

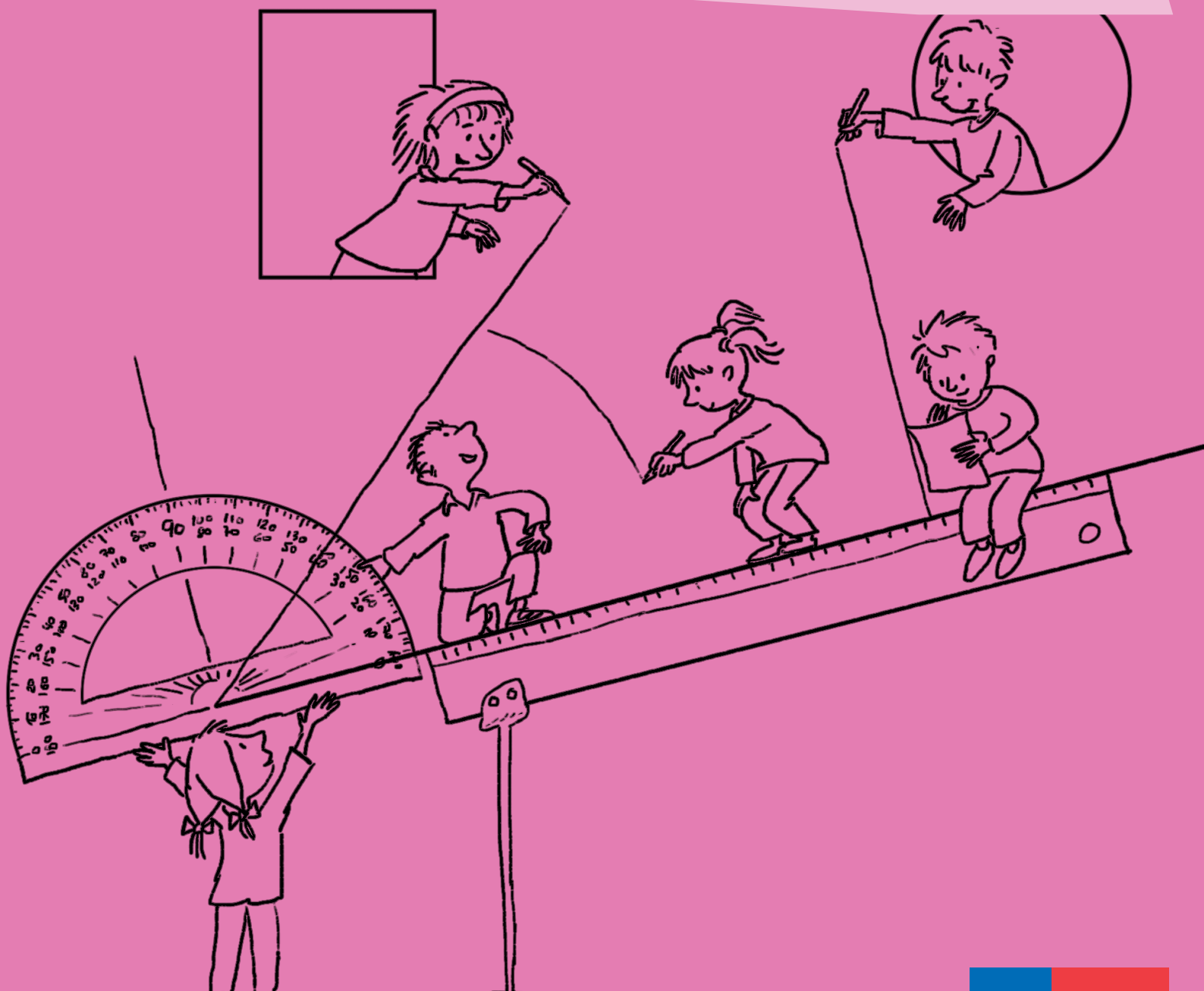


# Módulo N° 3: Geometría

MATEMÁTICA

Guía didáctica

# 6°



**Módulo N° 3:**  
**Geometría**

MATEMÁTICA  
**Guía didáctica**

**NIVEL DE EDUCACIÓN BÁSICA**

División de Educación General

Ministerio de Educación

República de Chile

2013

**Módulo N° 3:**  
**Geometría**  
MATEMÁTICA  
**Guía Didáctica**

**6°**

MINISTERIO DE EDUCACIÓN  
NIVEL DE EDUCACIÓN BÁSICA

**2013**



### PRESENTACIÓN

En el marco del mejoramiento continuo de las escuelas, el Nivel de Educación Básica pone a disposición del sistema escolar una serie de módulos didácticos para apoyar la implementación curricular en diversos cursos y asignaturas de la educación básica.

Los módulos didácticos constituyen un recurso pedagógico orientado a apoyar la labor de la escuela en las prácticas de planificación y evaluación escolar, modelando la implementación efectiva de las Bases Curriculares, fomentando un clima escolar favorable para el aprendizaje y monitoreando permanentemente el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Los módulos didácticos presentan la siguiente estructura:

**Guía didáctica:** consiste en un recurso para el docente que contiene orientaciones didácticas y propuestas de planes de clases en las que se describen actividades a realizar con las y los estudiantes para los momentos de inicio, desarrollo y cierre de clases. Además, aporta sugerencias para monitorear el aprendizaje, organizar el trabajo colectivo e individual, y recomienda tareas.

**Cuaderno de trabajo para el estudiante:** desarrollan algunas de las actividades señaladas en los planes de clases de los docentes, y dan cuenta de una forma de presentar los desafíos y tareas pertinentes para avanzar hacia el logro de los objetivos de aprendizaje propuestos para el módulo.

**Evaluación:** consiste en instrumentos de evaluación con sus respectivas pautas de corrección y orientaciones que evalúan los objetivos de aprendizaje desarrollados en el módulo.

Cabe señalar que los módulos propuestos constituyen un modelo de implementación y no dan cuenta por sí mismos de la totalidad de los objetivos de aprendizaje propuestos para cada curso. Los materiales presentan una cobertura curricular parcial, que los(as) docentes deberán complementar con sus propias planificaciones y propuestas didácticas.

De este modo a través de los recursos pedagógicos mencionados, el Nivel de Educación Básica espera contribuir a la labor de equipos de liderazgo pedagógico, docentes y estudiantes de establecimientos de educación básica en el proceso de implementación curricular en vistas al mejoramiento de la calidad de la educación.

## DESCRIPCIÓN DEL MÓDULO

El plan Apoyo Compartido es una iniciativa implementada por el Ministerio de Educación desde marzo de 2011, que incorpora metodologías de aprendizaje centradas en el fortalecimiento de capacidades en las escuelas. Algunos de los focos esenciales de este desarrollo son la implementación efectiva del currículum, fomento de un clima y cultura escolar favorables para el aprendizaje y optimización del uso del tiempo de aprendizaje académico. Para ello se ponen a disposición de las y los docentes propuestas didácticas para la implementación curricular, en primer ciclo básico.

Con el objetivo de avanzar en el apoyo a la implementación curricular en los niveles de quinto y sexto básico, este año 2013, se ponen a disposición de los y las docentes Módulos de aprendizaje. Esta Guía Didáctica corresponde al Módulo Geometría de sexto año básico, y tiene como propósito principal ofrecer una herramienta de gestión curricular focalizada y basada en la organización de la enseñanza para el logro de objetivos de aprendizaje planteados en la Unidad 3 del Programa de Estudios.

Es por ello que esta propuesta se ha diseñado para dar cuenta de los distintos objetivos de aprendizaje propuestos por las actuales bases curriculares. En tal sentido, la propuesta ofrece actividades problematizadoras que promueven el desarrollo de las habilidades del marco curricular, fundamentales para emprender la realización y resolución de acciones y problemas específicos de la vida. Estas habilidades no se desarrollan con actividades pedagógicas generales, sino que son actividades específicamente diseñadas para que las y los estudiantes participen en la construcción del conocimiento matemático puesto en juego en tales situaciones.

La Guía respeta las orientaciones del programa, por ejemplo, en el caso del estudio de los ángulos, no se focaliza en la memorización de la clasificación, sino en el establecimiento de relaciones. Otro ejemplo es el de la construcción de triángulos, en donde el foco no está solamente en los procedimientos de construcción, sino en el análisis casi simultáneo de las condiciones de existencia de triángulos, análisis realizado a partir de las mismas tareas de construcción. También es importante el abordaje del cálculo de área de la superficie de cubos y paralelepípedos, por cuanto se consideran los conocimientos previos en forma

explícita al abordar este tema a partir del cálculo de las áreas de las redes de estos cuerpos geométricos, evitando con ello un enfoque memorístico de las fórmulas de cálculo; lo importante es que sus estudiantes comprendan lo que hacen. Todos estos énfasis se han planteado basados en el conocimiento de las dificultades que niñas y niños tienen al abordar estos contenidos específicos, bajo la premisa de que se aprende matemática haciendo matemática. Se sabe que este tipo de gestión didáctica del aula, desarrolla actitudes positivas hacia la matemática y, en particular, las consideradas en el programa.


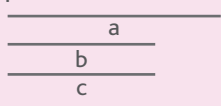
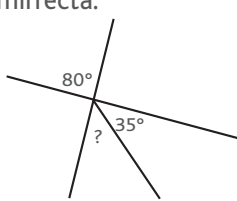
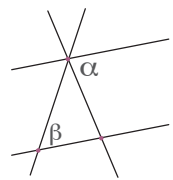
Se incluye una programación sinóptica, que establece el grado de relación de este Módulo con el marco curricular, junto con una evaluación y su pauta, basados en los indicadores de evaluación del programa de estudios. Además, se incorpora un cuadro que tiene como objetivo modelar una forma de análisis de los resultados de algunos ítems de la prueba.

Las y los estudiantes cuentan con un Cuaderno de trabajo para desarrollar actividades de aprendizaje, y orientaciones para la retroalimentación respecto de las eventuales dificultades que se pudieran manifestar.

