

GUÍA DEL ESTUDIANTE

Noción de función a partir del cambio lineal

Palabras clave

Función, Factor, Números de entrada, Números de salida, Transformación, Cambio, Sumar, Multiplicar, Variación, Variación lineal.

Preguntas de inicio

- ¿Qué es una función en matemática?
- ¿Cómo se articulan las nociones de entrada, transformación y salida en una función?
- ¿Cómo se relacionan las máquinas que transforman materia prima en productos elaborados con las funciones matemáticas?
- ¿Importa el orden en que se realizan las transformaciones en una función?

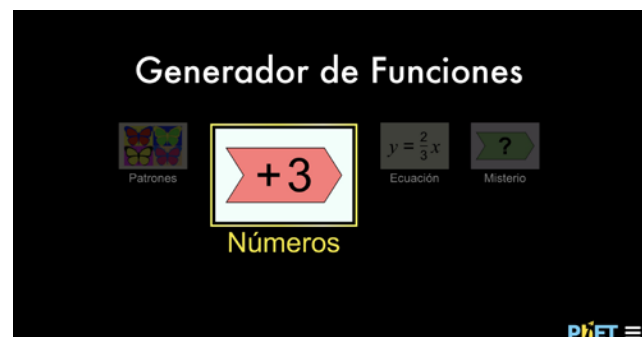
Presentación

En esta oportunidad, introduciremos la noción de función utilizando la metáfora de máquinas.

Para acceder al **Generador de funciones**, debes ingresar a la dirección

https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_es.html

y a continuación escoger la opción **Números**, como indica la imagen adjunta.



Puedes ver el Anexo al final de esta actividad para interiorizarte acerca de esta simulación.

¡Comencemos!

Existen máquinas a las que se les ingresa algún elemento y su función es transformarlo de alguna manera. Esta idea se puede utilizar para entender la noción de función matemática. Por ejemplo, consideremos una máquina para hacer palomitas de maíz. Observa lo que se necesita para hacer palomitas de maíz.

Granos secos de maíz	La máquina que transformará granos de maíz en palomitas de maíz	Palomitas de maíz
		

El proceso se describe en la siguiente secuencia: entran granos de maíz, la máquina procesa y salen palomitas de maíz. Tres fases: **entrada, transformación y salida**.

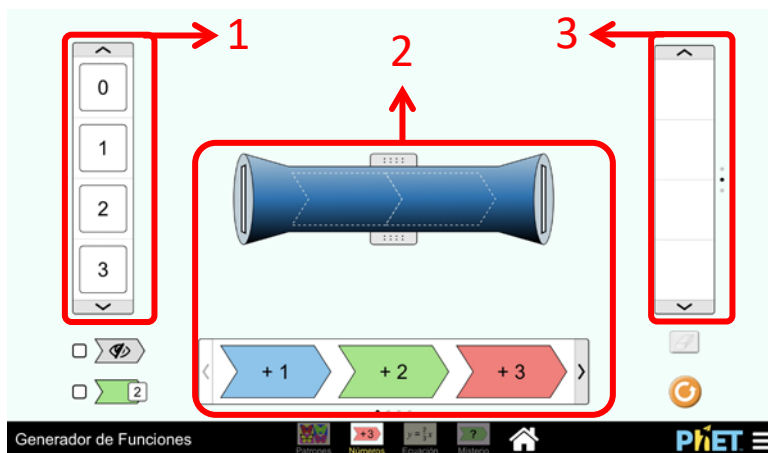
1. Introducir granos de maíz a la máquina.	2. La máquina transforma los granos de maíz.	3. La máquina entrega los granos de maíz transformados en palomitas de maíz.
		

¿Puedes dar más ejemplos de máquinas a las que se les introduce elementos, los transforma y entrega elementos transformados?

Una máquina como la del ejemplo anterior, es una metáfora del concepto de **función matemática**. Ambas reciben una entrada, tienen una manera de transformarla y entregan una salida. Estudiaremos las funciones matemáticas usando el **Generador de funciones** de la Universidad de Colorado.


La imagen adjunta muestra la simulación de una máquina. A la izquierda las posibles entradas, al centro la máquina que hay que configurar y a la derecha las salidas, allí veremos los resultados. En este caso se eligió una máquina que procesa números.

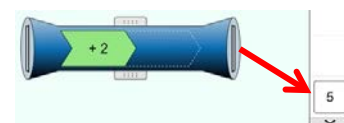
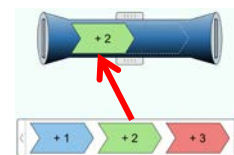
1. **Números de entrada.** Conjunto de números que se introducen a la máquina.
2. **La máquina por configurar.**
3. **Números de salida.** Conjunto de números que entrega a la máquina.



