

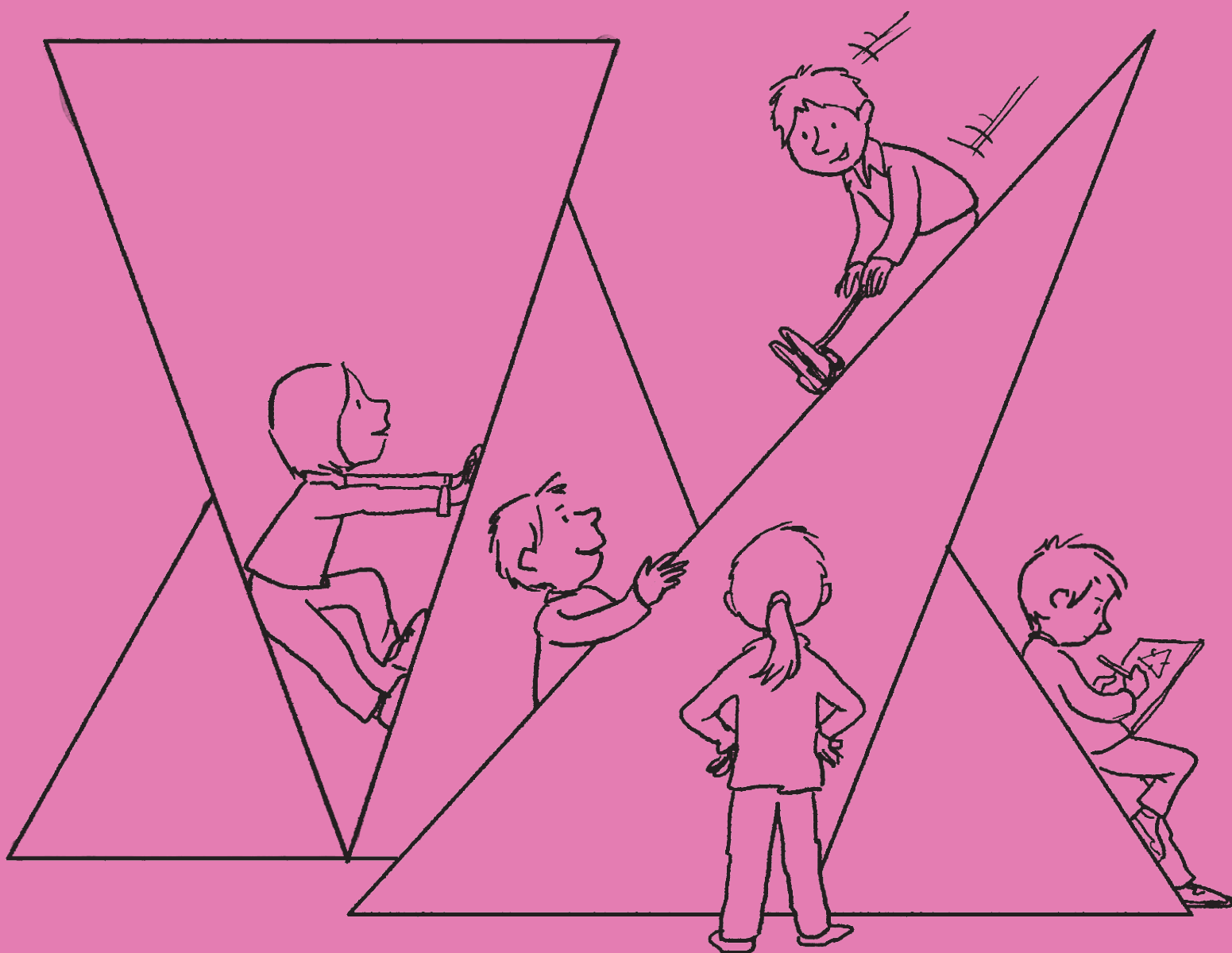


# Módulo N° 2: Patrones y álgebra

MATEMÁTICA

Guía didáctica

# 6°



**Módulo N° 2:**  
**Patrones y álgebra**

MATEMÁTICA

**Guía didáctica**

**NIVEL DE EDUCACIÓN BÁSICA**

División de Educación General

Ministerio de Educación

República de Chile

2013

**Módulo N° 2:  
Patrones y Álgebra**

MATEMÁTICA

**Guía Didáctica / 6° básico**

**6°**

MINISTERIO DE EDUCACIÓN  
NIVEL DE EDUCACIÓN BÁSICA

**2013**

## PRESENTACIÓN

El Módulo 2 de sexto año básico, tiene como propósito principal ofrecer una herramienta de gestión curricular focalizada y basada en la organización de la enseñanza para el logro de los siguientes objetivos de aprendizaje planteados en la Unidad 2 del Programa de Estudios:

- ❑ Demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla y pueden aplicarla en la resolución de problemas sencillos (OA9):
  - identificando patrones entre los valores de la tabla,
  - formulando una regla con lenguaje matemático.
- ❑ Representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones (OA10).
- ❑ Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, utilizando estrategias (OA6):
  - usando una balanza,
  - usando la descomposición y la correspondencia 1 a 1 entre los términos en cada lado de la ecuación y aplicando procedimientos formales de resolución.

El eje Patrones y Álgebra de sexto año básico incorpora elementos novedosos respecto de marcos curriculares previos, por cuanto considera todo el conocimiento que se ha venido construyendo desde temprana edad en este eje para sistematizar y formalizar una tarea matemática como la resolución de ecuaciones. Son conocidas las dificultades que tienen los estudiantes respecto de esta actividad, en particular, producto de la enseñanza de técnicas de resolución que no tienen una justificación o visualización que favorezca su apropiación en un sentido de construcción de aprendizajes de calidad.

Esta propuesta contiene una secuencia de actividades problematizadoras que buscan promover estrategias de resolución de ecuaciones en el contexto del desarrollo de las habilidades del marco curricular, principalmente de modelación

y representación, fundamentales para emprender la realización y resolución de acciones y problemas específicos de la vida. En particular, se destaca el desarrollo de un pensamiento variacional como una forma de generalizar regularidades y establecer ecuaciones.

## Programación Módulo 2 Matemática 6° Básico

CLASES /HRS	OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
1 - 3 6 horas	<p>Demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla y aplicarla en la resolución de problemas sencillos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identificando patrones entre los valores de la tabla,</li> <li>Formulando una regla con lenguaje matemático (OA9).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Establecen relaciones que se dan entre los valores dados en una tabla, usando lenguaje matemático.</li> <li>Crean representaciones pictóricas de las relaciones que se dan en una tabla de valores.</li> <li>Usando la relación entre los valores de una tabla, predicen los valores de un término desconocido y verifican la predicción.</li> <li>Formulan una regla que se da entre los valores de dos columnas de números en una tabla de valores.</li> <li>Identifican elementos desconocidos en una tabla de valores.</li> <li>Describen patrones en una tabla de valores dados.</li> <li>Crean una tabla de valores para registrar información y destacar un patrón cuando se resuelve un problema.</li> </ul>
4 - 6 6 horas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representar generalizaciones de relaciones entre números naturales, usando expresiones con letras y ecuaciones (OA10).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de un rectángulo.</li> <li>Escriben y explican la fórmula para encontrar el área de un rectángulo.</li> <li>Usan letras para generalizar la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación.</li> <li>Describen la relación entre los valores en una tabla, usando una expresión en que intervienen letras.</li> <li>Representan la regla de un patrón, usando una expresión en que intervienen letras.</li> </ul>
7 - 9 6 horas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, utilizando estrategias como:               <ul style="list-style-type: none"> <li>usando una balanza</li> <li>usar la descomposición y la correspondencia 1 a 1 entre los términos en cada lado de la ecuación y aplicando procedimientos formales de resolución (OA11).</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Determinan soluciones de ecuaciones que involucran sumas, agregando objetos hasta equilibrar una balanza.</li> <li>Expresan números en una forma que involucre adiciones o sustracciones con números. Por ejemplo: expresan 17 en la forma <math>2 \cdot 8 + 1</math>, o 25 en la forma <math>3 \cdot 9 - 2</math>.</li> <li>Expresan números en una forma que involucre adiciones o sustracciones con números y con incógnitas. Por ejemplo: expresan 19 en la forma <math>4 \cdot x + 3</math>.</li> <li>Resuelven ecuaciones, descomponiendo de acuerdo a una forma dada y haciendo una correspondencia 1 a 1. Por ejemplo: resuelven la ecuación <math>5 \cdot x + 4 = 39</math>, expresando 39 en la forma <math>5 \cdot x + 4</math>, y mediante correspondencia 1 a 1 determinan el valor de <math>x</math>.</li> <li>Aplican procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación para resolver ecuaciones.</li> </ul>
10 - 11 4 horas	<ul style="list-style-type: none"> <li>Evaluar los aprendizajes del Módulo 2.</li> <li>Retroalimentar los objetivos de aprendizaje considerando los resultados de la Prueba.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizan la Prueba, cuyos ítems se construyen a partir de los indicadores de logro del Módulo 2.</li> <li>Retroalimentación de los objetivos de aprendizaje considerando los indicadores menos logrados o que presentaron mayores dificultades.</li> </ul>