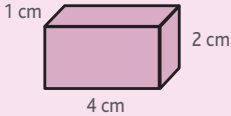
## Programación Módulo 3 Matemática 6° Básico

CLASES / HORA	OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
1 - 4 8 horas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir ángulos agudos, obtusos, rectos, extendidos y completos con instrumentos geométricos o software geométrico (OA15).</li> <li>• Construir y comparar triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y/o sus ángulos con instrumentos geométricos o software geométrico (OA12).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dibujan un círculo y registran en él ángulos agudos, rectos y obtusos utilizando un transportador.</li> <li>• Construyen un ángulo recto y lo toman como referencia para determinar ángulos agudos y obtusos.</li> <li>• Construyen ángulos agudos o ángulos agudos y obtusos que sumen <math>180^\circ</math> con un transportador o con procesadores geométricos.</li> <li>• Comparan la longitud de sus lados de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores opuestos.</li> <li>• Clasifican triángulos y explican el criterio de clasificación.</li> <li>• Comparan triángulos usando la clasificación dada.</li> <li>• Construyen triángulos en que se conoce la longitud de sus lados, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos.</li> </ul>
5 - 7 6 horas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios) (OA16).</li> <li>• Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos (OA21).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican los ángulos opuestos por el vértice, que se forman entre dos rectas que se cortan.</li> <li>• Verifican, usando transportador, que los ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida.</li> <li>• Identifican ángulos de igual medida que se forman en rectas paralelas cortadas por una transversal y demuestran esta igualdad usando traslaciones.</li> <li>• Identifican ángulos suplementarios en un sistema de rectas paralelas cortadas por una transversal.</li> <li>• Resuelven problemas relativos a cálculos de ángulos en paralelogramos.</li> </ul>



EJEMPLOS DE PREGUNTAS	REFERENCIAS A TEXTOS ESCOLARES	REFERENCIA A OTROS RECURSOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Cuál es el ángulo de mayor medida?</li> </ul>  <p>A. El ángulo <math>\alpha</math>. B. El ángulo <math>\beta</math>. C. Tienen igual medida. D. No se puede saber.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise páginas del texto escolar referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ángulos: <a href="http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/M_B2_ClasificacionDeAngulos/oa.html">http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/M_B2_ClasificacionDeAngulos/oa.html</a></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>En la imagen se observan tres segmentos que permiten definir un triángulo:</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué tipo de triángulo es?</li> </ul> <p>A. Equilátero. B. Isósceles. C. Escaleno. D. No se puede saber.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise páginas del texto escolar referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Construcción de triángulos: <a href="http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Triangulos/index_tri.htm">http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Triangulos/index_tri.htm</a> <a href="http://platea.pntic.mec.es/~jmigue1/triangulo/lados1.htm">http://platea.pntic.mec.es/~jmigue1/triangulo/lados1.htm</a></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>En la figura se observan dos rectas y una semirrecta:</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>El ángulo marcado mide:</li> </ul> <p>A. <math>35^\circ</math> B. <math>45^\circ</math> C. <math>55^\circ</math> D. <math>80^\circ</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise páginas del texto escolar referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ángulos opuestos por el vértice: <a href="http://tutormatematicas.com/GEO/Angulos_complementarios_suplementarios_relaciones_angulo.html">http://tutormatematicas.com/GEO/Angulos_complementarios_suplementarios_relaciones_angulo.html</a></li> <li>Ángulos opuestos por el vértice y entre paralelas: <a href="http://geogebra.geometriadinamica.org/paralelasyssecantes.htm">http://geogebra.geometriadinamica.org/paralelasyssecantes.htm</a></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Observa que en la figura hay dos rectas paralelas y dos rectas secantes:</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Cómo son los ángulos <math>\alpha</math> y <math>\beta</math> entre sí?</li> </ul> <p>A. De igual medida. B. Complementarios. C. Suplementarios. D. No se puede saber.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise páginas del texto escolar referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ángulos entre paralelas: <a href="http://www.cidse.itcr.ac.cr/Materiales/geometria/paginas/AngParalelas.html">http://www.cidse.itcr.ac.cr/Materiales/geometria/paginas/AngParalelas.html</a></li> </ul>

CLASES / HORA	OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>8 - 9</p> <p>4 horas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular la superficie de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en <math>\text{cm}^2</math> y <math>\text{m}^2</math> (OA18).</li> <li>• Calcular el volumen de cubos y paralelepípedos, expresando el resultado en <math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math> y <math>\text{mm}^3</math>(OA19).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculan áreas de redes asociadas a cubos y paralelepípedos.</li> <li>• Comparan las áreas de las caras de paralelepípedos y las áreas de las caras de cubos.</li> <li>• Determinan áreas de las superficies de cubos a partir de la medida de sus aristas.</li> <li>• Determinan volúmenes de cubos y paralelepípedos, conociendo información relativa a sus aristas.</li> <li>• Resuelven problemas relativos a volúmenes de cubos y paralelepípedos conociendo información relativa a áreas de superficies de estas figuras 3D.</li> </ul>
<p>10 - 11</p> <p>4 horas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar la prueba del Módulo considerando los objetivos de aprendizaje abordados en las semanas anteriores.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se realiza la prueba del Módulo considerando los indicadores abordados en las semanas anteriores.</li> <li>• Se realiza una retroalimentación a los estudiantes considerando los indicadores de evaluación con menor porcentaje de logro.</li> </ul>

EJEMPLOS DE PREGUNTAS	REFERENCIAS A TEXTOS ESCOLARES	REFERENCIA A OTROS RECURSOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Observa el siguiente paralelepípedo:</li> </ul>  <p>¿Cuál es el área de superficie del cuerpo?</p> <p>A. <math>8 \text{ cm}^2</math>            B. <math>10 \text{ cm}^2</math>            C. <math>14 \text{ cm}^2</math>            D. <math>28 \text{ cm}^2</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revise páginas del texto escolar referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Área superficial de cubos y paralelepípedos:  <a href="http://tutormatematicas.com/GEO/Area_superficie_volumen_cubos_base10.html">http://tutormatematicas.com/GEO/Area_superficie_volumen_cubos_base10.html</a></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es el volumen de un cubo de <math>6 \text{ cm}^2</math> de superficie?</li> </ul> <p>A. <math>216 \text{ cm}^3</math>            B. <math>36 \text{ cm}^3</math>            C. <math>6 \text{ cm}^3</math>            D. <math>1 \text{ cm}^3</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revise páginas del texto escolar referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<p><a href="http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/volumen/menu.html">http://ntic.educacion.es/w3/recursos/primaria/matematicas/volumen/menu.html</a>  <a href="http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/m2m3_pri/index.htm">http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/m2m3_pri/index.htm</a></p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revise páginas del texto escolar referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	

# PLAN DE CLAS N° 1

Tiempo: 90 minutos

## Objetivos de la clase:

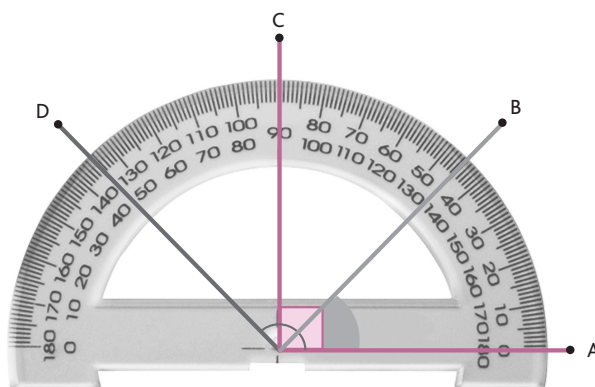
- Construir, medir y clasificar ángulos agudos, rectos, obtusos y extendidos, utilizando el transportador.

## INICIO / 15 minutos

- Realizan individualmente la Actividad 1, cuyo propósito es reconocer tipos de ángulos. La decisión respecto al tipo de ángulo, está determinada por la comparación con respecto al ángulo recto. Lo más importante de esta actividad es que reconozcan visualmente los distintos tipos de ángulos.

## DESARROLLO / 45 minutos

- Desarrollan individualmente la Actividad 2, cuya finalidad es reconocer que el transportador es un instrumento de medida de ángulos. Es importante que antes de iniciar las partes a. y b., proyecte la imagen de un transportador (o un transportador de cartulina) para explicar dos ideas clave: 1) El centro del transportador se ubica en el vértice del ángulo, 2) un lado del ángulo se alinea con los  $0^\circ$  y el otro lado determina la medida. Dibuje tres ángulos en la pizarra, pida que los copien en el cuaderno y luego expliquen cómo midieron los ángulos.
- Desarrollan individualmente la parte a., medir ángulos con el transportador. Observe cómo solucionan la dificultad de que los punteros del reloj no llegan hasta el borde del instrumento, por lo cual tendrán que trazar una línea antes de establecer la medida.
- Desarrollan individualmente la parte b., producir ángulos de distinto tipo. Es importante que en la Actividad 2 no cuenten con escuadra, pues la complejidad no es reconocer un dibujo, sino asociar la medida al tipo de ángulo; por ello, aparte de dibujarlos, se les pide que anoten la medida. Después de 10 minutos proyecte la actividad para que puedan dibujar los ángulos en la pizarra. Eso permitirá, por ejemplo, que se junten muchas medidas para los ángulos agudos. Pregunte: ¿Hay algún ángulo agudo que mida  $90^\circ$ ? ¿Entre qué valores están las medidas de los ángulos obtusos?
- Desarrollan individualmente la Actividad 3, parte a., unir dos ángulos por un lado, coincidiendo en el vértice y asociar el ángulo resultante con la suma de ambos. Lo anterior permitirá que se den cuenta de que un ángulo extendido se puede formar por la unión de dos ángulos, no necesariamente rectos.
- Desarrollan individualmente la parte b., reconocer que a partir de dos ángulos se pueden formar otros uniéndolos por uno de sus lados, y que la medida de ese nuevo ángulo es la suma de los ángulos iniciales.