Haciendo funcionar la máquina

Veamos un ejemplo:

- Configurar la máquina, esto es determinar lo que hará la máquina. Por ejemplo, si queremos que sea una máquina que “suma 2”,
Arrastramos  para configurar la máquina.
Podemos decir que la transformación que realiza la máquina es “sumar 2”.
- Echa a andar la máquina
Arrastra uno de los **números de entrada** e introdúcelo a la máquina por la ranura izquierda. La máquina transformará este número, sumándole 2.
- Observa el **número de salida** que sale de la máquina.

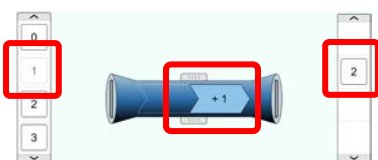


Desarrolla las siguientes actividades

- Completa lo siguiente:

¿Cuál es la **entrada** que se escogió en el ejemplo anterior? _____
 ¿Cuál es la **transformación** que realiza la máquina? _____
 ¿Cuál es la **salida** que entregó la máquina? _____


- Usando el recurso digital, observa con atención el siguiente ejemplo:




¿Cuál es el número de entrada que se escogió? 1
 ¿Cuál es la transformación que realiza la máquina?
La Máquina suma 1 al número de entrada
 ¿Cuál es el número de salida que entrega la máquina? 2

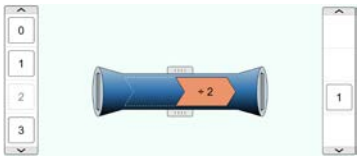
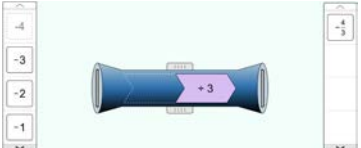
En este ejemplo, se ha escogido el número 1 en la columna izquierda, se ha introducido a la máquina, la que le suma 1 y se ha obtenido el número 2 en la columna derecha.

A continuación, completa:

- 

Número de entrada escogido: _____
 Transformación que realiza la máquina: _____
 Número de salida que entrega la máquina? _____
- 

Entrada escogida: _____
 Transformación que realiza la máquina: _____
 Salida de la máquina: _____

- c.  Entrada: _____
Transformación: _____
Salida: _____
- d.  Entrada: _____
Transformación: _____
Salida: _____
- e.  Entrada: _____
Transformación: _____
Salida: _____

3. Utiliza la simulación **Generador de funciones** para completar la columna que falta en las siguientes tablas.

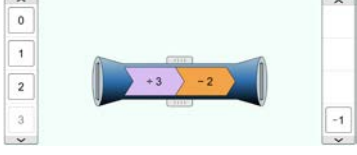
a.

Número de entrada	Transformación	Número de salida
-4	Sumar 2	$-4 + 2 = -2$
0	Restar 3	
2	Sumar -2	
	Sumar -3	0
	Sumar -2	-6
	Sumar -1	3
-4		-3
-1		-4
7		5

b.

Número de entrada	Transformación	Número de salida
-4	Multiplicar por 2	
0	Dividir por 3	
2	Dividir por -1	
	Multiplicar por 1	-4
	Multiplicar por 0	0
	Dividir por 1	-2
-4		$-\frac{4}{3}$
-1		$-\frac{1}{2}$
7		$\frac{7}{3}$

4. En cada uno de los siguientes ejemplos, responde:

- a.  Entrada: 3
Transformación: La Máquina suma 1 al número de entrada y al resultado lo multiplica por 2
Salida: 8
- b.  Entrada: _____
Transformación: _____
Salida: _____
- c.  Entrada: _____
Transformación: _____
Salida: _____
- d.  Entrada: _____
Transformación: _____
Salida: _____
- e.  Entrada: _____
Transformación: _____
Salida: _____
- f.  Entrada: _____
Transformación: _____
Salida: _____

g. Compara el caso “c” con el caso “d” nota que el orden de las operaciones de cada función está invertido. Determina si el orden de las operaciones implica que sean funciones diferentes o no. Haz el mismo análisis con los casos “e” y “f”.

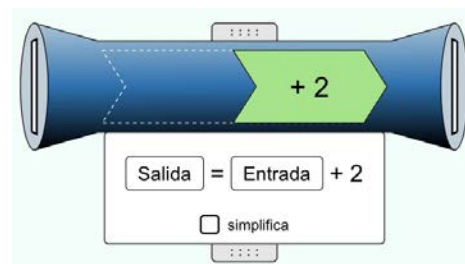
5. Utiliza el **Generador de funciones** para completar la columna que falta en las siguientes tablas.