EJEMPLOS DE PREGUNTAS	REFERENCIA AL TEXTO ESCOLAR	REFERENCIA A OTROS RECURSOS										
<p>1. Observa la siguiente tabla.</p> <table border="1" data-bbox="207 365 509 564"> <thead> <tr> <th>ENTRADA</th> <th>SALIDA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>12</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Cuál de las siguientes reglas, expresadas en lenguaje matemático, determina la relación entre los datos de la tabla?</p> <p>A. <math>6 \cdot n</math>            B. <math>7 \cdot n</math>            C. <math>n + 1</math>            D. <math>n + 6</math></p>	ENTRADA	SALIDA	3	9	4	10	5	11	6	12	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise páginas del texto referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Patrones:  <a href="http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_328_g_3_t_2.html?open=activiti&amp;from=category_g_3_t_2.html">http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_328_g_3_t_2.html?open=activiti&amp;from=category_g_3_t_2.html</a></li> </ul>
ENTRADA	SALIDA											
3	9											
4	10											
5	11											
6	12											
<ul style="list-style-type: none"> <li>Un rectángulo mide <math>b</math> cm de ancho y <math>2b</math> cm de largo. ¿Cuál es su perímetro, si <math>b = 4</math>?</li> </ul> <p>A. 6 cm            B. 12 cm            C. 16 cm            D. 24 cm</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise páginas del texto referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<p><a href="http://www.curriculumenlineameduc.cl/605/w3-article-17695.html">http://www.curriculumenlineameduc.cl/605/w3-article-17695.html</a></p>										
<ul style="list-style-type: none"> <li>El resultado de la ecuación <math>18 = 2x - 2</math> es:</li> </ul> <p>A. 8            B. 9            C. 10            D. 11</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revise páginas del texto, referidas al contenido en estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ecuaciones:  <a href="http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_201_g_3_t_2.html?open=instructions&amp;from=category_g_3_t_2.html">http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_201_g_3_t_2.html?open=instructions&amp;from=category_g_3_t_2.html</a></li> </ul>										

## Objetivo de la clase:

- Establecer relaciones entre las cantidades dadas en una tabla de valores.

## INICIO / 15 minutos

- Pida que trabajen individualmente las Actividades 1 y 2, cuyo propósito es que escriban en lenguaje algebraico una relación aditiva simple que dé cuenta de la regla de formación de las secuencias. Es importante considerar que este tipo de actividades fue abordado en cursos anteriores, pero la diferencia es que ahora se debe escribir formalmente la relación. Para la Actividad 1 la respuesta esperada es  $P - 2$  y  $P + 2$ .
- En la Actividad 2 las preguntas a), b) y c) no deberían presentar mayores dificultades, ya que la secuencia es creciente: si se avanza se suma y al retroceder se resta. No obstante, las preguntas d) y e) evolucionan en complejidad pues son secuencias descendentes; en d) es esperable errores tales como:  $S - 4$  y  $S + 4$ , cuando la respuesta correcta es  $S + 4$  y  $S - 4$ .

## DESARROLLO / 50 minutos

- Pida que en grupos de cuatro realicen la Actividad 3, cuyo propósito es que reconozcan una relación numérica aditiva entre los elementos consecutivos de una tabla, partir de representaciones pictóricas de patrones crecientes. En a) se espera que al escribir 1, 3, 5, 7, se den cuenta de que para seguir avanzando solo hay que sumar 2. En las actividades b) y c) se relaciona la posición con la cantidad de trazos que intervienen en la figura. En b) se espera que al escribir la secuencia 3, 5, 7, 9, se den cuenta de que para seguir avanzando solo hay que sumar 2 y no es necesario hacer los dibujos. En c) la secuencia es 6, 11, 16, 21 y por lo tanto, para encontrar los otros valores se debe ir sumando 5 y así completar la tabla con 26 y 31.
- Pida que trabajen la Actividad 4 en grupos, cuyo propósito es que reconozcan una relación numérica no aditiva entre los elementos consecutivos de una tabla, a partir de representaciones pictóricas de patrones crecientes. Esta actividad es más compleja, ya que la estrategia utilizada en la Actividad 3 no servirá para encontrar los valores de las posiciones 5 y 6, y es esperable que nuevamente recurran a la representación pictórica. También es esperable que determinen sin problemas la secuencia 1, 4, 9, 16; sin embargo, la posición 5 no se podrá obtener sumando una cantidad. Gestione para que busquen una regularidad, aunque hayan contestado correctamente haciendo los dibujos, es decir, propicie que para avanzar de 1 a 4 se suma 3, de 4 a 9 se suma 5, de 9 a 16 se suma 7, es decir para avanzar se suma un impar consecutivo.
- Es importante que en la gestión de la clase dé tiempo para que puedan explorar distintas relaciones numéricas; para ello debe pedir socializar cómo determinaron las cantidades para las posiciones 5 y 6 en cada una de las tablas (por eso los dibujos siempre son hasta la posición 4). Un procedimiento esperable es que dibujen las posiciones 5 y 6 y cuenten los cuadrados. No obstante, circule por los grupos para observar si algunos determinaron la cantidad sin hacer los dibujos, y entonces provoque un diálogo en la pizarra entre ambos procedimientos, no invalidando el contar cuadrados, pero sí estableciendo que es más eficiente encontrar la regularidad en la secuencia.
- En esta clase no se pide que encuentren un fórmula para relacionar la posición con la cantidad de cuadrados, por lo tanto no lo propicie, pero si surge como procedimiento, déjelo registrado en la socialización. La prioridad de esta





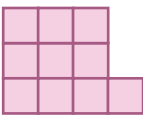
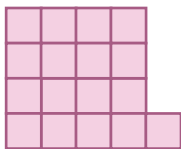
clase es encontrar relaciones numéricas entre los distintos elementos consecutivos de la tabla apoyándose en una representación pictórica de las cantidades.

- En la gestión de la clase podría suceder que algunos estudiantes requieran mayor tiempo para avanzar en las actividades; en ese caso privilegie las Actividades 3 y 4, pues es muy importante que deje un tiempo adecuado para el cierre.

### CIERRE / 20 minutos

La socialización de los temas trabajados en clases debe centrarse en los siguientes aspectos:

- Las tablas de valores analizadas presentan regularidades entre los números de sus columnas, pues provienen de patrones crecientes que relacionan la posición con la cantidad de elementos, por ejemplo:

Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4
			

posición	cantidad de cuadrados
1	2
2	5
3	10
4	17
5	
6	

- Para encontrar los valores de la tabla que no están representados en el patrón, existen dos posibilidades:



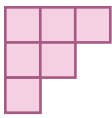
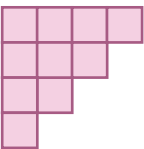
- Dibujar el patrón y contar. Procedimiento válido, pero que demanda tiempo,
- Buscar regularidades entre los números de la tabla. Considerando la tabla y el patrón que se presenta más arriba, para la posición 5 y 6 se puede establecer que a medida que se avanza una posición, la cantidad de cuadraditos va aumentando a 3, 5, 7, 9, 13, es decir, números impares. Otra posibilidad es relacionar el número de la posición con su cuadrado más 1. Observe la tabla a la derecha.

posición	cantidad de cuadrados
1	$1^2 + 1 = 2$
2	$2^2 + 1 = 5$
3	$3^2 + 1 = 10$
4	$4^2 + 1 = 17$
5	$5^2 + 1 = 26$
6	$6^2 + 1 = 37$

### TAREA PARA LA CASA / 5 minutos

- Observa el siguiente patrón y completa la tabla de valores que relaciona el número de la posición con la cantidad dada. Verifica tus resultados.