## CIERRE / 20 minutos

La socialización de los conceptos trabajados en la clase, debe dejar establecido que:

- Para medir un ángulo con el transportador, debe ubicarse correctamente el centro de este con el vértice del ángulo y alinearse uno de los lados con la marca  $0^\circ$ . Dibuje un ángulo en la pizarra, coloque el transportador en

posiciones incorrectas y pregunte a sus estudiantes qué opinan de ello y cuál sería la manera correcta de hacerlo.

- Dibuje tres ángulos en la pizarra (agudo, obtuso y extendido) y pregunte por sus nombres. Gestione para que las respuestas se relacionen con que:
  - Cualquier ángulo que mida menos de  $90^\circ$  se llama ángulo agudo.
  - Cualquier ángulo que mida más de  $90^\circ$  pero menos de  $180^\circ$  se llama ángulo obtuso.
  - Un ángulo que mida  $180^\circ$  se llama ángulo extendido y su forma característica es:



### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

*Responde las siguientes preguntas y explica tus respuestas:*

*Si se unen dos ángulos agudos:*

- *¿Puede formarse un ángulo obtuso?*
- *¿Puede formarse un ángulo extendido?*

*Si se unen dos ángulos obtusos:*

- *¿Puede formarse un ángulo extendido?*

# PLAN DE CLASE N° 2

Tiempo: 90 minutos

## Objetivos de la clase:

- Construir triángulos geoméricamente, sabiendo las medidas de tres segmentos y reconociendo la condición que deben cumplir para que exista.

## INICIO / 15 minutos

Revisen la tarea en conjunto.

- En la Actividad 1 pida que dibujen en su cuaderno las explicaciones que Vicente va entregando paso por paso para la construcción de triángulos, dadas tres medidas de segmentos. Es conveniente que se familiaricen con el compás, copiando trazos, antes de comenzar las actividades. Cuando dibujen la recta L en donde se copiará el primer segmento, procure que no sea horizontal, sino que oblicuo para que se acostumbren a trabajar estas construcciones sin la necesidad de apoyarse en el cuadriculado.
- Construya los triángulos en la pizarra, porque no basta con que se muestren en una proyección. Es importante que observen cómo trabaja usted con el compás para marcar los arcos de circunferencia, las intersecciones, etc.
- No utilice segmentos con medidas exactas, pues eso retrasará la explicación de Vicente. Muchos estudiantes tratarán de establecer las medidas de los segmento. Haga ver que eso no es necesario. Más adelante habrá actividades con medidas.

## DESARROLLO / 45 minutos

- Desarrollan la parte a. en parejas, pero cada integrante trabaja en la construcción, de manera de reforzar los procedimientos para construir triángulos dadas las longitudes de tres segmentos. Para la construcción de los triángulos 1 y 2 se debe repetir el procedimiento mostrado anteriormente. Indique a sus estudiantes que solo para efectos de no salirse del cuadro destinado al trabajo, copien siempre el segmento de mayor longitud en la recta dada. Cuando hayan terminado ambas construcciones, averigüe si reconocen el triángulo 2 como isósceles.
- En la construcción de los triángulos 3, 4 y 5 la diferencia está en que se trabaja con medidas exactas, para luego hacer el análisis de la condición de existencia del triángulo. Es probable que algunos niños y niñas no sean precisos en la medición de los segmentos, por lo que muestre que no es necesario medir un trazo, sino que basta tomar la medida con el compás poniendo la punta en 0 cm y el lápiz en el número que indica la longitud pedida. Al igual que en las construcciones anteriores, socialice el nombre del tipo de triángulo que se está generando; es importante que estudiantes reconozcan que los triángulos 3 y 5 son rectángulos y el 4 es equilátero.
- Antes de que realicen la Actividad 2, pregunte si tuvieron alguna dificultad en la construcción de los triángulos.
- Realizan en parejas la Actividad 2. La parte a. tiene como finalidad que reconozcan la condición que deben cumplir tres segmentos para poder formar un triángulo con ellos. Dé un tiempo para que expliquen qué sucedió. Seguramente dirán que la dificultad es que el triángulo no cierra; en ese caso socialice la respuesta para ver si alguien más piensa eso y gestione para que entiendan que en realidad el triángulo no existe. La dificultad es obviamente que no se puede cerrar y con ello estaría faltando el tercer vértice. Es importante que discutan y socialicen sus producciones, ya que es probable que en un primer momento creen que se equivocaron en la construcción.
- En la gestión de la actividad no entregue inmediatamente la solución a la dificultad. Lo primero es que reconozcan que existe una condición, es decir, no basta con tener tres segmentos para formar un triángulo.

- En la parte b. deben descubrir la condición de existencia de un triángulo. La gestión debe estar centrada en la suma de las longitudes de dos lados y compararlo con el tercer lado; para ello es importante que completen la tabla y socialicen y conjeturen acerca de cuándo existe el triángulo y cuándo no. Realizan individualmente la parte c., cuyo propósito es reforzar la idea de que para que tres segmentos formen un triángulo, la suma de dos lados debe ser mayor que la longitud del tercero, y que no es necesario construirlo para saber si existe o no.

### **CIERRE / 20 minutos**

La socialización de los conceptos trabajados en la clase, debe dejar establecido que:

- Para construir un triángulo dados tres segmentos, primero se debe verificar si existe o no, utilizando la condición de existencia: "la suma de las longitudes de dos lados cualquiera siempre debe ser mayor a la longitud del tercero".
- Tres segmentos cualesquiera no siempre forman un triángulo. Para socializar esta idea dibuje dos triángulos en la pizarra (uno que no lo sea) con sus medidas y pregunte: ¿Cuál de ellos es realmente un triángulo y por qué?

### **TAREA PARA LA CASA / 10 minutos**

*Dadas tres medidas, construye en tu cuaderno con regla y compás los triángulos 1, 2 y 3. Si la construcción no se puede realizar, explica por qué.*

- *Medidas de los lados del triángulo 1;  $a = 5\text{ cm}$ ,  $b = 3\text{ cm}$  y  $c = 7\text{ cm}$*
- *Medidas de los lados del triángulo 2;  $a = 5\text{ cm}$ ,  $b = 5\text{ cm}$  y  $c = 10\text{ cm}$*
- *Medidas de los lados del triángulo 3;  $a = 6\text{ cm}$ ,  $b = 6\text{ cm}$  y  $c = 6\text{ cm}$*

# PLAN DE CLASE N° 3

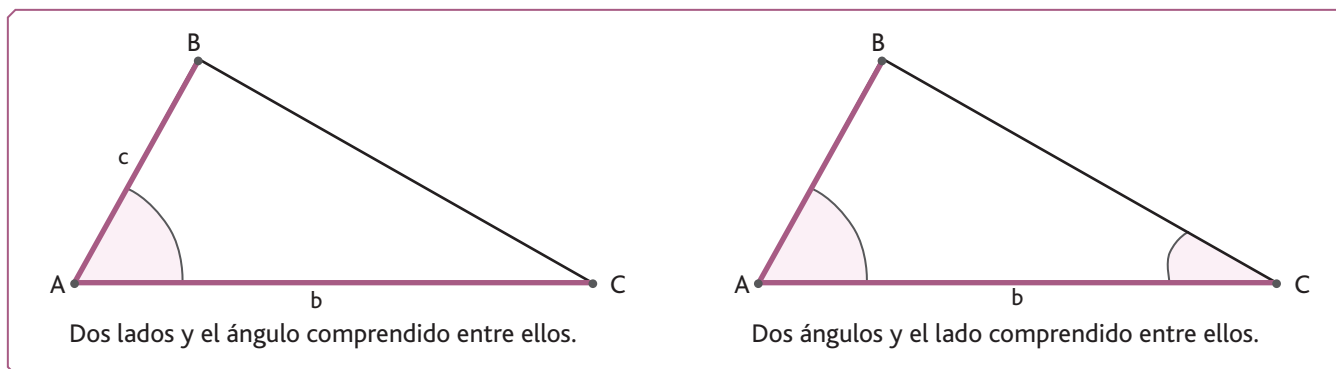
Tiempo: 90 minutos

## Objetivos de la clase:

- Construir triángulos geoméricamente conociendo la medida de dos lados y el ángulo comprendido entre ellos o la medida de dos ángulos y la longitud del lado comprendido entre ellos.

## INICIO / 15 minutos

- Revisen la tarea en conjunto.
- Muestre el siguiente triángulo en la pizarra, explicando que en la clase anterior aprendieron a construir triángulos dadas las longitudes de tres lados y en esta clase aprenderán a construir triángulos dadas las longitudes de dos lados y el ángulo comprendido entre ellos y, también, dados dos ángulos y el lado comprendido entre ellos.



- En la Actividad 1 pida que escriban en su cuaderno las explicaciones que Sofía va entregando paso por paso para la construcción de triángulos dados dos lados y el ángulo comprendido entre ellos. Es importante señalar que primero se copia un lado (puede ser el mayor) después se copia el ángulo y posteriormente se copia el segundo lado.
- Construya los triángulos en la pizarra, para que vean cómo trabaja usted con el compás para marcar los arcos de circunferencia, las intersecciones, etc.
- No utilice segmentos con medidas exactas, solo trace segmentos (a, b o c). Muchos estudiantes tratarán de establecer las medidas de los segmentos. Haga ver que lo anterior no es necesario cuando se trabaja con compás. Más adelante habrá actividades con medidas.

## DESARROLLO / 40 minutos

- Desarrollan la Actividad 1 en parejas, pero cada integrante trabaja en la construcción, de manera de reforzar los procedimientos para construir triángulos dadas las longitudes de dos segmentos y la medida del ángulo comprendido entre ellos. Para la construcción de los dos primeros triángulos, se debe repetir el procedimiento mostrado anteriormente. Indique que solo para efectos de no salirse del cuadro destinado al trabajo, copien siempre el segmento de mayor longitud en la recta dada. Cuando hayan terminado ambas construcciones, pregunte si conocen el nombre del triángulo 2.
- En la construcción de los otros dos triángulos, la diferencia está en que se trabaja con medidas exactas. Es probable que algunos niños y niñas no sean precisos en la medición de los segmentos. Muestre que no es necesario medir



un trazo, sino que basta con tomar la medida en una regla, con el compás con la punta en 0 cm y el lápiz en el número que indica la longitud pedida. Verifique que están usando bien el transportador, colocando el centro de él en el vértice del ángulo.