Número de entrada	Transformación	Número de salida
-3	Sumar 2 y el resultado multiplicarlo por 2	
1	Multiplicar por 2 y al resultado, sumarle 2	
6	Restar 1 y el resultado multiplicarlo por 2	
	Dividir por 3 y al resultado, sumarle 1	2
	Sumar -2 y el resultado dividirlo por 2	$-\frac{5}{2}$
	Multiplicar por 2 y el resultado dividirlo por 3	$-\frac{2}{3}$
-4		-4
0		2

0		0
---	--	---

6. Observa que en el recurso digital, la máquina permite mostrar la expresión matemática correspondiente a la transformación que se haya escogido. Por ejemplo, si la transformación es “Sumar 2”, la máquina permite mostrar que la salida es igual a la entrada más 2:

$$\boxed{\text{Salida}} = \boxed{\text{Entrada}} + 2$$



Si llamamos x a la $\boxed{\text{Entrada}}$ y llamamos y a la $\boxed{\text{Salida}}$, entonces la transformación $\boxed{\text{Salida}} = \boxed{\text{Entrada}} + 2$ se escribe: $y = x + 2$.

Completa la notación faltante.

Notación en el recurso digital	Notación matemática	Notación en el recurso digital	Notación matemática
$\boxed{\text{Salida}} = \boxed{\text{Entrada}} - 1$		$\boxed{\text{Salida}} = 2 \boxed{\text{Entrada}}$	
	$y = -2x$		$y = -\frac{1}{3}x$
$\boxed{\text{Salida}} = 2 \boxed{\text{Entrada}} - 1$		$\boxed{\text{Salida}} = \frac{\boxed{\text{Entrada}} + 3}{2}$	
	$y = 2(x - 1)$		$y = -(x + 2)$

7. Ya sabemos que en matemática, una función tiene tres componentes: la entrada, la transformación (o regla de formación). Por ejemplo, considera los siguientes elementos de una función:

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$	$y = 2x + 1$	$\{-5, -3, -1, 1, 3, 5, 7\}$

¿En qué número se transforma $x = -2$ cuando se le aplica la transformación $y = 2x + 1$?

$$\begin{aligned} y &= 2x + 1 \\ &= 2(-2) + 1 \\ &= -4 + 1 \\ &= -3 \end{aligned}$$

La expresión $y = 2x + 1$ transforma el número -2 en el número -3 .

a. En cada uno de los siguientes casos, dadas la transformación y la entrada, determina la **SALIDA**.

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$	$y = -3x + 8$	

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$	$y = 6(x - 2)$	

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
$\{-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9\}$	$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$	

b. En cada uno de los siguientes casos, dada la transformación y la salida, determina la **ENTRADA**.

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
	$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$	$\{-5, -3, -1, 1, 3\}$

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
	$y = \frac{3}{4}(x - 3)$	$\{-6, -3, 0, 3\}$

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
	$y = 2(x + 1) - 3$	$\{-7, -5, -3, -1, 1\}$

c. En cada uno de los siguientes casos, dadas la entrada y la salida, determina una **TRANSFORMACIÓN**.

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$		$\{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
$\{-11, -6, -1, 4\}$		$\{-2, -1, 0, 1\}$

Entrada (x)	Transformación	Salida (y)
$\{-5, -2, 4, 7\}$		$\{2, 1, -1, -2\}$

Para cerrar

¿Qué hemos aprendido?

Una función se puede representar metafóricamente como una máquina que se configura para transformar los elementos que se le ingresan en otros elementos que llamaremos transformados.

En el ejemplo inicial, el maíz seco (elementos iniciales) se convierte en palomitas de maíz (elementos transformados) a través de una máquina configurada para ello (la función). La máquina es una “regla de transformación” que no puede funcionar sin los elementos de entrada y siempre entrega elementos de salida.

Dentro de esta actividad, se utilizan conjuntos de números simples para introducir la noción de función (como transformación lineal afín).

¿Podrías responder las preguntas con que iniciamos esta guía?

Las funciones que se utilizan en esta actividad (las máquinas de transformación) utilizan adiciones, sustracciones, multiplicaciones, divisiones y combinaciones en pares de estas cuatro operaciones. Interesará estudiar si el orden entre estas operaciones afecta o no la transformación de los números usados como elementos de entrada.

Debido a que las funciones matemáticas tienen tres componentes (elementos de entrada, la regla de transformación y los elementos de salida), interesará determinar uno de estos componentes cuando se entregan dos de ellos. Por ejemplo, el determinar el conjunto de números de entrada si se entregan la regla de transformación y los números que corresponden a los elementos de salida.