**Patrón**

Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4
			

**Tabla**

posición	cantidad de cuadrados
1	
2	
3	
4	
5	
6	

### Objetivo de la clase:

- Predecir valores desconocidos de una tabla de valores explicando la estrategia utilizada.

### INICIO / 30 minutos

- Revise la tarea en conjunto con su curso.
- Pida que desarrollen la Actividad 1 en grupos de 4, cuyo propósito es que predigan la cantidad de cuadrados que continúan en la secuencia, pero que a diferencia de la Clase 1, no es una posición consecutiva a la representación pictórica del patrón. En a) se pregunta por la cantidad de cuadrados en la posición 20. Con ello se busca que abandonen la estrategia de dibujar y se centren en las relaciones numéricas entre las cantidades consecutivas.
- La pregunta a) es de menor complejidad que la b) pues para avanzar de una posición a otra basta con sumar dos, en cambio en b) no hay una constante para adicionar.
- Una de las estrategias esperadas en a) es que señalen 9, 11, 13, 15, 17, 19... y así sucesivamente hasta llegar a la posición 20. Por tanto extenderán la tabla de valores hasta llegar a la posición 20 y avanzarán sumando 2 cada vez.
- En la letra b) es esperable que se provoquen dificultades, pues al tratar de aplicar la misma estrategia se darán cuenta de que no hay un número fijo que puedan sumar para avanzar en la posición. Si los grupos no dan con la solución, recuérdelos cómo trabajaron las Actividades 4 o 5 de la clase anterior cuando se vieron enfrentados a la misma dificultad, aunque en esta clase es más complejo pues no pueden dibujar el patrón hasta la posición 10; quizás algunos alumnos tratarán de hacerlo, por ello es importante que usted controle el tiempo para que esta estrategia fracase. Es posible que se utilicen dos estrategias, una de ellas:  $10 + 9 + 8 + 7 + \dots + 3 + 2 + 1$ . Si eso ocurre, induzca a esos estudiantes a juntar grupos de 10 (9 con 1, 8 con 2, etc.). La estrategia esperada es que extiendan la tabla hasta 10 y al 1 le sumen 2, al 3 le sumen 3, al 6 le sumen 4, al 10 le sumen 5, al 15 le sumen 6 y así sucesivamente hasta llegar a la posición 10.

### DESARROLLO / 30 minutos

- Pida que realicen la Actividad 2 en grupos, cuyo propósito es que reconozcan que para predecir un valor desconocido en una tabla de valores es mejor tener una regla escrita en lenguaje matemático que relacione los valores de la posición de entrada con los valores de la salida. Se utiliza el mismo patrón, pero problematiza al estudiante a través de Laura, pidiendo ayuda para comprobar si lo que dice el libro es cierto o no. Es importante que sus estudiantes reconozcan que los valores que están obteniendo en esta actividad son los mismos que obtuvieron antes, pero que ahora resulta mucho más fácil. Ponga atención a las dificultades aritméticas que puedan presentar niños y niñas, sobre todo en lo referido a las prioridades de la operatoria.
- Pida que trabajen en parejas la Actividad 3, cuyo propósito es que obtengan valores desconocidos de la tabla utilizando una regla formulada en lenguaje matemático. Es importante cautelar que al hacer  $3 \cdot 1 - 2$ , primero realicen el producto y después la resta. Las tablas en esta actividad varían en complejidad, considerando la relación aritmética de la regla entregada, pues en las dos primeras la posición  $n$  se multiplica por un número fijo, en cambio en las dos últimas hay una expresión cuadrática aunque no se escribe utilizando potencias.

## CIERRE / 20 minutos

La socialización de los temas trabajados en clases debe centrarse en los siguientes aspectos:

- Para predecir un valor desconocido en una tabla de valores, es más fácil hacerlo cuando se cuenta con una regla escrita en lenguaje matemático. Es decir, para predecir cuántos cuadrados hay en la posición 10, es más fácil determinarlo haciendo  $\frac{10 \cdot (10 + 1)}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = \frac{110}{2} = 55$ , que buscar relaciones entre los elementos consecutivos.
- Al reemplazar valores en una expresión es importante recordar que la primera prioridad en las operaciones la tiene el paréntesis, después la multiplicación o división y por último la adición o sustracción. Es decir, en la expresión  $2 \cdot n - 1$ , al reemplazar por  $n = 5$ , se resuelve  $2 \cdot 5 - 1 = 10 - 1 = 9$

Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4
□	□ □ □	□ □ □ □ □ □	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □

## TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- Determina los valores desconocidos en las siguientes tablas de valores, utilizando la regla dada:

a) regla para los valores de salida:  $5 \cdot n - 1$

$n$	1	2	3	4	5	6
Salida						

b) regla para los valores de salida:  $n \cdot n + n$

$n$	1	2	5	6	7	10
Salida						

## Objetivo de la clase:

- Formular una regla en lenguaje matemático, que relacione los números que se dan en dos filas de una tabla de valores.

## INICIO / 15 minutos

- Revise la tarea en conjunto con su curso.
- Pida que realicen la Actividad 1 en parejas, cuya finalidad es que se inicien en la construcción de fórmulas que les permitan relacionar el número de la posición de entrada con el valor de la salida, mediante una representación pictórica. En esta actividad deben reconocer que la expresión  $2 \cdot n$  permite determinar cualquier valor de la salida de la tabla que presenta Vicente.

## DESARROLLO / 50 minutos

- Pida que realicen en grupos las Actividades 2 y 3, cuyo propósito es que construyan reglas escritas en lenguaje matemático, que permitan relacionar dos filas de una tabla de valores y así poder predecir cualquier valor de dicha tabla. En ambas actividades se entrega una representación pictórica de un patrón creciente para hacer más significativa la expresión simbólica buscada.
- En el caso de la Actividad 2, se espera que reconozcan que el valor de salida se descompone haciendo una adición entre el número de entrada más el mismo número disminuido en 1, es decir, se espera que señalen  $1 + 0$ ,  $2 + 1$ ,  $3 + 2$ ,  $4 + 3$ ,  $5 + 4$  para así llegar a modelar  $n + n - 1$ . Es importante señalar que si los grupos señalan  $n + n - 1$  o  $2 \cdot n - 1$  ambos están correctos, pues lo importante es encontrar el modelo matemático de la relación y no la suma de términos semejantes. Es muy importante que verifiquen que la regla encontrada modela los valores dados. En la Actividad 3 se quita el soporte de mostrar una parte de la descomposición, con lo cual aumenta el grado de dificultad.
- Pida que realicen la Actividad 4, en la cual deben construir las reglas que permiten relacionar los valores de las columnas en las dos tablas. En la parte a) es esperable que relacionen los valores pensando en la multiplicación por 3 y por lo tanto modelen haciendo  $3 \cdot n$ . La parte b) utiliza el mismo modelo, pero agregando 1.

## CIERRE / 10 minutos

La socialización de los temas trabajados en clases debe centrarse en los siguientes aspectos:

- Para encontrar una regla entre los valores de dos filas (entrada y salida) de una tabla, se debe descomponer convenientemente el valor de la salida, de tal forma que en la descomposición aparezca el valor de la entrada. Por ejemplo:

Entrada	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Salida	3	6	9	12	15	18	21	...	
Descomposición conveniente del valor de salida	$3 \cdot 1$	$3 \cdot 2$	$3 \cdot 3$	$3 \cdot 4$	$3 \cdot 5$	$3 \cdot 6$	$3 \cdot 7$	...	$3 \cdot n$



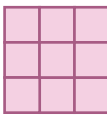
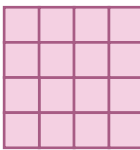


Entrada	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Salida	4	7	10	13	16	19	22	...	
Descomposición conveniente del valor de salida	$3 \cdot 1 + 1$	$3 \cdot 2 + 1$	$3 \cdot 3 + 1$	$3 \cdot 4 + 1$	$3 \cdot 5 + 1$	$3 \cdot 6 + 1$	$3 \cdot 7 + 1$	...	$3 \cdot n + 1$

Entrada	1	2	3	4	5	6	7	...	n
Salida	2	5	8	11	14	17	20	...	
Descomposición conveniente del valor de salida	$3 \cdot 1 - 1$	$3 \cdot 2 - 1$	$3 \cdot 3 - 1$	$3 \cdot 4 - 1$	$3 \cdot 5 - 1$	$3 \cdot 6 - 1$	$3 \cdot 7 - 1$	...	$3 \cdot n - 1$

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- Observa las siguientes tablas y descubre la regla que relaciona los números de la entrada y salida.

Entrada	1	2	3	4	...	n
Salida	1	3	5	7	...	