- Realizan la Actividad 2, cuya finalidad es que construyan triángulos, dadas las medidas de dos ángulos y el lado comprendido entre ellos. Es importante que en la gestión de la actividad se comience por copiar el segmento dado y, posteriormente, se copien los ángulos en cada uno de los extremos del segmento.

### CIERRE / 25 minutos

- Realizan en parejas la Actividad 3, cuyo propósito es que reconozcan los datos mínimos para construir un único triángulo. Para ello socialice las respuestas del cuadro.

a	b	c	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Restricción
x				x	x	El lado debe estar comprendido entre los dos ángulos dados.
x	x	x				La suma de las medidas de dos lados debe ser mayor que la medida del tercer lado.
x	x				x	El ángulo debe estar comprendido entre los dos lados dados.

- Es importante que en la socialización de las respuestas se haga presente que cuando se dispone de dos lados, el ángulo que se necesita no es cualquiera, sino que debe estar comprendido entre los dos lados. Esta es una idea para el cierre, por lo que revise las respuestas del cuadro socializando esta idea fuerza.
- Otra idea fuerza para el cierre y que podrá ser socializada a partir de la Actividad 3, es que cuando se dan dos ángulos, entonces el lado debe estar comprendido entre los ángulos.

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- Sabiendo que se tienen las medidas angulares  $50^\circ$ ,  $50^\circ$  y  $80^\circ$ , responde las siguientes preguntas:
  - ¿Se puede construir un triángulo? Si la respuesta es afirmativa, constrúyelo utilizando tu transportador y regla. Explica los pasos.
  - ¿Es un único triángulo o se podrían construir otros con las mismas medidas de los ángulos interiores?
- ¿Se puede construir un triángulo cuyas medidas sean  $80^\circ$ ,  $80^\circ$  y  $80^\circ$ ? Explica tu respuesta.

# PLAN DE CLASE N° 4

Tiempo: 90 minutos

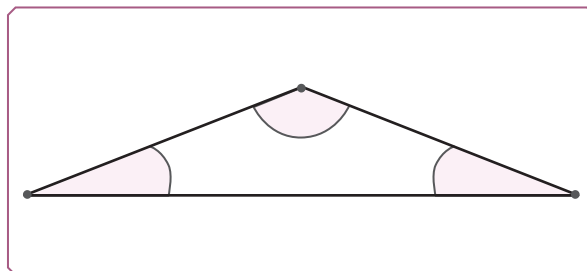
## Objetivos de la clase:

- Clasificar triángulos utilizando criterios de longitud de lados y medida de los ángulos interiores.

## INICIO / 20 minutos

Revisen la tarea en conjunto y analice con sus alumnos las múltiples respuestas en cada caso.

- Pida que realicen la Actividad 1 en parejas, cuya finalidad es que, mediante una situación problemática, se den cuenta de que en los triángulos hay una correspondencia entre el ángulo de mayor medida y el lado de mayor longitud. Ella establece que el lado de mayor longitud es aquel que está opuesto al ángulo de mayor medida.
- La gestión de esta actividad debe orientarse a que no puedan usar el transportador, pues en ese caso medirán. Si alguien dice inmediatamente que el ángulo mayor es  $\sphericalangle B$  no valide la respuesta, sino que anote la opción en la pizarra y pregunte a los estudiantes si comparten las respuestas y por qué, de manera de generar un debate.
- Haga que el resto entre en duda acerca de la afirmación. Por otra parte si alguno dice que  $\sphericalangle A$  es el mayor, no la invalide. Por el contrario, dele credibilidad, para que así se provoque un debate entre los que piensan que es mayor  $\sphericalangle A$  y los que piensan que es mayor  $\sphericalangle B$ .
- Circule por la sala escuchando las explicaciones. Si pasado 10 minutos no hay explicaciones plausibles, dibuje el siguiente triángulo en la pizarra o proyéctelo, e induzca a que relacionen el lado de mayor longitud con el ángulo opuesto de mayor longitud. Posteriormente vuelva a la situación de la Actividad 1 y pregunte quién desea dar la respuesta y explicar por qué. Haga un mini cierre de esta actividad estableciendo la propiedad y hagan que comprueben utilizando el transportador.
- Pida que realicen individualmente la Actividad 2, en que aplican lo aprendido en la Actividad 1. Posteriormente pida a algunos estudiantes que expliquen sus respuestas, las cuales deben estar centradas en la propiedad estudiada; cautele que no utilicen el compás.



## DESARROLLO / 40 minutos

- Pida que realicen la Actividad 3 en parejas, cuyo propósito es que reconozcan que hay triángulos con tres lados de igual medida, con dos lados de igual medida y otros en que todas sus medidas son distintas. Es importante señalar que en esta actividad, lo prioritario no es que sepan señalar los nombres: equilátero, isósceles o escaleno. Un(a) estudiante no aprende a decidir de cuál tipo es el triángulo por el simple hecho de conocer el nombre de la clasificación. Lo importante es reconocer las características de uno y de otro, compararlas y ser capaz de distinguirlas en combinación de figuras, por lo que la socialización de la actividad debe centrarse en estos aspectos. Se sugiere cerrar esta actividad pidiendo que verbalicen sus reflexiones acerca de qué diferencias se aprecian entre los triángulos de distintas clasificaciones.
- Una dificultad que podría surgir en esta actividad es con un triángulo del tipo equilátero (no tienen por qué saber el nombre), pues un alumno(a) podría señalar que tiene 2 lados de igual medida y por lo tanto podría poner una cruz en la primera casilla y en la segunda. Si esto sucede, no invalide la respuesta, sino que gestione una socialización, pues ese niño o niña está utilizando un criterio inclusivo para clasificar, el cual también es válido. Señale que por el momento están trabajando con un criterio excluyente, es decir, que "solo" tiene dos lados.

- Pida que realicen individualmente la Actividad 4, en la que sí deben clasificarlos en equiláteros, isósceles y escalenos. Al finalizar la actividad, pida nuevamente que señalen diferencias entre los tres tipos de triángulos.
- Pida que realicen la Actividad 5 en parejas, clasificar triángulos considerando la cantidad de ángulos interiores de igual medida que poseen. Para responder deben usar el transportador para asegurar la medida. Una dificultad que posee esta actividad es que si miden todos los ángulos pueden demorar mucho, y con el riesgo de medir mal. Vea que primero visualicen la figura y a priori señalen cuál de las figuras tiene los tres ángulos iguales, por lo tanto, solo comprueban la conjetura.

### **CIERRE / 20 minutos**

Pida que realicen la Actividad 6, la cual tiene por propósito relacionar ambos criterios de clasificación. Dé 10 minutos para que la realicen y deje 10 minutos para socializar las respuestas y concluir entre todos que:

- Los triángulos equiláteros tienen todos sus lados de igual medida y también sus tres ángulos interiores de igual medida.
- Los triángulos isósceles tienen dos lados de igual medida y también dos ángulos de igual medida.

### **TAREA PARA LA CASA / 10 minutos**

- *Construye un triángulo acutángulo, triángulo obtusángulo isósceles, triángulo rectángulo isósceles. Explica sus características.*

## Objetivos de la clase:

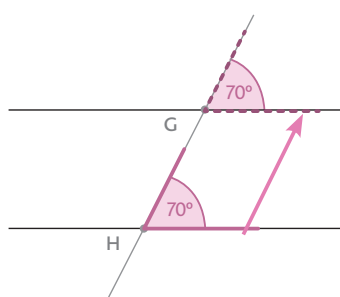
- Identificar ángulos opuestos por el vértice y ángulos correspondientes entre paralelas.

## INICIO / 20 minutos

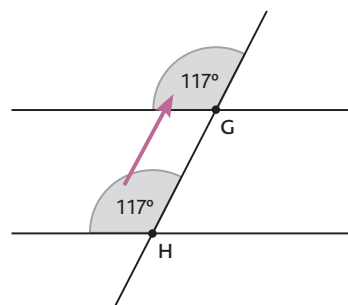
- Revisen la tarea en conjunto.
- Pida que realicen la Actividad 1, cuya finalidad es que reconozcan las características principales que tienen dos ángulos opuestos por el vértice. El foco de esta actividad no está en el nombre que reciben los ángulos, en este caso, los opuestos por el vértice sino en su relación de medida (que son iguales). Los estudiantes saben esto, pero se equivocan en reconocerlos cuando hay figuras compuestas. Por ejemplo, no son pocos quienes dirán que  $r = h$  porque son ángulos opuestos por el vértice y por lo tanto tendrán errada la respuesta.
- Las preguntas a., b. y c. buscan que reconozcan que este tipo de ángulos tienen igual medida, pero para ello se necesita una condición esencial y es que los lados opuestos de ellos formen un ángulo extendido y, por ende, sumen  $180^\circ$ . Cualquier estudiante que tenga clara esta característica, no cometerá errores.
- Para reforzar lo anterior pida que trabajen en la Actividad 2, cuya finalidad es relevar que los lados de ángulos opuestos por el vértice deben formar un ángulo extendido.

