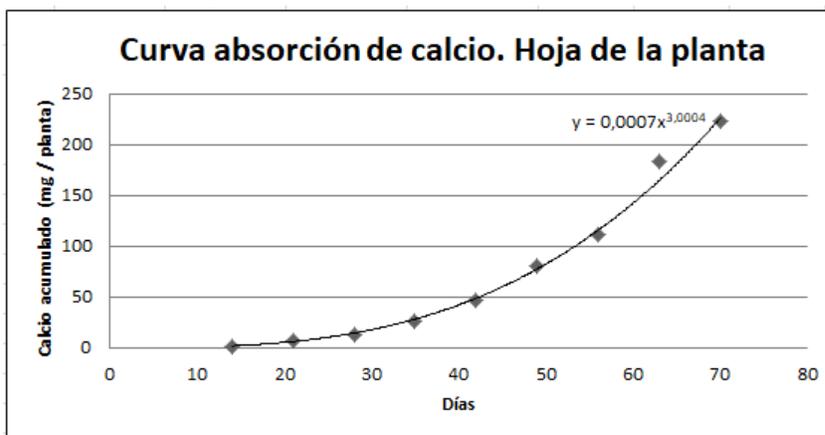


Fig. 2: Gráfico en una planilla de cálculo con línea de tendencia y ecuación.

7. Dada la forma algebraica de la función que mejor modela los datos de la tabla:
 - a. ¿Cuál podría ser una mejor aproximación de esta función, usando una función potencia?; ¿cuál sería el exponente?
 - b. Describe una ventaja que implique aproximar el modelo dado en una planilla de cálculo, a un modelo de función potencia cúbica.
8. Para esta función, ¿cuáles son las restricciones en relación con el contexto estudiado?
 - a. ¿Pueden x y $f(x)$ tomar cualquier valor? ¿De qué depende?
 - b. Utiliza la forma algebraica o la forma gráfica de esta función para predecir algunos valores de absorción de calcio en los días en que no se tomó muestras.
9. ¿Entre qué periodos (días) es más rápida la absorción de calcio? ¿En qué periodos es más lenta?
10. ¿Qué representación de la función –tabla de datos, gráfico o expresión algebraica– te permite responder de forma más simple o directa la pregunta anterior?

NUEVAS FUENTES DE ENERGÍA

Lean en grupo la siguiente información y trabajen en conjunto las preguntas asociadas al tema: “Una vez aceptada en la comunidad científica la teoría de la curva de Hubbert, es indispensable esforzarse aún más por establecer nuevas fuentes de energía o aprovechar de forma óptima las ya existentes. En

este contexto, la energía eólica tiene un rol fundamental, pues es una fuente de energía renovable que utiliza la fuerza del viento para generar electricidad. El principal medio para obtenerla son los aerogeneradores (molinos de viento) que transforman la energía cinética del viento en energía mecánica cuando sus aspas giran”.

1. En la Figura 3 se muestra un molino de viento, considerando que la altura del molino es fija:
 - a. ¿Cómo describirían la relación entre el movimiento de las aspas y la velocidad del viento?



Fig. 3: Applet Aerogenerador.

2. La potencia medida en KWatt que produce un aerogenerador depende de la velocidad del viento que se mide en Km/h). En la tabla se muestran algunos valores.
 - a. ¿Cómo se podría modelar esta situación?

Ver Tabla

v	P(v)
1	0.61
2	4.88
3	16.47
4	39.04
5	76.25
6	131.76
7	209.23

Fig. 4: Relación entre variables potencia del aerogenerador y velocidad del viento.

3. Marquen los puntos de la tabla en un plano cartesiano.
 - a. ¿Qué valores irán en el eje X y qué valores en el eje Y ? ¿En qué se basan para tomar esta decisión?
 - b. ¿Se puede describir la relación entre las variables mediante alguna función que hayan estudiado antes, como una función lineal, una función logarítmica u otras?
 - c. Descarten algunas funciones que saben que no describen esta relación, indicando por qué sucede esto.

4. A mano alzada, tracen una curva que pueda aproximar la relación entre los valores de las variables potencia del aerogenerador y velocidad del viento.
 - a. Describan la forma de la curva.
 - b. Desde la forma gráfica, ¿pueden relacionar esta curva con alguna otra que ya hayan estudiado?
 - c. ¿En qué se basan para descartar otras funciones que ya conocen?