Posición N°	1	2	3	4	...	n
Patrón						
Estrategia (observa el n° de la posición)	1  1	2  2	_____	_____	...	
Total de cuadrados	1	4	9	16	...	_____

- Ahora completa otros valores de la tabla utilizando la relación que acabas de encontrar.

Entrada	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Salida	1	4	9						

## Objetivo de la clase:

- Escribir la fórmula que permite modelar el cálculo del perímetro de triángulo equilátero y de un rectángulo.

## INICIO / 20 minutos

- Revise la tarea en conjunto con su curso.
- Pida que realicen la Actividad 1 en parejas, cuyo foco principal es que recuerden las características de los tipos de triángulo y cómo se calcula el perímetro. Focalice la gestión en el triángulo equilátero, relevando que la longitud de todos sus lados tiene igual medida, no siendo necesario referirse a los ángulos interiores pues esa característica no será utilizada en esta clase.
- Mientras las parejas trabajan, circule por la sala observando si algunos utilizan procedimiento abreviados para calcular el perímetro, es decir, si en vez de sumar todas las longitudes realizan  $2 \cdot 3 + 5$  en el caso D,  $3 \cdot 2$  en el caso C o  $2 \cdot 4 + 2$  en el caso A.

## DESARROLLO / 50 minutos

- Pida que trabajen individualmente la Actividad 2, cuyo propósito es que lleguen a escribir la fórmula  $3 \cdot n$  y reconozcan que ella les permite calcular el perímetro de cualquier triángulo equilátero. Es importante que la socialización de esta respuesta no se quede solo en la fórmula, pues es necesario que entiendan que  $n$  es la longitud del lado del triángulo equilátero, pero que en realidad podría haber sido cualquier letra. Dibuje un triángulo equilátero en la pizarra de lado  $a$  y escriba las fórmulas  $3 \cdot a$  y  $3 \cdot n$ , pregunte si son fórmulas distintas o representan lo mismo. En el mismo sentido de la comprensión de la fórmula, pregunte al curso si la fórmula  $3 \cdot n$  es lo mismo que  $3 + n$ .
- Pida que trabajen grupalmente en la Actividad 3, cuyo propósito es que logren modelar matemáticamente la fórmula  $2 \cdot n + 2$  que permite calcular el perímetro de cualquier rectángulo cuyo ancho sea 1 cm; lo fundamental es socializar las distintas respuestas que pueden tener los grupos, aunque algunas estén erradas. Mientras trabajan, circule por la sala de clases observando posibles errores y respuestas correctas, para que después debatan respecto a las fórmulas. Es esperable que aparezca  $n + 1$  (que solo representa el semiperímetro). También es esperable que algunos estudiantes tengan como respuesta  $2 \cdot (n + 1)$ , otros  $2 \cdot n + 1$  y otros  $2 \cdot n + 2$ . Por ello es relevante producir la discusión para que tengan mecanismos de verificación de sus respuestas; si le preguntan si la fórmula está bien o mal, dé indicaciones para que comprueben y luego puedan argumentar en función de esas verificaciones, en las cuales pueden aparecer errores de aritmética, por ejemplo, que 2 veces  $n + 1$  es lo mismo que  $2 \cdot n + 1$ .
- Pida que trabajen grupalmente la Actividad 4, cuyo propósito es que logren modelar matemáticamente la fórmula  $6 \cdot n$  que permite calcular el perímetro de cualquier rectángulo cuyo largo sea el doble del ancho o viceversa. Las respuestas a esta actividad también debe ser socializada con cuidado, pues es esperable que señalen que la fórmula es  $n + n + 2 \cdot n + 2 \cdot n$  pero quizás no todos digan inmediatamente que eso es  $6 \cdot n$ , por lo tanto tenga en la pizarra la tabla

$n$	1	2	3	4	5	6
$6 \cdot n$	6	12	18	24	30	36

para que vean que los valores obtenidos son los mismos que en  $2 \cdot n + 2 \cdot n + n + n$

- Desarrollan en grupo la Actividad 5, cuya finalidad es que logren modelar que la relación 2 veces el largo más 2 veces el ancho, es decir  $2 \cdot a + 2 \cdot b$  permite calcular el perímetro de cualquier rectángulo. Muestre textos de geometría en donde aparezca esta fórmula y valore que las distintas áreas de la matemática están conectadas.

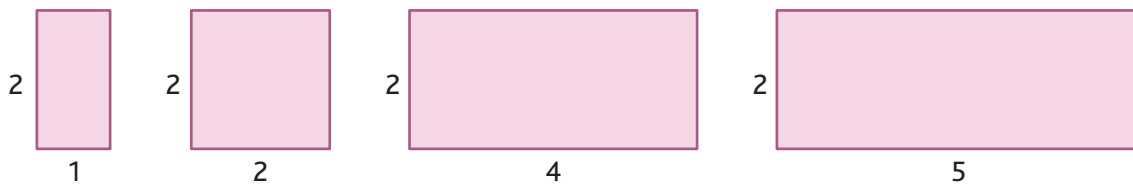
### CIERRE / 15 minutos

La socialización debe centrarse en los siguientes aspectos:

- Para calcular el perímetro de un triángulo y de un rectángulo se deben sumar las longitudes de sus lados.
- La fórmula que permite calcular el perímetro de un triángulo equilátero de lado  $n$  es  $3 \cdot n$
- La fórmula que permite calcular el perímetro de un rectángulo de lados  $a$  y  $b$  es  $2 \cdot a + 2 \cdot b$

### TAREA PARA LA CASA / 5 minutos

- Observa los siguientes rectángulos.



- Completa la tabla y encuentra la fórmula para el perímetro de los rectángulos que cumplen la característica dada y escríbela en lenguaje matemático.

largo [cm]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	<b>n</b>
ancho [cm]	2	2	2	2	2						...	
perímetro [cm]	6	8	10	12	14						...	

## Objetivo de la clase:

- Escribir la fórmula que permite modelar el cálculo del área de un rectángulo.

## INICIO / 15 minutos

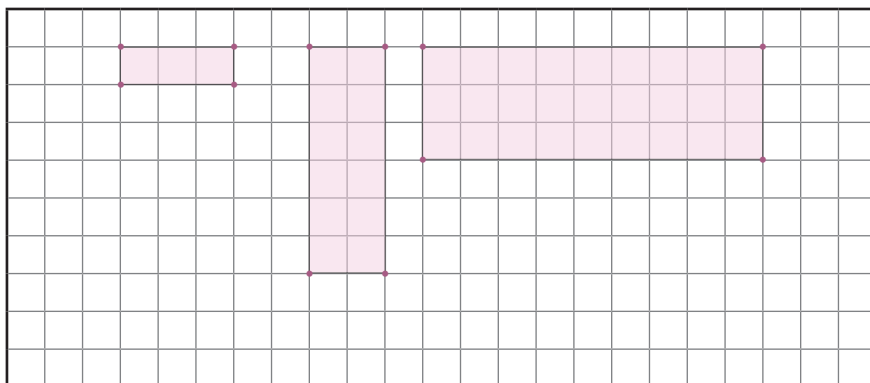
- Revise la tarea en conjunto con su curso.
- Pida que desarrollen individualmente la Actividad 1, cuyo foco principal es que recuerden cómo se calcula el área de un rectángulo. Gestione para que se socialicen las respuestas de los distintos cálculos observando si algún estudiante está utilizando una relación aditiva para calcular el área, por ejemplo  $3 + 6 = 9$  en el caso del rectángulo A. Si se diera ese caso, es conveniente tener una cartulina con las superficies cuadrículadas, en las que rápidamente se pueda contar la cantidad de  $\text{cm}^2$ , que cubren la superficie y hacer la asociación entre las medidas del largo y ancho con la cantidad total de  $\text{cm}^2$ .