## DESARROLLO / 40 minutos

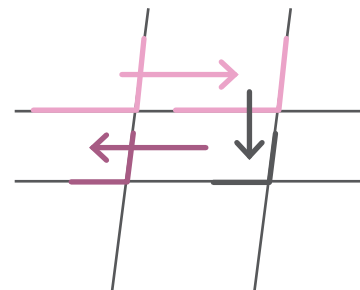
- Pida que realicen la Actividad 3, marcar ángulos opuestos por el vértice utilizando diferentes colores para reconocerlos. Dé un tiempo para que hagan las marcas y después pida a algunos estudiantes que socialicen sus respuestas en la pizarra. Para esto utilice la tercera figura, en la cual pueden aparecer errores. Gestione para que sean las y los estudiantes quienes se refuten las argumentaciones. Si observa que la discusión no se centra en que los lados forman un ángulo extendido, pida que midan los ángulos que marcaron; eso provocará un quiebre en la discusión, pues se supone que los opuestos por el vértice tienen igual medida.
- Haga un cierre de la actividad focalizando la atención en que una forma de reconocer los ángulos opuestos por el vértice, aparte de tener un vértice común, es que los lados de esos ángulos deben formar uno extendido.
- Pida que realicen la Actividad 4, cuya finalidad es que reconozcan que cuando dos rectas paralelas se intersectan por una no paralela, se forma un tipo de ángulo especial llamado correspondiente y que también tiene la particularidad de tener igual medida. La explicación de esa igualdad se hace a través de la traslación, tal como se explica en el Cuaderno de trabajo. En este momento de la clase tenga una presentación donde se vea el siguiente movimiento, para que observen que al trasladar el ángulo, la medida se conserva.



∠ H se traslada (isometría) hacia el vértice G



- Socialice las respuestas de la Actividad 4 considerando la siguiente figura, pues al haber dos pares de rectas paralelas cortadas por otro par de rectas paralelas, se forman muchos pares de ángulos correspondientes y, por tanto, puede haber varios movimientos dentro de la figura.
- Pida que realicen las Actividades 5 y 6, para que identifiquen ángulos opuestos por el vértice y correspondientes en paralelas cortadas por una transversal, y establezcan que existe otros pares de ángulos especiales llamados alternos internos y alternos externos, que también tienen igual medida. Gestione la clase para que ubiquen ángulos de igual medida en rectas paralelas cortadas por una transversal, no para que se aprendan los nombres de los ángulos.



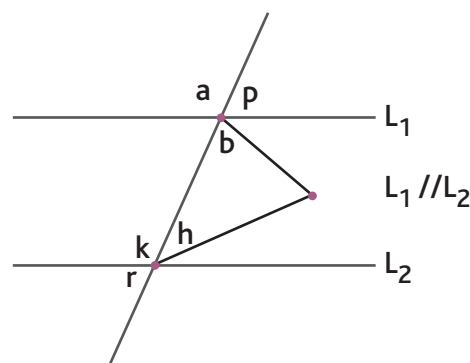
### CIERRE / 20 minutos

La socialización de los conceptos trabajados en la clase, debe dejar establecido que:

- Para que dos ángulos sean opuestos por el vértice no basta con que tengan un vértice común e igual medida. Además, debe ocurrir que los lados de ambos ángulos formen un ángulo extendido.
- Los ángulos correspondientes entre paralelas tienen igual medida.

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- *Observa la figura de la derecha y responde:*
  - Señala los pares de medidas provenientes de ángulos opuestos por el vértice.*
  - Señala los pares de medidas provenientes de ángulos correspondientes.*



# PLAN DE CLASE N° 6

Tiempo: 90 minutos

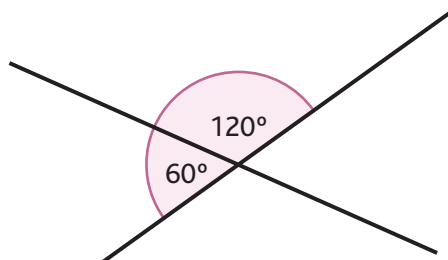
## Objetivos de la clase:

- Identificar ángulos suplementarios, opuestos por el vértice y ángulos correspondientes en rectas paralelas cortadas por una transversal.

## INICIO / 15 minutos

Revisen la tarea en conjunto.

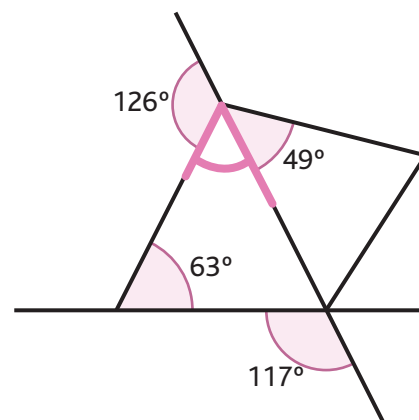
- Pida que realicen la Actividad 1, cuyo propósito es que se familiaricen con las características de un par de ángulos suplementarios. Para ello se formulan preguntas que se focalizan en dos aspectos: primero, que los ángulos suplementarios suman  $180^\circ$ , es decir, forman un ángulo extendido y segundo, que uno de ellos siempre es el suplemento del otro.



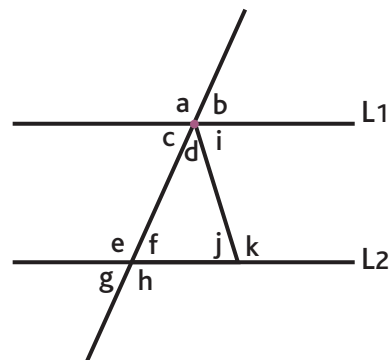
- Gestione para que antes de que comiencen a trabajar la Actividad 2, se den cuenta de la forma característica que siempre tienen un par de ángulos suplementarios y que para saber la medida de uno basta hacer  $180^\circ$  menos la medida del otro.

## DESARROLLO / 45 minutos

- Pida que desarrollen la Actividad 2, cuyo propósito es que practiquen lo aprendido en la Actividad 1 reconociendo ángulos suplementarios en distintos tipos de figuras compuestas.
- Gestione para que puedan socializar sus producciones y los criterios que utilizaron al decidir qué pares de ángulos son o no suplementarios. No valide inmediatamente las respuestas y dé unos minutos para que sean los mismos estudiantes quienes se refuten, en un clima de diálogo y respeto.
- La Actividad 3 busca que determinen suplementos de ángulos, pero en figuras compuestas. Esta actividad no reviste mayor complejidad. Gestione para que los cálculos se hagan mentalmente utilizando la metáfora "20° más cuánto da 180°".
- Realizan la Actividad 4, cuya finalidad también es calcular el suplemento de un ángulo, pero las figuras son más complejas y además debe ubicar el suplemento, lo cual no ocurría en la Actividad 3. Se avanza en el nivel de complejidad, lo cual se aprecia en la figura de la derecha. Se sugiere que los ejercicios sean socializados por todo el curso, donde algunos alumnos expongan sus respuestas. Por ejemplo, en la figura que se presenta para algunos estudiantes será complejo ubicar el suplemento de  $49^\circ$ , pues puede ser ubicado en la parte donde debería estar el suplemento de  $126^\circ$ .



- Pida que trabajen la Actividad 5 en parejas, cuya finalidad es que identifiquen pares de ángulos suplementarios y aquellos que tienen igual medida en figuras con un grado de complejidad mayor que en las otras actividades. Señale que no importa memorizar los nombres de los ángulos entre paralelas, sino reconocer pares de ángulos de igual medida. Aquí también se pueden presentar errores tales como:
  - Las medidas  $k$  y  $f$  son iguales porque los ángulos asociados a ellas son correspondientes.
  - Las medidas  $e$  y  $j$  son iguales porque los ángulos asociados a ellas son correspondientes.
  - Las medidas  $b + i = 180^\circ$  porque los ángulos asociados son suplementarios.

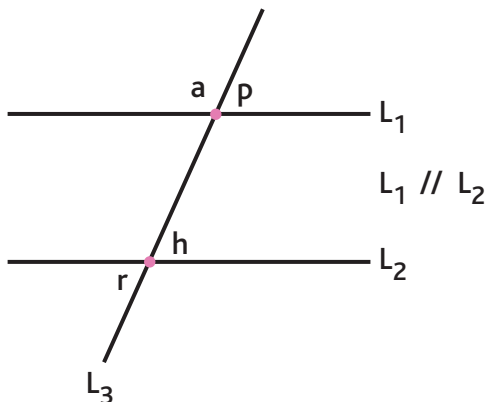


### CIERRE / 20 minutos

- Pida que realicen la Actividad 6, y gestione las ideas centrales de esta clase considerando las respuestas dadas por sus estudiantes. La actividad no tiene un grado de complejidad alto, por lo tanto se pueden focalizar ideas tales como:
  - Los ángulos opuestos por el vértice tienen igual medida.
  - las medidas de los ángulos suplementarios suman  $180^\circ$  pues ellos forman un ángulo extendido
  - los ángulos correspondientes tienen igual medida, lo que se puede verificar trasladando uno de los ángulos.

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- *Observa la siguiente figura y señala las medidas que son iguales y aquellas que suman  $180^\circ$*



# PLAN DE CLASE N° 7

Tiempo: 90 minutos

## Objetivos de la clase:

- Resolver problemas que involucran el cálculo de medidas de ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal.

## INICIO / 20 minutos

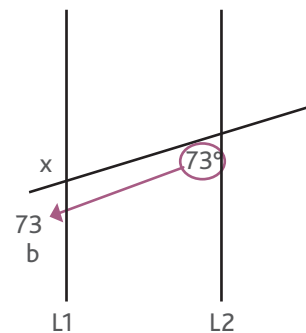
Revisen la tarea en conjunto.

- Realizan individualmente la Actividad 1, cuya finalidad es reactivar los conocimientos previos que se necesitarán para resolver los problemas que vienen en las Actividades 2 y 3. No debieran tener problemas para reconocer ángulos opuestos por el vértice, alternos internos, correspondientes y suplementarios.