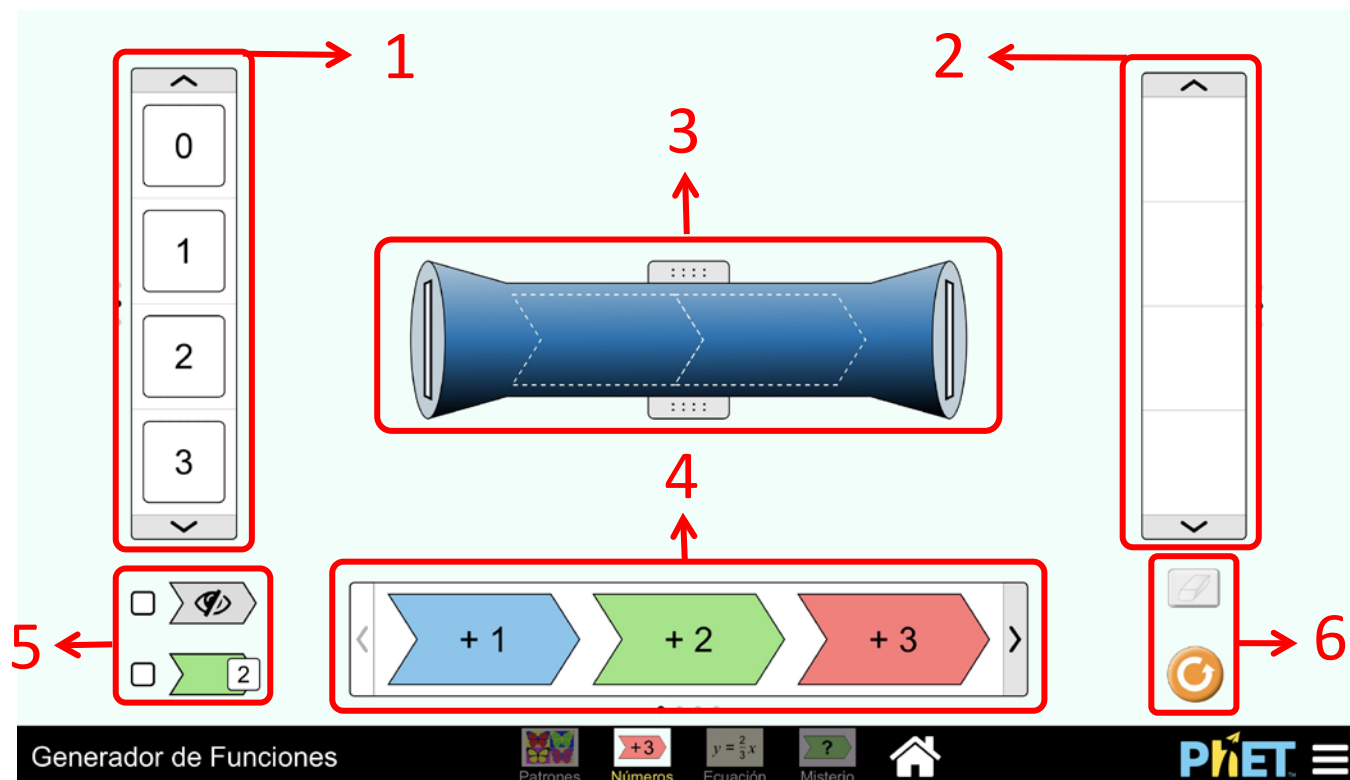
En esta actividad, el foco está en introducir la noción de función matemática como una transformación de un conjunto de números en otro a través de una regla de transformación dada (sólo transformaciones lineales y afines), usando como apoyo inicial un recurso digital que simula este tipo de funciones como una máquina que transforma números con una o dos reglas que se escogen entre las cuatro operaciones básicas.

La comprensión inicial de la noción de función servirá para los sucesivos niveles de matemática que deberás transitar y también te ayudará a comprender la manera en que se hacen modelaciones y simulaciones matemáticas de fenómenos reales o cercanos a la realidad.

¡Hasta la próxima!

ANEXO: Funciones básicas del recurso digital *Generador de funciones*.

El recurso tiene diferentes elementos y funcionamientos. La siguiente imagen las resume.



- 1. Números de entrada.** Cinta que permite escoger los números (de -4 hasta 7) que se pueden introducir a la máquina.
- 2. Números de salida.** Conjunto de números que entrega a la máquina.
- 3. La máquina.** Tipos de transformación de la máquina. Se pueden escoger sumas, restas, multiplicaciones, divisiones o combinaciones de dos en dos de éstas.
- 4. Las transformaciones.** Tipos de transformación de la máquina. Incluye sumas, restas, multiplicaciones y divisiones simples.
- 5. Mostrar/ocultar.** Permite mostrar u ocultar la función escogida para la máquina.
- 6. Borrar y reiniciar.** Borra o vuelve el recurso digital a su estado inicial.