## DESARROLLO / 55 minutos

- Pida que desarrollen en grupo la Actividad 2, cuyo propósito es que lleguen a escribir la fórmula  $2 \cdot n$  y reconozcan que les permite calcular el área de un rectángulo donde una de las medidas de sus lados es constante igual a 2 y la otra medida varía de 1 en 1 comenzando en 1. Es importante que la socialización de esta respuesta no se quede solo en la fórmula, pues es necesario que ellos entiendan que  $n$  es la longitud del lado del rectángulo, pero que en realidad podría haber sido cualquier letra. Dibuje un rectángulo de lados 2 y  $a$ , escriba las fórmulas  $2 \cdot a$  y  $2 \cdot n$  y pregunte si son fórmulas distintas o representan lo mismo. En el mismo sentido de la comprensión de la fórmula, pregunte si la fórmula  $2 \cdot n$  es lo mismo que  $2 + n$ . Es esperable que algunos estudiantes digan que la segunda figura no es un rectángulo pues es un cuadrado; si es así, haga ver que los cuadrados son un caso particular de rectángulo, pues cualquier cuadrado cumple las características de un rectángulo, es decir, todos sus ángulos interiores miden  $90^\circ$  y los pares de lados opuestos tienen igual medida.
- Pida que desarrollen grupalmente la Actividad 3, cuyo propósito es que logren modelar matemáticamente la fórmula  $n \cdot (n + 1)$  que permite calcular el área de cualquier rectángulo donde la medida de un lado sea 1 cm mayor que la longitud del otro. Lo fundamental en esta actividad, es socializar las distintas respuestas que pueden tener los grupos aunque algunas estén erradas. Mientras trabajan, circule por la sala observando posibles errores y respuestas correctas, para posteriormente y sin que usted haya validado antes, pueda producirse un debate respecto a las fórmulas. Es esperable que aparezca  $n \cdot n + 1$  (respuesta errada). También es esperable que algunos estudiantes tengan como respuesta algún par de números y no la generalización, por lo que es relevante producir la discusión y que tengan mecanismos de verificación de sus respuestas. Si le preguntan si la fórmula está bien o mal, dé indicaciones para que la comprueben y luego podrán argumentar en función de esas verificaciones, en las cuales pueden aparecer errores de aritmética, por ejemplo, que  $n$  veces  $n + 1$  es lo mismo que  $n \cdot n + 1$ .
- Pida que desarrollen grupalmente la Actividad 4, cuyo propósito es que logren modelar matemáticamente la fórmula  $2n \cdot n$  que permite calcular el área de cualquier rectángulo cuyo largo sea el doble del ancho o viceversa.



- Continúan trabajando en grupos y desarrollan la Actividad 5, cuya finalidad es que reconozcan los rectángulos a partir de un modelo matemático. Asumiendo que la cuadrícula está en centímetros, posibles respuestas para la parte a) serían:



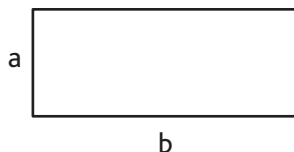
### CIERRE / 10 minutos

La socialización debe centrarse en los siguientes aspectos:

- Para calcular el área de un rectángulo de lados de longitud  $a$  y  $b$ , se debe realizar el producto  $a \cdot b$

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- Observa el rectángulo.



- Completa la tabla y escribe la fórmula que permite calcular el área de cualquier rectángulo de lados  $a$  y  $b$ .

a [cm]	5	1	7	20	...	<b>n</b>
b [cm]	3	6	10	30	...	<b>m</b>
Área [cm <sup>2</sup> ]					...	_____

## Objetivo de la clase:

- Describir la relación entre los valores en una tabla (conmutatividad de adición y multiplicación, descomposiciones en sumas y productos), usando una expresión en que intervienen letras.

## INICIO / 15 minutos

- Revise la tarea en conjunto con su curso.
- Pida que desarrollen individualmente la Actividad 1, que retoma la actividad de la Clase 5, y la extiende hacia el estudio de las relaciones entre los términos involucrados en la fórmula de cálculo del área.
- Durante la socialización, promueva que comparen en primer lugar los rectángulos, verificando que se pueden observar 3 pares de rectángulos congruentes, "iguales", en el lenguaje de los niños. En la argumentación, debieran notar que estos pares de regiones tienen la misma forma y tamaño, por tanto, su área es la misma. Otra posibilidad es que reconozcan que el cálculo del área de las superficies coincide, que esto se debe a que las medidas de los lados son las mismas, y que aun cuando la posición en que aparecen es distinta, ello no afecta en absoluto el tamaño del rectángulo.
- Pida que completen la tabla, la cual busca que manipulen las expresiones aritméticas a través del reconocimiento de esta fuerte regularidad: la conmutatividad de la multiplicación. Puede que algunos estudiantes tengan algún problema con el nombre de la propiedad. No se focalice en ello en exceso, porque el foco está en la formulación del patrón en un lenguaje matemático.

## DESARROLLO / 55 minutos

- Pida que desarrollen en parejas la Actividad 2, que busca que observen la presencia de la conmutatividad en otras operaciones. En el caso de la adición, el trabajo es esencialmente el mismo que el de la actividad anterior. Verifique que niños y niñas respondan correctamente a las sustracciones y divisiones. En el primer caso, se enfrentarán a los cálculos  $3 - 4$  y  $5 - 6$ , a lo que debieran responder que no se pueden realizar; haga notar que la solución a esta resta no existe en el conjunto de los números naturales, pero sí en otros conjuntos numéricos. Es posible que algún niño o niña que conozca un poco de números enteros, responda que en ambos casos la respuesta es  $-1$ . Si esta respuesta genera desconcierto en el curso, simplemente indique que es un tipo de número que estudiarán el próximo año, y que en cualquier caso (de existencia o no existencia), lo importante es que la respuesta no coincide con el otro cálculo, y que por tanto la sustracción no es conmutativa. En el caso de la división es lo mismo: o responden que algunas de ellas no existen o bien, que su respuesta es racional (fraccionaria o decimal), y que en ambos casos los cocientes no coinciden.
- Presente la Actividad 3, indicando que deberán completar las secuencias que se presentan. Verifique que las y los estudiantes identifican celdas que no deben completar; señale que el objetivo de tales celdas es proponer pequeños desafíos que usted sabe que resolverán muy bien.
- La serie de secuencias ofrece distintas condiciones, diseñadas para que sus estudiantes avancen en procesos de modelamiento; algunos elementos se han planteado de modo de constituir soportes para el razonamiento, en consistencia con el trabajo realizado en clases anteriores. El trabajo con la primera secuencia permitirá identificar que sobre Salidas consecutivas aplica una regla aditiva; esta idea es muy importante, pues entrega

n	1	2	3	4	5	6
Operación	$3 \cdot 1 - 2$	$3 \cdot 2 - 2$	$3 \cdot 3 - 2$			
Salida	1	4	7	10	13	16

un procedimiento para resolver la secuencia b), así como una forma de determinar el coeficiente 3, tal como se observa en la imagen de la derecha. Otro elemento es la estructura aritmética común a la operación que se realiza como aplicación de la regla; este elemento es importante para poder comprender el rol de los términos de la regla, así como establecer la expresión algebraica, lo que genera la necesidad de introducir letras como representantes de una cantidad general e indeterminada, tal como se observa en la imagen de la izquierda.

n	2	3	5		n
Operación	$5 \cdot 2 + 6$	$5 \cdot 3 + 6$	$5 \cdot 5 + 6$	$5 \cdot 21 + 6$	

- Las dos últimas secuencias buscan que alumnas y alumnos articulen estos dos elementos (el estudio del crecimiento, así como la identificación de la estructura del patrón). Se espera que identifiquen el patrón en forma mental o escrita. Durante la socialización promueva que el curso argumente respecto a cómo completaron estas dos últimas tablas, ya que el cierre se podrá realizar en torno a estas dos secuencias.

### CIERRE / 10 minutos

La socialización debe centrarse en los siguientes aspectos:

- En la adición y multiplicación, el orden de los términos (sumandos y factores, respectivamente) no modifica el resultado. A esta propiedad se le llama *conmutatividad*. No ocurre lo mismo con la sustracción y la división, ya que estas operaciones no cumplen con esta propiedad.
- Al analizar patrones, conviene identificar dos cosas. La primera de ellas, cómo varía la secuencia en términos consecutivos. Cuando tal variación es constante, esta diferencia es uno de los coeficientes de la expresión matemática que describe la regla.
- Cuando una secuencia tiene una variación constante, los términos se pueden descomponer de la forma  $a \cdot x + b$ , lo que facilita su estudio.

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- Averigua qué propiedades tiene la sustracción y la división. Regístralas en lenguaje matemático.

## Objetivo de la clase:

- Expresar números en una forma que involucre adiciones o sustracciones con números y con incógnitas; además, representar y resolver ecuaciones a través de la metáfora de la balanza equilibrada.