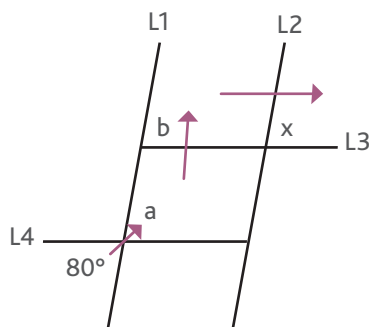
## DESARROLLO / 50 minutos

- Trabaje con sus estudiantes el primer ejemplo de la Actividad 2, señale que no basta con encontrar el valor del ángulo, sino que deben ser capaces de explicar oralmente y por escrito cómo lo obtuvieron. Los ejercicios de esta actividad van variando en grado creciente de complejidad. Es así como:

$$\begin{aligned} b &= 73^\circ \text{ pues son ángulos correspondientes} \\ x \text{ y } b &\text{ son suplementarios, por lo tanto } x = 180 - 73 \\ x &= 107^\circ \end{aligned}$$



- Los ejercicios se complejizan como en el caso de

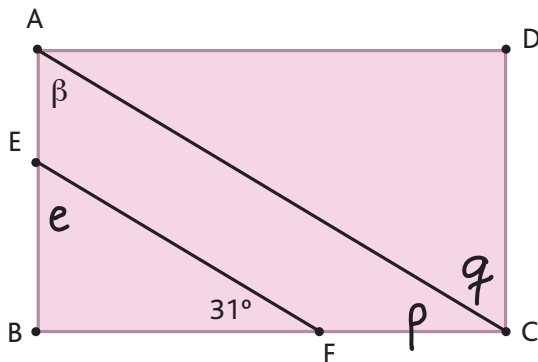


$$\begin{aligned} a &= 80^\circ \text{ opuesto por el vértice} \\ a &= b = 80^\circ \text{ ángulos correspondientes} \\ b &= 80^\circ = x \text{ ángulos correspondientes} \end{aligned}$$

- Terminada la socialización de las respuestas y procedimientos de la Actividad 2, realizan la Actividad 3. Recuerde con el curso las características de los cuadrados, rectángulos, rombos y romboides, pues se necesitarán como datos adicionales a la información aportada por los tipos de ángulos. Otro concepto que debe activar con sus estudiantes es el referido a que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es  $180^\circ$ .



- Los problemas de la Actividad 3 tienen un grado mayor de complejidad que los anteriores pues se mezclan muchos conceptos en un mismo problema. Por ejemplo:



¿Cuánto mide beta ( $\beta$ )?

Forma 1: Aquí están los siguientes conceptos involucrados

$\sphericalangle B = 90^\circ$  (rectángulo)

beta = e (correspondientes)

Suma de ángulos interiores en un triángulo es  $180^\circ$

$$90 + 31 + \beta = 180$$

Forma 2: Aquí están los siguientes conceptos involucrados

$BC \perp CD$  (rectángulo)

beta = q (alternos internos)

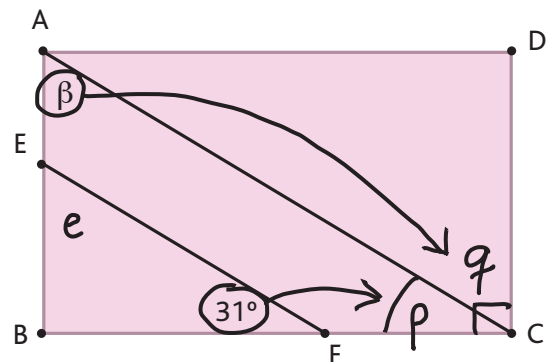
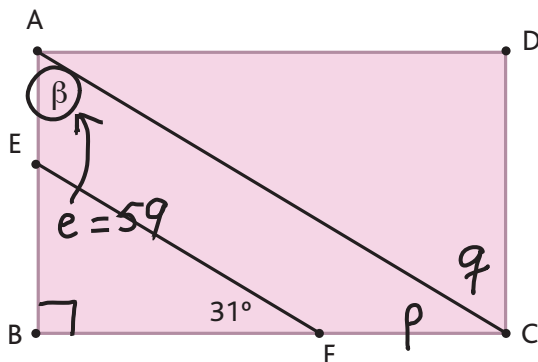
$31 = p$  (correspondientes)

$$31 + \text{beta} = 90^\circ (\sphericalangle C \text{ recto})$$

### CIERRE / 10 minutos

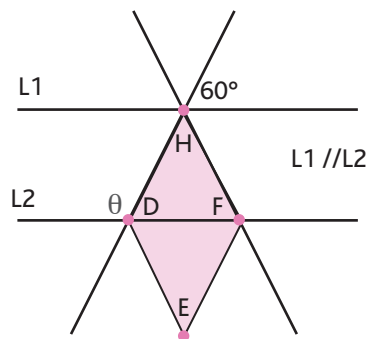
La socialización de los conceptos trabajados en la clase, debe dejar establecido que:

- Para resolver los problemas se debe tener una estrategia que permita acercar los datos dados con la incógnita.



### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- Determina el valor de  $\theta$  en la figura, sabiendo que DEFH es un rombo.



# PLAN DE CLASE N° 8

Tiempo: 90 minutos

## Objetivos de la clase:

- Calcular áreas de superficies de cubos y paralelepípedos, utilizando las redes.

## INICIO / 15 minutos

Revisen la tarea en conjunto.

- Pida que realicen individualmente la Actividad 1, que busca activar sus conocimientos previos referidos al cálculo de áreas de cuadrados y rectángulos. No es necesario incluir otras figuras o el concepto de perímetro, pues esta activación está enfocada en la utilización de las superficies que componen las redes del cubo y paralelepípedo, que son cuadrados y rectángulos.

## DESARROLLO / 45 minutos

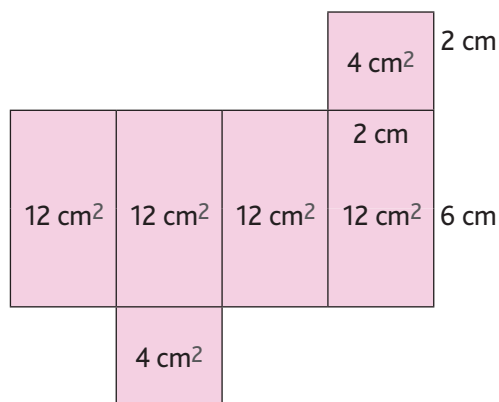
- Es necesario destacar que el foco del cálculo de superficies de cubos, no está centrado en la utilización de la fórmula  $6 \cdot a^2$  sino en la utilización de la red del cubo, porque ella representa la superficie que lo delimita. Es necesario relevar esto, por lo que sugerimos que antes de iniciar la Actividad 2, presente una red de un cubo en donde explique la relación entre las 6 caras cuadradas de la red y las 6 caras cuadradas del cubo.
- Pida que trabajen individualmente la Actividad 2, cuyo propósito es que calculen las áreas de las superficies de los cubos a partir de las redes. Este trabajo es muy importante, pues permite tener una representación pictórica de un cálculo que casi siempre se ha realizado con fórmulas que los estudiantes no comprenden. Usted podría llevar redes de cubos en papel y pedirles que señalen la medida de la arista del cubo y el valor de su área.
- Pida que trabajen en parejas la Actividad 3, cuya finalidad es encontrar un procedimiento que permita saber cuánto mide la arista, dada el área del cubo. Deben leer con atención la problemática que plantea Vicente. Antes de iniciar la actividad pídale que expliquen cuál es el problema y cómo podrían resolverlo. Usted no valide, solo recoja la información para después pasar por los puestos mientras resuelven la problemática.
- En la misma Actividad 3 está la completación del cuadro, donde tienen que determinar el valor de la arista conocida la superficie del cubo. Es importante que al finalizar gestione una socialización de las respuestas y analicen las distintas formas en llegaron a los resultados. Por ejemplo, es esperable que señalen que el área del cubo la dividen por 6 para tener el área de una cara y con ello calcular el valor de la arista.
- Pida que desarrollen en parejas la Actividad 4, comparar las superficies del paralelepípedo y del cubo. Es importante que sepan reconocer las aristas del paralelepípedo en su red, pues a diferencia del cubo, aquí no da lo mismo dónde vayan ubicadas.

## CIERRE / 20 minutos

La socialización de los conceptos trabajados en la clase, debe dejar establecido que:

- Para calcular el área de un cubo, se calcula primero el área de una cara y después se multiplica por 6 para obtener el área total.
- Para determinar el valor de la arista sabiendo el área total, se debe efectuar el procedimiento inverso, vale decir, dividir por 6 el área total obteniéndose el área de una cara. Luego, determinar qué número multiplicado por sí mismo da como resultado el área del cuadrado, obteniéndose el valor de la arista.

- Para calcular el área de un paralelepípedo, es necesario ubicar correctamente las medidas de las aristas en la red y con eso calcular las áreas de rectángulos o las áreas de rectángulos y cuadrados involucradas, tal como se muestra en la figura. Diseñador: cambiar  $\text{cm}^2$  por  $\text{cm}^2$



- Es probable que muchos estudiantes creen que el paralelepípedo es el de mayor área, porque es más alto que el cubo.

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- *Completa los casilleros del siguiente cuadro. Explica cómo obtienes los resultados.*

Área del cubo		1 014 $\text{cm}^2$		1 350 $\text{cm}^2$
Área de una cara	64 $\text{cm}^2$		225 $\text{cm}^2$	
Longitud de la arista				

# PLAN DE CLASE N° 9

Tiempo: 90 minutos

## Objetivos de la clase:

- Resolver problemas de cálculo de volumen, en cubos y paralelepípedos.

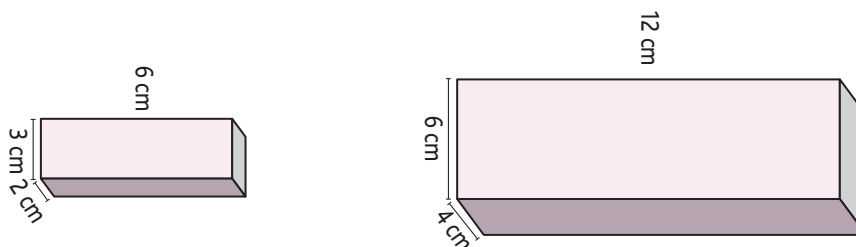
## INICIO / 15 minutos

Revisen la tarea en conjunto.

- Pida que realicen la Actividad 1, cuya finalidad es recordar las fórmulas para calcular el volumen de cubos y paralelepípedos. No reviste mayor complicación pues están todos los datos para aplicar las fórmulas.