5. Una posible forma algebraica que modela la relación entre la potencia del aerogenerador y la velocidad del viento es:

$$P(v) = 0,61 v^3$$

- a. ¿Qué representa 0,61 en la expresión general?
 - b. ¿Cómo pueden determinar el valor de A? ¿Cuál es?
 - c. Describan con sus palabras la relación que existe entre $P(v)$ y v .
 - d. ¿Qué creen que pueda significar el valor 0,61 en la expresión anterior?
6. ¿Por qué se puede afirmar que $P(v)$ es una función? ¿Qué condiciones cumple?
 7. ¿Cuáles son las restricciones de esta función para que modele efectivamente la situación descrita sobre la potencia de un aerogenerador?
 8. Consideren que la forma general de una función que modela la relación de interdependencia entre la potencia de un aerogenerador y la velocidad del viento, viene dada por:

$$P(v) = \frac{1}{2} A \rho v^3$$

donde A es el área de las hélices del aerogenerador (en m^2) y $\rho = 1,225 \frac{kg}{m^3}$ es la densidad del aire a nivel del mar a $15^\circ C$.

9. ¿En qué se diferencia esta expresión con la usada en la simulación del applet?
 - a. ¿Qué representa 0,61 en la expresión general en la simulación del applet?
 - b. ¿Cómo pueden determinar el valor de A? ¿Cuál es?
10. ¿Cómo podrían ahora, formalmente, describir la relación entre la potencia de un aerogenerador y la rapidez del viento?
 - a. ¿Entre que rangos de rapidez del viento aumenta más rápido la potencia del aerogenerador?
 - b. ¿Cuándo ocurre lo contrario?
 - c. ¿Cómo podrían utilizar esta expresión, por ejemplo, para determinar la velocidad del viento para obtener 3 kW?
 - d. Investiguen qué artefactos de su hogar podrían encender al mismo tiempo con esta potencia.

ORIENTACIONES PARA EL DOCENTE

1. Antes de este nivel, los alumnos ya trabajaron con la función potencia de la forma $f(x) = ax^n$, con $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$ y $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, solo que con casos particulares, para exponente 1 y 2. En esta oportunidad, se presenta el estudio de dos funciones cúbicas, en las que la experimentación es fundamental.

2. La actividad modela la curva de absorción de calcio de la hoja de la planta de una variedad de papa, en relación con el tiempo transcurrido de plantación. Se simplificó el contexto agronómico de la investigación real para que pueda estudiarse en este nivel, pues el modelo real corresponde a una función polinómica de grado 3.
3. Se sugiere mostrar la relación entre dos variables, potencia de un aerogenerador y velocidad del viento, que se describe con una función potencia de la forma $P(v) = 0,61 v^3$, donde $P: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$. Mediante el uso de un applet de GeoGebra, simularán la interacción entre el aerogenerador y el viento. Asimismo, contarán con una tabla con algunos puntos específicos que relacionan ambas variables. Deben graficar los valores de la tabla y conjeturar una función que describa su relación, la que corroborarán mediante el mismo applet.
4. Apóyelos para que encuentren la mejor aproximación, que debería ser similar a:

$$f(x) = 0,0007x^3$$
5. Es importante que analicen el crecimiento de una variable a medida de la otra también crece, y viceversa. Tienen que notar cómo, en ciertos tramos de la función, el crecimiento ocurre a una tasa o razón (dependiendo de la actividad) distinta de la que ocurre en otros tramos de la misma función. Para ello, tienen que indicar la forma gráfica como la mejor representación de la función.
6. Solo desde la gráfica y sin mayor análisis, pueden cometer el error de considerar la función como exponencial o cuadrática. Para subsanarlo en parte, cabe pedirles que prueben con algunos puntos de la tabla para que corroboren el error cometido con casos concretos.
7. Se sugiere los siguientes indicadores para evaluar formativamente los aprendizajes:
 - Interpretan información, utilizando modelos que involucran funciones potencia y trigonométricas para deducir resultados.
 - Varían parámetros de modelos existentes que involucran funciones potencia y trigonométricas para comparar resultados.
 - Describen modelos existentes que involucran funciones potencia y trigonométricas para relacionar partes y características de la situación.

RECURSOS Y SITIOS WEB

Sitios web sugeridos para estudiantes y profesores:

- Investigación completa para determinar curvas de absorción de nutrientes
https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0378-18442009000100011#f1
- Calculadora algebraica Wiris Cas
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://www.wiris.net/demo/wiris/es/cas.html>
- Explorador de energía eólica
<https://www.curriculumnacional.cl/link/http://walker.dgf.uchile.cl/Explorador/Eolico2/>
- Calculadora gráfica
<https://www.curriculumnacional.cl/link/https://www.desmos.com/calculator>