## INICIO / 15 minutos

- Revise la tarea en conjunto con su curso.
- Pida que realicen individualmente la Actividad 1, que retoma la actividad final de la clase anterior, para seguir promoviendo procedimientos de descomposición de términos en números de la forma  $a \cdot x + b$ , de manera articulada. Este procedimiento será central en el trabajo de la clase siguiente.
- En esta ocasión los patrones no tienen la operación que describe la regla en forma explícita, sino que solo se entrega la posición  $n$  y la salida. Además, se presentan términos no consecutivos que buscan representar un paso intermedio en el contexto de la modelización, es decir, de la formulación de una descripción de la regla de formación de la secuencia. Lo anterior se puede evidenciar cuando la posición  $n$  no es consecutivo o bien, cuando dos términos de Salida presentan una diferencia mayor que la observada en forma constante hasta entonces. En la tabla que se muestra a continuación, parte a), se observa que avanza de 2 en 2, excepto a continuación del 13, lo que evidencia que el 21 no es el 8vo término de la secuencia:

n	1	2	3	4	5	6	7			...	n
Salida	1	3	5	7	9	11	13	21	29	...	$2 \cdot n + 1$

- Una vez discutido el trabajo con las tablas, indique al curso avanzar a la parte final de la actividad, de completación de descomposiciones. En ella se espera que continúen con la resolución de este tipo de tarea matemática con la que se ha venido trabajando a lo largo del módulo. Los primeros ejercicios no deberían revestir mayor dificultad:

$17 = 2 \cdot 8 + 1$	$25 = 3 \cdot 9 - 2$
$23 = 7 \cdot 2 + 9$	$29 = 5 \cdot 6 - 1$
$39 = 8 \cdot 4 + 7$	$36 = 3 \cdot 12$

- Los dos últimos ejercicios buscan mostrar que esta descomposición no es única, y que por tanto uno puede hallar varias soluciones a la problemática; por ejemplo:

$41 = 40 + 1$	$17 = 10 + 7$
$41 = 8 \cdot 5 + 1$	$17 = 2 \cdot 8 + 1$

## DESARROLLO / 55 minutos

- Pida que desarrollen la Actividad 2 individualmente. Esta actividad proporciona un soporte representacional a la descomposición de la actividad anterior, con el objetivo de poder profundizar en su uso, en particular, en la resolución de ecuaciones sencillas. La metáfora de la balanza busca representar la noción de igualdad, asociándola a la noción de equilibrio.
- Los cubos sobre la balanza se han dispuesto de modo tal de evocar la descomposición recién trabajada. De este modo, la resolución de ecuaciones aparece como un procedimiento de reorganización de la cantidad. Para que este procedimiento sea evidente, esta actividad aborda la tarea inversa: la formación de la ecuación en representación pictórica. Para ello, niñas y niños deberán, bajo condiciones específicas, describir una cantidad, por ejemplo, 8, en solo dos términos, 1 y 3. Los modelos desplegados por los niños, salvo algunas excepciones, son lineales, por lo que no se debiera observar mayor dificultad en la formulación de estas primeras ecuaciones.
- La Actividad 3 aborda directamente la descomposición conveniente para la resolución de problemas. Aun cuando se espera que el procedimiento algebraico emerja en la clase siguiente, destaque a quienes propongan de manera espontánea medidas para abordar la resolución de la ecuación, en forma al menos aritmética, a partir de la representación.

## CIERRE / 10 minutos

La socialización debe centrarse en los siguientes aspectos:

- Los números naturales se pueden descomponer aritméticamente de la forma  $n = a \cdot x + b$ .
- Cada número se puede descomponer de distinta forma.
- El modelo de la balanza equilibrada representa dos cantidades que, teniendo distintas distribuciones, valen lo mismo.
- El modelo de la balanza equilibrada sirve para representar y resolver ecuaciones.

## TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones se pueden representar con la balanza? Intenta resolverlas y responde la pregunta.

$$2 \cdot x + 3 = 7$$

$$4 \cdot x + 5 = 17$$

$$7 \cdot x - 5 = 30$$

$$5 \cdot x + 2 = 12$$

## Objetivo de la clase:

- Resolver ecuaciones, descomponiendo de acuerdo a una forma dada y haciendo una correspondencia 1 a 1.

## INICIO / 15 minutos

- Comienza el estudio de la resolución de ecuaciones propiamente tal. Es conocido que este tema es fuente de obstáculos y dificultades en niños y adolescentes, por lo que requiere de un cuidado trabajo. Aunque las y los estudiantes ya han resuelto ecuaciones muy sencillas, en esta clase comienza el estudio de procedimientos formales de resolución. El objetivo de esta clase y la siguiente es abordar este estudio en forma significativa, haciendo referencia a las cantidades involucradas a través de la representación de la balanza. Cabe notar, no obstante, que no toda ecuación se puede representar a través de la balanza, y la tarea de la clase pasada muestra este hecho, por lo que preste atención durante la revisión a las respuestas y representaciones de sus alumnos. En síntesis, los tipos de ecuaciones que se estudiarán en esta clase y la siguiente son:

Tipo de ecuación	Técnica	Representación
$a\chi + b = c$	Cancelación (sumar y restar)	Balanza y Lenguaje Algebraico
	Correspondencia	Balanza y Lenguaje Algebraico
$a\chi - b = c$	Cancelación (sumar y restar)	Lenguaje Algebraico
	Correspondencia	Lenguaje Algebraico

- En esta clase se estudiará en particular la técnica de la correspondencia, aprovechando la construcción que se ha venido realizando en clases anteriores.
- Revise la tarea en conjunto con sus estudiantes. En particular, permita que muestren las balanzas dibujadas.
- Presente la Actividad 1, que contempla la sistematización del trabajo de clases anteriores. Indique que completen lo que falta en parejas: la representación en las balanzas, la solución de la ecuación, y la justificación. Notar que la justificación aparece en la comprobación de la solución de una ecuación. En el contexto de esta clase se busca la justificación más que la mera comprobación, ya que esta última solo verifica, mientras que la primera busca desarrollar la habilidad de argumentación.
- Verifique que todo el curso, al realizar la descomposición del término libre, lo hace considerando la estructura de la ecuación. Es decir, aunque las siguientes descomposiciones son legítimas y verdaderas, veremos que solo una entrega una forma directa de resolver la ecuación.

$$3 \cdot \chi + 1 = 10 \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot \chi + 1 = 3 \cdot 4 + 2 \\ 3 \cdot \chi + 1 = 3 \cdot 3 + 1 \end{cases}$$

- Así, es muy importante que las balanzas dibujadas por sus estudiantes den cuenta de este hecho.

## DESARROLLO / 55 minutos

- Pida que estudien y completen la Actividad 2 grupalmente, la que sistematiza el procedimiento de resolución de ecuaciones por correspondencia 1 a 1:

$$\begin{aligned}4 \cdot x + 1 &= 9 \\4 \cdot x + 1 &= 4 \cdot 2 + 1 \\x &= 2\end{aligned}$$

- Observe que aquí la descomposición justifica en sí misma el procedimiento, por lo que no es necesario escribir nada más en el desarrollo matemático. Sí será necesario que niñas y niños argumenten al curso sus ideas y estrategias. Promueva que empleen la escritura recién descrita, en la medida que esta sea comprendida por sus estudiantes.
- La Actividad 3 es de práctica del nuevo procedimiento, y de evaluación de procesos. Observe quiénes tienen dificultades en proponer la descomposición o bien, quiénes aún dibujan la balanza para responder, ya que estas dificultades dan cuenta de una apropiación parcial del tema.
- La Actividad 4, de resolución de problemas, reactiva las actividades iniciales asociadas al objetivo de aprendizaje y tiene una función de cierre del proceso. Debido al ámbito numérico, es bastante factible que algunos estudiantes requieran escribir la ecuación para poder emprender la resolución, aun cuando otros podrían resolver mentalmente. No limite ni prohíba esta posibilidad, y aprovéchela para que algunos niñas y niñas puedan explicarla a otros.

## CIERRE / 10 minutos

La socialización debe centrarse en los siguientes aspectos:

- La descomposición de números es una estrategia muy eficiente de resolución de ecuaciones.
- El lado de la ecuación que tiene la incógnita, muestra la estructura respecto de cómo descomponer el número.

## TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- Inventa una secuencia para que la resuelvan tus compañeros y compañeras.

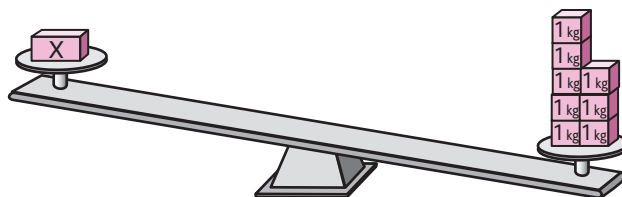
N	1	2	3	4	x
Salida					

## Objetivo de la clase:

- Aplicar procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolver ecuaciones.