## DESARROLLO / 45 minutos

- Pida que realicen en parejas la Actividad 2, cuya finalidad es que verifiquen una conjetura que se plantea y con la cual un número importante de alumnos estará de acuerdo. Dé un tiempo para que las parejas encuentren un procedimiento que permita verificar si la conjetura es o no correcta. Posteriormente gestione para que expongan sus procedimientos y su opinión; circule por la sala de clases para saber quiénes están de acuerdo con Vicente y quiénes no, sobre todo saber cuáles son las explicaciones que tienen y así generar debate en la sala.
- Es esperable que una de las técnicas utilizadas por los estudiantes sea calcular el volumen de un cubo de arista 2 cm obteniendo  $8 \text{ cm}^3$ , y posteriormente calculen el volumen del cubo de arista 4 cm obteniendo  $64 \text{ cm}^3$ . Con esto ya se responde la conjetura de Vicente, la cual es falsa pues 8 no es el doble de 64.
- Utilice la problemática anterior, para saber cuántas veces está contenido el volumen del cubo más pequeño, en el nuevo cubo, si en el primero la arista aumentó el doble. Para ello induzca con preguntas: ¿Cuántas veces está contenido 2 cm en 6 cm? ¿Cómo lo obtuviste? Seguir indagando hasta llegar a la comparación por cociente y así efectuar  $64 : 8 = 8$  y por lo tanto el volumen del cubo mayor es 8 veces el volumen del menor.
- Pida que en parejas realicen la Actividad 3, que también se relaciona con la variación del volumen en tanto varían sus medidas. Dé un tiempo razonable para que respondan la pregunta y expliquen un procedimiento.
- Es esperable que los estudiantes hagan el cálculo de ambos paralelepípedos y establezcan que la conjetura de Sofía es válida. Sin embargo, usted propicie técnicas no algebraicas, por ejemplo:



- Se ve claramente que si la altura 6 cm crece al doble, entonces el volumen aumenta al doble.
- Pida que realicen la Actividad 4 en parejas, cuya finalidad es que resuelvan problemas de determinar datos tales como longitud de arista de un cubo sabiendo la medida del volumen. Para ello deben recordar las potencias de exponente 3 y utilizarlas para encontrar el valor de la arista. Por ejemplo, si el volumen de un cubo es  $343 \text{ cm}^3$ , entonces la pregunta es ¿qué número multiplicado 3 veces por sí mismo da 343? Ese número es 7, por lo tanto la arista mide 7 cm y con ello también puede calcular su superficie.

- Pida que realicen la Actividad 5, en donde calculan valores de la arista, dado el volumen y viceversa. Dé un tiempo razonable y después socialice para que muestren los resultados y sean capaces de explicarlos.

### **CIERRE / 20 minutos**

La socialización de los conceptos trabajados en la clase, debe dejar establecido que:

- Si la arista de un cubo aumenta al doble, entonces el volumen aumenta 8 veces.
- Si la altura de un paralelepípedo aumenta al doble, entonces el volumen aumenta 2 veces.
- Si se tiene el volumen de un cubo, entonces se puede calcular el valor de la arista, utilizando las potencias de exponente 3.

### **TAREA PARA LA CASA / 10 minutos**

*Un cubo tiene como área de su superficie  $216 \text{ cm}^2$ :*

- a) ¿Cuánto es el área de cada una de sus caras?*
- b) ¿Cuánto mide la arista del cubo?*
- c) ¿Cuánto es su volumen?*
- d) Si el área de cada cara aumenta  $13 \text{ cm}^2$ :*
  - 1) ¿Cuánto es el área de cada cara del nuevo cubo?*
  - 2) ¿Cuánto mide su arista?*
  - 3) ¿Cuánto es el volumen del nuevo cubo?*
  - 4) ¿En qué cantidad aumentó el volumen del cubo?*

# PLAN DE CLASE N° 10

Tiempo: 90 minutos

## Objetivos de la clase:

- Evaluar los aprendizajes de sus estudiantes en el Módulo 3, para retroalimentar aquellos temas más deficitarios.

## INICIO / 15 minutos

- Explique que se va a realizar una prueba que tiene como objetivo evaluar los contenidos de aprendizaje estudiados en este período.
- Destaque la importancia de mantener una conducta apropiada durante el desarrollo de la evaluación.
- Señale que si no entienden alguna instrucción o pregunta, levanten la mano y usted se acercará para atenderlos.
- Entregue la prueba y recorra la sala registrando los temas que pueden estar presentando mayores dificultades.

## DESARROLLO / 45 minutos

- Pida que comiencen a leer y responder la prueba. Recuerde que dejen anotados los cálculos que hacen para resolver los problemas.
- Observe con atención y vea si alguien está detenido en alguna pregunta.
- Escuche las preguntas y ayude a comprender los enunciados, sin dar la respuesta correcta o pistas.
- Registre las preguntas y estrategias que sus estudiantes emplean, muchas serán motivo de revisión del contenido.
- En caso que algunos alumnos finalicen la evaluación tempranamente, indíqueles que trabajen sobre las actividades de la clase 10 del cuaderno del estudiante, de construcción de regiones angulares sobre círculos.

## DESCRIPCIÓN DE LAS TAREAS INVOLUCRADAS EN LA PRUEBA

Se espera que las y los estudiantes hayan logrado realizar las siguientes tareas matemáticas, las que se describen por pregunta:

1. Anticipar el tipo de ángulo que se forma al yuxtaponer dos ángulos dados, de medida conocida, argumentando la clasificación.
2. Anticipar si es posible construir un triángulo en que se conoce la longitud de sus lados, reconociendo aquellos casos en los cuales las medidas no permiten determinar tal figura.
3. Anticipar el resultado de aplicar un procedimiento de construcción de triángulos, en que se conoce la longitud de sus lados.
4. Describir el procedimiento de construcción de triángulos, en que se conoce la longitud de dos lados y la medida de uno de sus ángulos interiores.
5. Comparar la longitud de los lados de un triángulo, de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores opuestos.
6. Identificar triángulos que cumplen con ciertos criterios de clasificación y características particulares.
7. Identificar los ángulos opuestos por el vértice que se forman entre dos rectas que se cortan, así como las propiedades de las medidas de estos.
8. Identificar ángulos suplementarios a un ángulo dado, en un sistema de rectas paralelas cortadas por transversales.

9. Resolver problemas relativos a cálculos de ángulos en paralelogramos, identificando ángulos correspondientes.
10. Comparar las áreas de las superficies de un paralelepípedo y de un cubo, conocidas las medidas de las aristas de estos.
11. Determinar áreas de las superficies de cubos a partir de la medida de sus aristas.
12. Resolver problemas no rutinarios relativos a áreas de superficies de cubos y paralelepípedos, en donde los datos son entregados en forma indirecta.
13. Determinar el volumen de un paralelepípedo, conociendo información relativa a sus aristas.
14. Resolver problemas no rutinarios relativos a volúmenes de cubos y paralelepípedos, conociendo información relativa a áreas de superficies de estas figuras 3D.
15. Resolver problemas no rutinarios, relativos a variación de volúmenes de un paralelepípedo, conociendo información relativa a la variación de las medidas de sus aristas.

### **CIERRE / 20 minutos**

- Invite a las y los estudiantes a comentar la prueba.
- Pregunte: ¿Qué les pareció la prueba? ¿Cuál problema les gustó más resolver? ¿Hubo algún problema que les costó comprender?

### **TAREA PARA LA CASA / 10 minutos**

- *Resolver las actividades de la clase 10 del Cuaderno de trabajo.*

# PLAN DE CLASE N° 11

Tiempo: 90 minutos

## Objetivos de la clase:

- Revisar las preguntas de la prueba y retroalimentar a las y los estudiantes en los ítems que hayan manifestado una mayor dificultad.

## INICIO / 15 minutos

- Revise la tarea en conjunto.
- Explique que en esta clase revisarán y resolverán colectivamente algunos problemas y ejercicios de la prueba.
- Pregunte cuáles fueron las preguntas que más les costaron, y cuáles les parecieron más fáciles.
- Priorice las preguntas o ejercicios que fueron resueltos en forma incorrecta u omitidos por un gran porcentaje. Para ello complete la información de la sección de orientaciones para el análisis de los resultados de la prueba.
- En el Cuaderno de trabajo se han incluido aquellas preguntas que podrían haber presentado un mayor grado de dificultad, por el nivel de complejidad involucrado en el ítem preguntas. No obstante, usted puede analizar otros ítems que hayan presentado mayores dificultades en su curso.

## DESARROLLO / 45 minutos

- Desarrollan la Actividad 1, la cual aborda principalmente la pregunta 3, pero también permite el análisis de las preguntas 2, 4 y 5. Se espera que intenten anticipar la posición del vértice A sin realizar la construcción geométrica. Verifique que el curso cumple con esta condición, y atienda las argumentaciones. Es probable que algunos alumnos(as) indiquen el criterio de existencia de triángulos visto en clases, el que justificará la idea de que el vértice se hallará fuera de la recta L.
- Una vez que tales ideas se hayan sostenido, promueva que el curso verifique sus respuestas a través de la construcción de dicho triángulo. Indique que continúen con la construcción de los otros triángulos.
- Para finalizar, insista en destacar los criterios de existencia y los procedimientos de construcción de triángulos, los cuales varían según el tipo de datos que se ponen a disposición para tal efecto.
- Pida que trabajen en parejas las Actividades 2 y 3, que están asociadas a ángulos relacionados, por lo que será importante verificar que las parejas no solo lleguen a la respuesta correcta, sino que la argumentación esté basada en la identificación de ángulos opuestos por el vértice o bien, de ángulos entre paralelas.
- La Actividad 2 se ha complementado con una figura en donde los ángulos opuestos por el vértice son obtusos, como una forma de ofrecer herramientas para abordar las dificultades que pudieran tener quienes marcaron la alternativa D.
- Antes de pasar a las actividades siguientes, destaque las relaciones angulares que se dan en estos dos ítems.
- Pida que desarrollen la Actividad 4. Pregunte quiénes pensaron que el cuerpo B tenía mayor superficie y por qué. Destaque que no basta con que un cuerpo tenga una de sus medidas "muy grande", ya que el volumen o superficie del cuerpo va a depender también de las otras medidas.
- La Actividad 5 corresponde a los ítems 12 y 15 de la prueba, y son de bastante complejidad por la articulación de procedimientos que exigen.
- Destaque lo interesante que es que ambos problemas puedan emplear la misma estrategia, a saber, el registro y uso de los datos para determinar las medidas faltantes de las aristas de estos cuerpos.



- En el caso del primer cuerpo, el hecho de que la superficie verde sea cuadrada implica que la arista mide 3 cm, lo que permite concluir que la medida que falta es de 7 cm. Vea que utilicen un procedimiento apropiado de cálculo de la superficie. Por ejemplo, verifique que no calculen el volumen.
- En el caso del segundo problema, la complejidad radica en la selección de la información para su manipulación e interpretación en función de la pregunta. Se requiere conocer el volumen del cuerpo original ( $24 \text{ cm}^3$ ), el volumen del nuevo cuerpo ( $30 \text{ cm}^3$ ) y, además, decidir que se debe calcular la diferencia entre estas medidas.

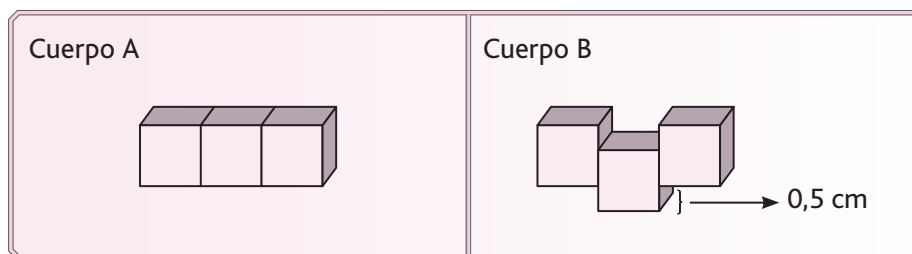
### CIERRE / 20 minutos

En la socialización de los conceptos trabajados en la clase pregunte:

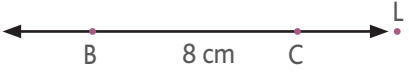
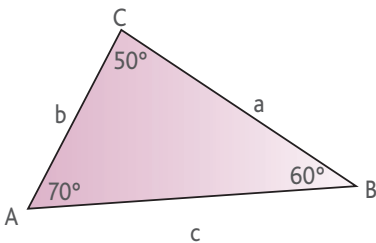
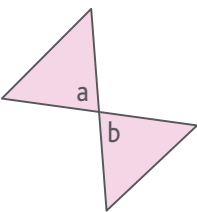
- ¿Qué conceptos estudiaron hoy?
- ¿Qué dificultades tuvieron al resolver los problemas? ¿Cuál es el error que cometieron? ¿Por qué lo cometieron? ¿Qué estrategias conviene utilizar para resolver problemas de un determinado tipo?

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos


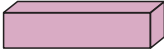
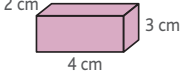
- *Comparar la superficie y volumen de los siguientes cuerpos compuestos, si cada cubo mide  $1 \text{ cm}^3$ :*



ORIENTACIONES PARA EL ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA

Ítem	Indicador de evaluación	Información del curso		Orientaciones remediales
		% L	% NL	
<p>3. Se desea construir un triángulo cuyos lados miden 5, 6 y 8 cm respectivamente. En la imagen se ha copiado el segmento de 8 cm sobre una recta L.</p>  <p>¿Qué ocurrirá al copiar los otros segmentos para encontrar el vértice A?</p> <p>A. El vértice A se encontrará en la recta L.                  B. El vértice A quedará fuera de la recta L.                  C. Los arcos no se intersectarán.                  D. No se puede saber.</p>	<p>Construyen triángulos en que se conoce la longitud de sus lados y/o la medida de sus ángulos interiores, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos.</p>			<p>Es probable que, en ausencia de otras rectas en la figura del problema, algunos estudiantes creen que el vértice A está sobre L. No corrija y permita que verifiquen sus respuestas haciendo la construcción. Concluya con su curso la importancia de proyectar la estrategia de construcción antes de emprenderla.</p>
<p>5. Observa el siguiente triángulo:</p>  <p>Considerando la medida de los ángulos interiores del triángulo, ¿cuál es el lado de mayor longitud? Marca la alternativa correspondiente. ¿Cuál es el lado de mayor medida?</p> <p>A. El lado a.                  B. El lado b.                  C. El lado c.                  D. No se puede saber.</p>	<p>Comparan la longitud de lados de triángulos de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores opuestos.</p>			<p>Recuerde la relación de medida de los lados de un triángulo con la medida de los ángulos opuestos, y pida que apliquen tal relación. Destaque la posibilidad de anticipar cuál es el lado de mayor medida, aun cuando se desconozca su medida exacta.</p>
<p>7. La siguiente imagen está compuesta por dos triángulos iguales: ¿Cuál de las siguientes alternativas es FALSA?</p>  <p>A. a y b son medidas de ángulos opuestos por el vértice.                  B. a=b                  C. a+b=90°                  D. las medidas de a y b son mayores que cero y menores que 180°</p>	<p>Identifican los ángulos opuestos por el vértice que se forman entre dos rectas que se cortan.</p>			<p>En esta pregunta, se anticipa que un error que se puede identificar radica en considerar que todas las afirmaciones son verdaderas. Este hecho podría llevar a algunos estudiantes a omitir la respuesta o bien, a marcar otras opciones como la alternativa D. La clase 11 presenta una actividad en la que los ángulos opuestos por el vértice son obtusos, con lo que se tiene un caso que permite reconocer que no se puede suponer que la afirmación C es verdadera.</p>

# MÓDULO Nº 3: GEOMETRÍA

Ítem	Indicador de evaluación	Información del curso		Orientaciones remediales
		% L	% NL	
<p><b>10.</b> Observa los siguientes cuerpos geométricos:</p> <p> CUERPO A Cubo de 4 cm de arista.</p> <p> CUERPO B Paralelepípedo cuyas aristas miden 1 cm, 2 cm y 8 cm</p> <p>¿Cuál de los cuerpos tiene mayor superficie?</p> <p>A. El cuerpo A. B. El cuerpo B. C. Ambos tienen la misma superficie. D. No se puede saber.</p>	<p>Comparan las áreas de las caras de paralelepípedos y las áreas de las caras de cubos.</p>			<p>La longitud del cuerpo B puede llevar a pensar que tiene un mayor volumen y superficie. Este error es muy frecuente.</p> <p>Dado que los procedimientos de cálculo están disponibles, aquí se debe realizar el cálculo para comparar las medidas, de modo de obtener efectivamente la comparación.</p> <p>Los métodos numéricos de medición son muy simples, por lo que el foco debe estar en la reflexión respecto de la medida de superficie de un cuerpo que se veía más grande que otro.</p>
<p><b>15.</b> El cuerpo de la imagen, tiene aristas que miden 2 cm, 3 cm y 4 cm, respectivamente.</p> <p></p> <p>Se sabe que la arista de mayor longitud aumenta en 1 cm. ¿En cuánto aumenta el volumen? Marca la alternativa correcta.</p> <p>A. 1 cm<sup>3</sup> B. 6 cm<sup>3</sup> C. 24 cm<sup>3</sup> D. 30 cm<sup>3</sup></p>	<p>Determinan volúmenes de cubos y paralelepípedos, conociendo información relativa a sus aristas.</p>			<p>La estrategia de resolución requiere de manipular datos que no están explícitos, como el dato de la medida de la nueva arista para obtener el volumen del cuerpo posterior a la modificación. Este problema tiene varias fuentes de error, principalmente relacionadas con la interpretación de los datos propuestos.</p> <p>En un caso como este, una metodología de resolución de problemas puede ser muy útil. Recuerde que independiente de la metodología empleada, esta es solo un medio y no un fin en sí misma, por lo que deberá promover que sus estudiantes la aborden con flexibilidad.</p>

(\*) La columna información del curso debe ser llenada por cada docente, incorporando el porcentaje de estudiantes que contestaron el ítem en forma correcta (%L) y el porcentaje que lo hizo en forma incorrecta (%NL).

## PAUTA DE CORRECCIÓN / PRUEBA

Ítem	Eje Temático	Indicador de Evaluación (extraídos del Programa de Estudio 2012)	Clave
1	Geometría	Construyen ángulos agudos o ángulos agudos y obtusos que sumen $180^\circ$ con un transportador o con procesadores geométricos.	C
2	Geometría	Construyen triángulos en que se conoce la longitud de sus lados, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos.	A
3	Geometría	Construyen triángulos en que se conoce la longitud de sus lados y/o la medida de sus ángulos interiores, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos.	B
4	Geometría	Construyen triángulos en que se conoce la longitud de sus lados y/o la medida de sus ángulos interiores, usando instrumentos geométricos o procesadores geométricos.	B
5	Geometría	Comparan la longitud de sus lados de acuerdo a la medida de sus ángulos interiores opuestos.	A
6	Geometría	Clasifican triángulos y explican el criterio de clasificación.	D
7	Geometría	Identifican los ángulos opuestos por el vértice que se forman entre dos rectas que se cortan.	C
8	Geometría	Identifican ángulos de igual medida en un sistema de rectas paralelas cortadas por una transversal.	D
9	Medición	Resuelven problemas relativos a cálculos de ángulos en paralelogramos.	B
10	Medición	Comparan las áreas de paralelepípedos y cubos.	A
11	Medición	Determinan áreas de las superficies de cubos a partir de la medida de sus aristas.	D
12	Medición	Resuelven problemas relativos a áreas de superficies de cubos y paralelepípedos.	A
13	Medición	Determinan volúmenes de cubos y paralelepípedos, conociendo información relativa a sus aristas.	B
14	Medición	Resuelven problemas relativos a volúmenes de cubos y paralelepípedos conociendo información relativa a áreas de superficie de estas figuras 3D.	D
15	Medición	Determinan volúmenes de cubos y paralelepípedos, conociendo información relativa a sus aristas.	B





# 6°



Ministerio de  
Educación

Gobierno de Chile