## INICIO / 15 minutos

- Revise la tarea en conjunto con su curso. Es posible que para ciertas secuencias el procedimiento de correspondencia no permita resolver la ecuación, ya sea porque la secuencia no es lineal (variaciones constantes) o bien, porque la ecuación no tiene como solución un número natural. En estos casos pregunte al autor(a) de la secuencia *¿Cuál fue la regla en la que pensaste?* Las respuestas debieran permitirles reflexionar sobre las ventajas y limitaciones del uso del modelo de balanza y/o del procedimiento. Señale que hoy estudiarán otro procedimiento.
- Pida que estudien y realicen la Actividad 1 individualmente, en la que se problematiza la realización de acciones sobre las ecuaciones, y las condiciones bajo las cuales estas permiten resolverlas en forma exitosa. Gonzalo ha desequilibrado la balanza al sacar cubitos de un solo lado, por lo que debieran proponer sin problemas que la solución pasa por ejecutar la acción sobre ambos lados de la ecuación. Registre las respuestas en la pizarra, ya que serán de utilidad para gestionar la actividad siguiente.



## DESARROLLO / 55 minutos

- La Actividad 2, debido a que trabaja sobre la representación de la balanza, solo puede operar con ecuaciones del tipo  $x + b$ ; el signo negativo es abordado en la actividad siguiente.
- Pida que trabajen grupalmente la actividad 2, en la que al aplicar una acción sobre ambos lados de la igualdad, esta se mantiene, lo que se representa por la conservación del equilibrio entre cantidades.
- Inicialmente, se espera y promueve que registren la resolución de ecuaciones como sigue:

$$x + 6 = 9$$

Resto 6 a ambos lados de la ecuación

$$x = 3$$

- Verifique que todos los grupos abordan correctamente el problema y socialice sus respuestas con ellos.
- Avance hacia la Actividad 3, en la que se sistematiza y extiende el procedimiento de resolución de ecuaciones. Al no basarse en representaciones pictóricas sino simbólicas, más abstractas y generales, se optimizan los tiempos de ejecución de la técnica, aunque se debilita la seguridad respecto del método, por cuanto se requiere de una manipulación de expresiones que puede aún ser incipiente.



- Promueva el uso de un lenguaje escrito más formal, señalando el siguiente procedimiento como el de resolución:

Estrategia: Se resta 11 a ambos lados

$$\begin{array}{r} \chi + 11 = 21 \\ - 11 \\ \hline \chi = 10 \end{array}$$

- Durante el desarrollo de la actividad vincule constantemente la operación con la acción de mantener el equilibrio entre las cantidades. No abuse de esta analogía, pues técnicas posteriores no se basan en la obtención de un equilibrio en una balanza.
- Es muy importante haber abordado las balanzas en la actividad anterior, por cuanto es el soporte que permite que comprendan la naturaleza y utilidad del conocimiento.
- La versión algebraica de este procedimiento tiene la ventaja de poder extenderse a otros tipos de ecuaciones lineales, en particular, las funciones  $f(\chi) = \chi - a$ , solo que en vez de restar, hay que sumar como una forma de eliminar el término libre.

### CIERRE / 10 minutos

La socialización debe centrarse en los siguientes aspectos:

- Para resolver ecuaciones, existen distintos métodos.
- El método de la balanza es muy bueno para entender y aprender, pero es lento.
- El método de correspondencia es muy eficiente bajo ciertas condiciones.
- El método de cancelación permite abordar ecuaciones que tienen una sustracción de por medio.

Promueva que realicen la Actividad 4 como cierre del tema. Si el tiempo no alcanza, déjela de tarea.

### TAREA PARA LA CASA / 10 minutos

- Realizar la Actividad 4 del Cuaderno de trabajo.

## Objetivo de la clase:

- Evaluar los aprendizajes de los estudiantes en el Módulo 2, para retroalimentar aquellos temas más deficitarios.

## INICIO / 15 minutos

- Explique que se va a realizar una prueba que tiene como objetivo evaluar los contenidos de aprendizaje estudiados en este módulo.
- Destaque la importancia de mantener una conducta apropiada durante el desarrollo de la evaluación.
- Señale que si no entienden alguna instrucción o pregunta, levanten la mano y usted se acercará para atenderlos.
- Entregue la prueba y recorra la sala registrando los temas que pueden estar presentando mayores dificultades.

## DESARROLLO / 45 minutos

- Pida que comiencen a leer y responder la prueba. Pida que dejen anotados los cálculos que hacen para resolver los problemas.
- Observe con atención y vea si alguien está detenido en alguna pregunta.
- Escuche las preguntas y ayude a comprender los enunciados, sin dar la respuesta correcta o pistas.
- Registre las preguntas y estrategias que sus estudiantes emplean, muchas serán motivo de revisión del contenido.
- En caso que algunos estudiantes finalicen la evaluación tempranamente, indíqueles que trabajen las actividades de la clase 10 del Cuaderno de trabajo.

### LA SIGUIENTE INFORMACIÓN DESCRIBE LAS TAREAS INVOLUCRADAS EN LA PRUEBA:

Se espera que un(a) estudiante que se ha apropiado de los conocimientos del módulo, logre realizar las siguientes tareas matemáticas, descritas por pregunta:

1. Describen patrones en una tabla de valores dados.
2. Predicen el valor desconocido de una tabla de valores y verifican la predicción.
3. Formulan una regla que se da entre los valores de dos filas de números en una tabla de valores.
4. Identifican elementos desconocidos en una tabla de valores.
5. Establecen relaciones entre los valores dados en una tabla, usando lenguaje matemático.
6. Representan la regla de un patrón, usando una expresión en que intervienen letras.
7. Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de un rectángulo.
8. Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de un triángulo.
9. Usan letras para generalizar la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación.
10. Traducen una expresión en que intervienen letras, en lenguaje cotidiano.
11. Aplican procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolver ecuaciones.

12. Resuelven ecuaciones, descomponiendo de acuerdo a una forma dada y haciendo una correspondencia 1 a 1.
13. Representan ecuaciones como balanzas equilibradas.
14. Determinan soluciones de ecuaciones que involucran sumas, agregando objetos hasta equilibrar una balanza.
15. Aplican procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolverla.

### **CIERRE / 20 minutos**

- Invite a sus estudiantes a comentar la prueba.
- Pregunte: ¿Qué les pareció la prueba? ¿Cuál problema les fue más fácil de resolver? ¿Hubo algún problema que les costó comprender?

### **TAREA PARA LA CASA / 10 minutos**

- Indique a los alumnos que realicen las actividades de la clase 10 del Cuaderno de trabajo.

## Objetivo de la clase:

- Revisar las preguntas de la prueba y retroalimentar a los estudiantes, en los ítems que hayan manifestado una mayor dificultad.

## INICIO / 15 minutos

- Explique que en esta clase revisarán y resolverán colectivamente algunos problemas y ejercicios de la prueba.
- Pida que comenten cuáles fueron las preguntas que más les costaron, y cuáles fueron las preguntas que les parecieron más fáciles.
- Priorice las que fueron resueltas en forma incorrecta u omitidas por un gran porcentaje de estudiantes. Para ello, complete la información de la sección de orientaciones para el análisis de los resultados de la prueba.
- En el Cuaderno de trabajo aparecen algunas de las preguntas o ítems que podrían haber presentado un mayor grado de dificultad, por el nivel de complejidad involucrado. No obstante, siéntase con la libertad de analizar otras preguntas que usted haya identificado como difíciles.

## DESARROLLO / 45 minutos

- Desarrollan la Actividad 1, que aborda el reconocimiento de regularidades y su aplicación en la determinación de la posición o del valor asociado a esta.
- Pida que describan la regla subyacente a la tabla; verifique cómo determinan tal regla.
- Pregunte por el valor de P, buscando que se establezca claramente el rol de este valor desconocido en el patrón.
- Pregunte por el valor de Q, buscando que se establezca claramente el rol de esta incógnita, reconociendo que es distinto que el de P.
- Pida que trabajen en parejas la Actividad 2, que está asociada a reconocer, en un conjunto de datos organizado en una tabla, un comportamiento en el crecimiento de estos descrito por una regla dada.
- Pida que describan la regla asociada a la relación y que evalúen en algunos números para probar el funcionamiento de dicha regla.
- En este caso, los valores de  $n$  son comunes, lo que facilita la definición de una estrategia de búsqueda de la tabla que responde al modelo.
- Pida que apliquen la regla a los valores de  $n$  de la tabla: 1, 3, 4 y 6 y que busquen la tabla que contiene a tales resultados.
- Presente la Actividad 3, en que se conoce solo la expresión algebraica que determina la relación de crecimiento del patrón; así, se debe evaluar la veracidad de un conjunto de 4 expresiones.
- Pida que evalúen cada regla, en forma ordenada, para varios valores de  $n$ .
- La alternativa D permite mostrar rápidamente ejemplos de valores que no cumplen con la afirmación.
- Se incluye un problema de cálculo de perímetros; se espera que reemplacen de manera previa al cálculo del perímetro, de modo que la carga de la operatoria se realice en un contexto aritmético y no algebraico.
- Presente la Actividad 4, asociada a los procedimientos de resolución de ecuaciones.

- En el primer caso, se debe resolver una ecuación, cuyo método más eficiente de resolución es el de la correspondencia uno a uno.
- En el caso del segundo problema de la actividad, la dificultad radica en que no se busca resolver la ecuación, sino que se requiere explicitar un procedimiento de resolución de ecuaciones.
- La búsqueda de realizar descomposiciones de números, en el marco del procedimiento de resolución de ecuaciones por correspondencia, es el procedimiento que permite identificar la búsqueda del factor como la alternativa correcta.

### **CIERRE / 20 minutos**

En la socialización respecto a los conceptos trabajados en la clase, gestione lo siguiente:

- Pregunte: ¿Qué estudiamos hoy día?
- Sintetice las respuestas de sus estudiantes y pida que lo escriban en el cuaderno.
- La idea es que los y las estudiantes respondan y usted vaya anotando sus respuestas en la pizarra. En particular, será muy importante que usted permita que expliciten la dificultad que tuvieron, cuál es el error que cometieron, por qué lo cometieron y cómo se debía resolver el problema.

ORIENTACIONES PARA EL ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE EVALUACIÓN

Ítem	Indicador de evaluación	Información del curso		Orientaciones remediales																																								
		% L	% NL																																									
<p>4. Observa la siguiente tabla, que presentan datos relacionados por una regularidad.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>Q</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>36</td> <td>P</td> <td>121</td> </tr> </table> <p>¿Cuáles son los valores de P y Q?</p> <p>A. P=3 y Q=12                      B. P=81 y Q=11                      C. P=81 y Q=12                      D. P=25 y Q=10</p>	1	2	3	4	6	9	Q	1	4	9	16	36	P	121	Identifican elementos desconocidos en una tabla de valores.			<p>Pida que describan la regla.</p> <p>Pregunte por el valor de P, buscando que se establezca claramente el rol de este valor desconocido en el patrón.</p> <p>Pregunte por el valor de Q, buscando que se establezca claramente el rol de esta incógnita, reconociendo que es distinto que el de P.</p>																										
1	2	3	4	6	9	Q																																						
1	4	9	16	36	P	121																																						
<p>5. ¿Cuál de las siguientes tablas se relaciona con la expresión <math>3n+1</math>?</p> <p>A.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>n</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>SALIDA</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> </table> <p>B.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>n</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>SALIDA</td> <td>3</td> <td>9</td> <td>12</td> <td>18</td> </tr> </table> <p>C.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>n</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>SALIDA</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>10</td> <td>13</td> </tr> </table> <p>D.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>n</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>SALIDA</td> <td>4</td> <td>10</td> <td>13</td> <td>19</td> </tr> </table>	n	1	3	4	6	SALIDA	3	4	5	6	n	1	3	4	6	SALIDA	3	9	12	18	n	1	3	4	6	SALIDA	4	7	10	13	n	1	3	4	6	SALIDA	4	10	13	19	Establecen relaciones que se dan entre los valores dados en una tabla, usando lenguaje matemático.			<p>Pida que describan la regla asociada a la relación. También, que evalúen en algunos números para probar el funcionamiento de dicha regla.</p> <p>En este caso, los valores de n son comunes, lo que facilita la definición de una estrategia de búsqueda de la tabla que responde al modelo.</p> <p>Pida que apliquen la regla a los valores de n de la tabla: 1, 3, 4 y 6, y que busquen la tabla que contiene a tales resultados.</p>
n	1	3	4	6																																								
SALIDA	3	4	5	6																																								
n	1	3	4	6																																								
SALIDA	3	9	12	18																																								
n	1	3	4	6																																								
SALIDA	4	7	10	13																																								
n	1	3	4	6																																								
SALIDA	4	10	13	19																																								

## MÓDULO Nº 2: PATRONES Y ÁLGEBRA

Ítem	Indicador de evaluación	Información del curso		Orientaciones remediales
		% L	% NL	
<p><b>6.</b> ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA, cuando <math>n</math> es un número natural?</p> <p>A. <math>4 \cdot n</math> es siempre par.</p> <p>B. <math>n + 1</math> es mayor que <math>n</math>.</p> <p>C. <math>5 \cdot n</math> termina en 0 o en 5.</p> <p>D. <math>3 \cdot n+1</math> es un número impar.</p>	Representan la regla de un patrón, usando una expresión en que intervienen letras.			<p>Pida que, alternativa por alternativa, propongan una estimación del valor de verdad de la afirmación.</p> <p>Pida que evalúen cada regla, en forma ordenada, para varios valores de <math>n</math>.</p> <p>La alternativa D permite mostrar rápidamente ejemplos de valores que no cumplen con la afirmación.</p>
<p><b>15.</b> Se quiere resolver la ecuación <math>4 \cdot x = 56</math>. ¿Cuál de las siguientes técnicas de resolución permite resolver la ecuación?</p> <p>A. Sumar 4 a ambos lados de la ecuación.</p> <p>B. Restar 4 a ambos lados de la ecuación.</p> <p>C. Multiplicar por 4 a ambos lados de la ecuación.</p> <p>D. Dividir por 4 a ambos lados de la ecuación.</p>	Aplican procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolver ecuaciones.			<p>La dificultad de esta pregunta radica en que no se busca resolver la ecuación, sino que se requiere explicitar un procedimiento de resolución de ecuaciones.</p> <p>El realizar descomposiciones de números, en el marco del procedimiento de resolución de ecuaciones por correspondencia, es el procedimiento que permite identificar la búsqueda del factor como la alternativa correcta.</p>

(\*) La columna información del curso debe ser llenada por cada docente, incorporando el porcentaje de estudiantes que contestaron el ítem en forma correcta (%L) y el porcentaje que lo hizo en forma incorrecta (%NL).

## PAUTA DE CORRECCIÓN / EVALUACIÓN MÓDULO 2

Ítem	Eje Temático	Indicador de Evaluación	Clave
1	Patrones y Álgebra	Describen patrones en una tabla de valores dados.	B
2	Patrones y Álgebra	Predicen el valor desconocido de una tabla de valores y verifican la predicción.	C
3	Patrones y Álgebra	Formulan una regla que se da entre los valores de dos columnas de números en una tabla de valores	A
4	Patrones y Álgebra	Identifican elementos desconocidos en una tabla de valores.	B
5	Patrones y Álgebra	Establecen relaciones que se dan entre los valores dados en una tabla, usando lenguaje matemático.	D
6	Patrones y Álgebra	Representan la regla de un patrón, usando una expresión en que intervienen letras.	D
7	Patrones y Álgebra	Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de un rectángulo.	A
8	Patrones y Álgebra	Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de un triángulo.	D
9	Patrones y Álgebra	Usan letras para generalizar la propiedad conmutativa de la adición y la multiplicación.	D
10	Patrones y Álgebra	Traducen una expresión en que intervienen letras, en lenguaje cotidiano.	B
11	Patrones y Álgebra	Aplican procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolver ecuaciones.	C
12	Patrones y Álgebra	Resuelven ecuaciones, descomponiendo de acuerdo a una forma dada y haciendo una correspondencia 1 a 1.	C
13	Patrones y Álgebra	Representan ecuaciones como balanzas equilibradas.	D
14	Patrones y Álgebra	Determinan soluciones de ecuaciones que involucran sumas, agregando objetos hasta equilibrar una balanza.	A
15	Patrones y Álgebra	Aplican procedimientos formales, como sumar o restar números a ambos lados de una ecuación, para resolver ecuaciones.	D





# 6°



Ministerio de  
Educación

Gobierno de Chile